

Study of Physiological Parameters of the Cardiovascular System by One Dimensional and Numerical Simulation

M. Molaei¹, M.S. Saidi^{2*}, B. Firoozabadi³

¹M.Sc Student, Faculty Department of Mechanical Engineering, Sharif University

²professor, Department of Mechanical Engineering, Sharif University

mssaidi@sharif.edu

³ professor, Department of Mechanical Engineering, Sharif University

Abstract

Study of Physiological Parameters of the Cardiovascular System by One Dimensional and Numerical Simulation.

Owning to important role of the cardiovascular system in the human body and increase of cardiovascular diseases from day to day, in this study, we try to simulate a system of arteries by using one dimensional numerical modeling. For the first time in the one dimensional simulation, we use the finite volume method for discretization of Navier-Stokes equations coupled with the state equation. In order to develop the outflow boundary condition, we use a kind of lumped model called arteriole structure tree. Results of this study are verified by results of other one dimensional modeling such as the characteristic method and are showed that finite volume method is able to demonstrate characteristic of blood flow in arteries. Normal pressure and flow profiles in main systemic arteries are determined, and it is founded that the pressure profile becomes steeper with distance from the heart, which is in agreement with physiological patterns. Furthermore, we can show that when elasticity of arteries is increased in arteriosclerosis disease, systolic pressure increases, yet diastolic pressure decreases. Finally, according to available results, it is clear that the finite volume method is useful to simulate numerically and one dimensionally the cardiovascular system.

Keywords: Cardiovascular system, one dimensional modeling, finite volume, pressure wave, blood flow.

* Corresponding author

Address: Mohammad Said Saidi, Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Tel: +98 21 66165558

Fax: +98 21 66000021

E-mail: mssaidi@sharif.edu

بررسی پارامترهای فیزیولوژیک دستگاه گردش خون با شبیه‌سازی عددی یک بعدی

مهدی مولائی^۱، محمدسعید سعیدی^{۲*}، بهاره فیروزآبادی^۳

^۱ کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

^{۲*} استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

mssaidi@sharif.edu

^۳ استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

به علت نقش اساسی دستگاه گردش خون در بدن و گسترش روزافزون بیماری‌های مربوط به آن در کار حاضر سعی شده است تا با استفاده از شبیه‌سازی عددی یک‌بعدی، سیستم سرخرگ‌های اصلی دستگاه گردش خون مدل شود. برای اولین بار در شبیه‌سازی یک‌بعدی از روش حجم محدود برای گسسته‌سازی معادلات ناویراستوکس که با معادله حالت کوپل شده استفاده شده است. در گسترش شرایط مرزی خروجی از مدلی موسوم به درختچه‌ی شریانی ساختار یافته بهره گرفته شده است و مدل یک‌بعدی با مدل متمرکز (لامپ) کوپل شده است. نتایج این حل، با سایر حل‌های یک‌بعدی چون روش مشخصه‌ها اعتبارسنجی شده و نشان داده شده که استفاده از روش حجم محدود نیز می‌تواند مشخصات جریان خون در سرخرگ‌ها را به خوبی نشان دهد. همچنین پروفیل‌های فشار و دبی در رگ‌های اصلی بدن در حالت نرمال به دست آمده و نشان داده شده که با دور شدن از قلب پروفیل فشار تیزتر می‌شود که با نتایج فیزیولوژیک همخوانی دارد. همچنین نشان داده می‌شود که با افزایش ضریب الاستیک رگ‌ها در بیماری تصلب شریان، فشار سیستولی افزایش و همراه با آن فشار دیاستولی کاهش می‌یابد. در نهایت با توجه به نتایج به دست آمده این نکته به دست می‌آید که روش حجم محدود کارایی لازم برای شبیه‌سازی عددی یک‌بعدی دستگاه گردش خون را دارا می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: دستگاه گردش خون، مدل‌سازی یک‌بعدی، روش حجم محدود، موج فشار، جریان خون.

عهده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، خیابان آزادی، دانشگاه صنعتی شریف، کدپستی ۸۶۳۹-۱۱۳۶۵

تلفن: ۰۲۱۶۶۱۶۵۵۵۸، دورنگار: ۰۲۱۶۶۰۰۰۲۱، پیام نگار: mssaidi@sharif.edu

۱- مقدمه

توسعه‌ی مدل یک‌بعدی دستگاه گردش خون با توجه به اینکه می‌تواند شاخص بسیار مفیدی را برای شناخت بیماری‌های دستگاه گردش خون معرفی کند و نیز می‌تواند به عنوان شرایط مرزی مدل‌سازی‌های سه‌بعدی قرار بگیرد توجه محققین زیادی را به خود جلب کرده است و زمینه‌ای را فراهم کرده است تا در سال‌های اخیر تحقیقات بسیار ارزشمندی در این شاخه برای بهبود این نوع مدل‌سازی‌ها انجام گیرد.

یکی از مدل‌های ارزشمند یک‌بعدی چرخه‌ی گردش خون مربوط به تحقیقی است که از او^۱ انجام داده است. او یک مدل عددی کامل برای سیستم گردش خون پایه‌ریزی کرد که بتواند با آن اثر بیماری‌های مختلف را در دینامیک جریان خون تشخیص دهد. افت انرژی در دوشاخگی‌ها، خاصیت ویسکوالاستیک رگ‌ها، پارامترهای متمرکز مویرگ‌ها و سیاهرگ‌ها و گردش خون ریوی از جمله پارامترهایی بودند که از او در مدلش وارد کرد و به این ترتیب توانست شکل پیچیده‌ی موج فشاری را به صورت عددی تولید کند [۱].

الافسن نیز مدل یک‌بعدی کاملی را در داخل شبکه‌ی سرخرگی گسترش داد. موضوع جدیدی که الافسن در شبیه‌سازی خود انجام داد بهبود شرایط مرزی خروجی درخت شریانی بود. او برای این کار از درختچه‌ای ساختار یافته از رگ‌های کوچک استفاده کرد و امپدانس معادل شرط مرزی خروجی را از طریق حل و مرسلی در سرخرگ‌های این درختچه به دست آورد [۲،۳]. فرماگیا^۲ و همکارانش از مدل‌سازی یک‌بعدی برای مدل‌سازی هندسه‌های مختلف مانند استنت‌ها و اندام‌های مصنوعی استفاده کرده و نیز به مسئله‌ی پایداری حل عددی یک‌بعدی نیز پرداختند [۴-۶]. شروین^۳ نیز با گسترش یک مدل یک‌بعدی به بررسی مسئله‌ی انعکاس موج فشار از دوشاخگی‌ها و انتخاب پارامترهای متمرکز مناسب شرط مرزی خروجی پرداخت و مدل خود را با شبکه‌ای مصنوعی از دستگاه گردش خون تطبیق دادند [۷، ۸].

با وجود تحقیقات ذکر شده، مدل توسعه یافته‌ی یک‌بعدی همچنان نیاز به برخی از اصلاحات دارد که این کار در

سال‌های اخیر توسط محققین مختلفی صورت گرفت. کریم آذر و پسکین برای بهبود نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی پیشنهاد دادند از پروفیل سرعت و مرسلی به جای پروفیل‌های سهموی استفاده شود [۹]. میرز و کاپر برای اولین بار بر روی جریان داخل رگ‌ها که به صورت لوله‌ی مخروطی نمایی در نظر گرفته شده بود مطالعه کرد و جریان در این نوع شریان را با جریان در شریان مخروطی خطی مقایسه کرد [۱۰]. بسمس و همکارانش نیز در مطالعه‌ای که انجام داد اثر خاصیت ویسکوالاستیک دیواره‌ی شریان‌ها را در نظر گرفت [۱۱].

در سال ۲۰۰۹ لیانگ و همکارانش شبکه‌ای تشکیل دادند که در آن رگ‌های سیستمیک اصلی به صورت یک‌بعدی و بقیه‌ی قسمت‌های دستگاه گردش خون که شامل سیاهرگ‌ها، چرخه‌ی ششی و قلب نیز می‌شود به صورت مدل متمرکز در نظر گرفته شده بودند. تشکیل این مدل این امکان را فراهم کرد که بیماری‌های نقاط مختلف دستگاه گردش خون (نه فقط رگ‌های سیستمیک) مانند دریچه‌های قلب نیز در کارهای آینده مدل شوند [۱۲].

در این مطالعه با در نظر گرفتن هندسه‌ای یک‌بعدی از سرخرگ‌های سیستمیک بدن، با حل عددی معادلات پیوستگی، مومنتم و معادله‌ی حالت که بیانگر رابطه‌ی بین فشار داخلی رگ و سطح مقطع آن است، برای اولین بار به روش حجم محدود و با توسعه‌ی شرایط مرزی مناسب، پروفیل‌های فشار و دبی در رگ‌های اصلی بدن به دست آمده‌اند. به این ترتیب مدلی عددی توسعه یافته که می‌تواند برای پیش‌بینی جریان خون و تغییرات آن تحت اثر تغییرات ایجاد شده در سیستم و مشخصات رگ‌ها استفاده شود.

هندسه‌ی در نظر گرفته شده در این مدل شامل ۲۹ سرخرگ اصلی سیستمیک دستگاه گردش خون است که در راستای محورشان مخروطی می‌شوند و دیواره‌ی الاستیکی دارند که با تغییرات فشار داخلی شعاع آن‌ها نیز تغییر می‌کند. این رگ‌ها مطابق شکل ۱ به صورت شاخه‌های یک درخت به یکدیگر متصل شده‌اند. در انتهای هر رگ، رگ‌ها به دوشاخه‌ی دیگر تقسیم می‌شوند که شاخه‌های دختر رگ اصلی می‌باشند. تنها رگ‌های انتهایی این درخت شریانی

^۱ Ozawa^۲ Formaggia^۳ Sherwin

$$\frac{\partial AU}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} + \psi = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{U^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) + F = 0 \quad (۲)$$

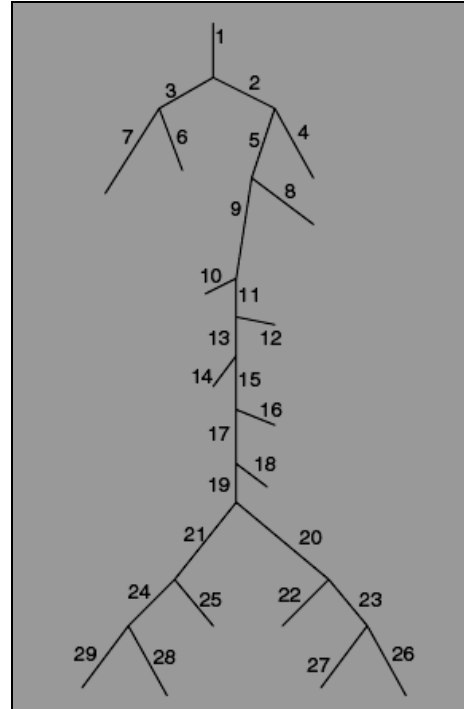
در این روابط U ، P و A به ترتیب فشار و سرعت متوسط خون و سطح مقطع رگ می‌باشند. ψ بیانگر مقدار نشتی خون از دیواره رگ‌ها است که در این مدل‌سازی با توجه به غیر قابل نفوذ بودن دیواره‌ی رگ‌ها صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین F نیروی اصطکاکی است که با توجه به آرام بودن جریان در بیشتر رگ‌ها برابر با $F = K_R \frac{U}{A_0}$ است که $K_R = 8\pi\nu$ ضریب اصطکاک است α نیز ضریب تصحیح مومتم بوده که برابر $4/3$ در نظر گرفته شده است.

برای مشخص شدن کامل جریان در داخل رگ‌ها علاوه بر معادلات پیوستگی و مومتم به معادله‌ی سومی نیاز است تا رابطه‌ی بین سطح مقطع داخلی رگ و فشار مشخص گردد. روابط متنوعی برای این منظور توسط محققین پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های الاستیک^۴، مدل اد-هوک^۷ و مدل‌های ویسکوالاستیک^۸ اشاره کرد [۲]. در حالت واقعی دیواره‌ی رگ رفتاری ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهد، بدین معنی که بین زمان اعمال فشار به دیواره‌ی رگ تا زمانی که اثر آن در سطح مقطع مشاهده شود تاخیر وجود دارد [۱۳، ۱۴]. اما با توجه به مطالعات تاردی و همکارانش در محدوده‌ی فشار و جریان فیزیولوژیکی داخل رگ‌ها اثر ویسکوالاستیک دیواره‌ی رگ‌ها کوچک است [۱۵]. لذا از معادله‌ی زیر برای به دست آوردن رابطه‌ی فشار و سطح مقطع استفاده می‌شود [۱۶].

$$P(r_0, A) = \frac{4}{3} \frac{Eh}{r_0} \left(1 - \sqrt{\frac{A_0}{A}} \right) \quad (۳)$$

در این معادله E مدول الاستیسته و h ضخامت دیواره رگ‌ها و r_0 و A_0 شعاع و سطح مقطع داخلی رگ‌ها در حالت نرمال هستند، برای مشخص شدن رابطه‌ی فوق باید مقدار ضخامت، شعاع داخلی و مدول الاستیسته‌ی رگ مشخص

شاخه‌ی دختری ندارند. انتهای این رگ‌ها در حقیقت شرایط مرزی خروجی مدل محسوب می‌شود. برای تأمین شرط مرزی خروجی از یک مدل متمرکز^۹ پیشنهاد شده توسط الافسن^۵ استفاده شده است [۲، ۳].



شکل ۱- هندسه‌ی درخت شریان‌های سیستمیک [۹].

۲- معادلات حاکم

معادلات یک‌بعدی پاره‌ای شامل معادلات ناویر-استوکس همراه با معادله‌ی حالتی که رابطه‌ی بین سطح مقطع داخلی رگ و فشار داخلی را مشخص می‌کند بوده و برای مدل کردن جریان داخل رگ‌ها از آن‌ها استفاده شده است. در مدل کردن این جریان از انحنای رگ‌ها صرفه نظر شده و تمامی رگ‌های اصلی به صورت یک لوله‌ی مخروطی مستقیم در نظر گرفته شده‌اند. دیواره‌ی رگ‌ها به صورت الاستیک خطی عمل می‌کند و سطح مقطع هر قسمت از رگ از طرفی به فشار داخلی و شعاع اولیه رگ و از طرف دیگر به مدول الاستیسته و ضخامت دیواره‌ی رگ بستگی دارد. جریان خون در رگ‌ها آرام و خون یک سیال غیرقابل تراکم و نیوتونی در نظر گرفته شده است. به این ترتیب معادلات مومتم و پیوستگی در داخل رگ‌ها به صورت معادلات (۲و۱) به دست می‌آیند [۲].

⁴ Lumped

⁵ Olufsen

⁶ Elastic models

⁷ Ad-Hok models

⁸ Viscoelastic models

دبی خروجی از شاخه‌ی مادر باید با مجموعه دبی ورودی به شاخه‌های دختر برابر باشد. به این ترتیب معادله‌ی پیوستگی به صورت رابطه (۹) در می‌آید.

$$Q_p = Q_{d1} + Q_{d2} \quad (9)$$

حال اگر فرض شود که فشار در دوشاخگی ثابت می‌ماند دو رابطه‌ی دیگر برای دوشاخگی مطابق روابط (۱۰) به دست می‌آید.

$$P_p = P_{d1} = P_{d2} \quad (10)$$

در تعیین این روابط به عنوان شرط مرزی دوشاخگی چندین فرض صورت گرفته است. اول اینکه از افت فشار به علت تغییر هندسه‌ی جریان صرفه‌نظر شده است. دوم اینکه در درخت شریانی، مجموع سطح مقطع در دوشاخگی افزایش می‌یابد در نتیجه سرعت در شاخه‌های دختر کمتر از سرعت در شاخه‌ی مادر است و این بدین معنی است که اگر از افت اصطکاک صرف نظر شود، فشار کل باید در دوشاخگی ثابت بماند و با توجه به کاهش سرعت فشار می‌بایست در ابتدای شاخه‌های دختر بیشتر از فشار در انتهای شاخه‌ی مادر باشد. به این ترتیب اصطکاک، جدایی و گردابه‌های احتمالی تشکیل شده در دوشاخگی باعث افت فشار و افزایش سطح مقطع باعث افزایش فشار می‌شود که این دو پدیده محققین را مجاب می‌کند که از معادلات فشار پیوسته در دوشاخگی استفاده کنند [۹].

شرط مرزی دیگر شرط مرزی خروجی است. در این مدل شرط مرزی خروجی به صورت یک مدل متمرکز اعمال می‌شود که با مدل یک‌بعدی کوپل شده است. به این ترتیب که امپدانس Z به عنوان امپدانس خروجی در نظر گرفته شده و فشار خروجی از روی دبی خروجی هر رگ به دست می‌آید. برای تعیین امپدانس خروجی روش‌های متفاوتی وجود دارد که از معروف‌ترین آن‌ها مدل متمرکز ویندکسل است. اما در سال ۱۹۹۸ الفسن ساختار جدیدی را برای محاسبه بار انتهای رگ‌های اصلی که بیانگر مقاومت سرخرگ‌های کوچک و مویرگ‌ها می‌باشد، پیشنهاد داد [۲]. او برای این کار درختچه‌ای از سرخرگ‌های کوچک را مطابق شکل ۳ تشکیل داد و با استفاده از حل ومرسلی در داخل

باشد. استرگیوپولوس^۹ و همکارانش [۱۷] نشان دادند که می‌توان مابین شعاع، ضخامت، و مدول یانگ دیواره‌ی رگ‌ها تابعی را برون‌یابی کرد. این رابطه به صورت معادله (۴-۲) می‌باشد.

$$\frac{Eh}{r_0} = K_1 \exp(K_2 r_0) + K_3 \quad (4)$$

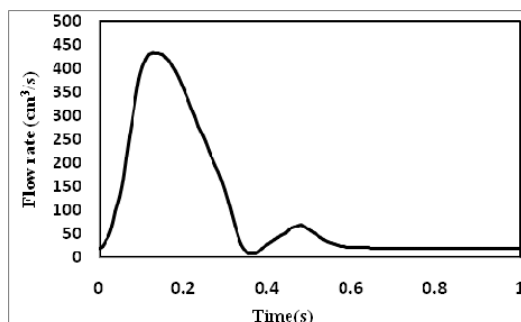
در رابطه‌ی فوق $K_1 = 2.00 \times 10^6 Pa$ و $K_2 = -2253 m^{-1}$ است $K_3 = 8.65 \times 10^4 Pa$ [۲].

حل معادلات بالا همراه با شرایط مرزی مناسب این امکان را فراهم می‌کند که پروفیل‌های جریان و فشار خون در هر نقطه از رگ به دست آیند.

۳- شرایط مرزی

در مدل مطرح شده در کار حاضر دبی خروجی قلب (دبی ورودی به آنورت) به عنوان شرط مرزی ورودی در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲ پروفیل دبی ورودی در نظر گرفته شده را نشان می‌دهد.

شرط مرزی دیگر مدل یک‌بعدی شرط دوشاخگی می‌باشد. برای کامل کردن سیستم معادلات در دوشاخگی به سه معادله نیاز است. یکی از معادلات معادله‌ی پیوستگی است. با در نظر گرفتن این نکته که در دوشاخگی نشستی خون اتفاق نمی‌افتد.



شکل ۲- پروفیل دبی ورودی به رگ آنورت به عنوان شرط مرزی ورودی [۳]

⁹ Stergiolulos

در رابطه‌ی بالا $\lambda = \sqrt{\frac{i\omega C(k_R + i\omega\rho)}{A_0}}$ است. با تقسیم کردن طرفین این رابطه معادله‌ی دیگری برای امپدانس ابتدای رگ به دست می‌آید. لازم به ذکر است با توجه به آرام بودن جریان در رگ‌های کوچک امپدانس به دست آمده از این روش و روش ومرسلی تفاوتی با یکدیگر ندارند [۹].

$$Z(\omega, 0) = \frac{\frac{\lambda}{i\omega C} \sinh(\lambda L) + \cosh(\lambda L) Z(\omega, L)}{\cosh(\lambda L) + \frac{i\omega C}{\lambda} \sinh(\lambda L) Z(\omega, L)} \quad (17)$$

برای حالتی که فرکانس صفر باشد مانند این است که جریان غیر نوسانی است و مقدار امپدانس تنها در بردارنده‌ی ترم مقاومت که همان ترم لزجت است خواهد بود که این مقدار از رابطه‌ی (۱۸) تعیین می‌شود [۱۹].

$$Z(0,0) = \frac{8\mu L}{r_0^4} + Z(L, 0) \quad (18)$$

برای رگ‌های کوچک شرط مرزی ورودی به صورت معادله پیوستگی در نظر گرفته می‌شود. برای جریان در دوشاخگی می‌توان در نظر گرفت که مقدار دبی انتهای رگ مادر برابر با مجموع دبی دو رگ دختر است.

$$\hat{Q}_p(L) = \hat{Q}_{d1}(0) + \hat{Q}_{d2}(0) \quad (19)$$

حال اگر فرض شود که در دوشاخگی می‌توان از اتلافات فشار به خاطر تغییر هندسه و عوامل غیر خطی دیگر صرف‌نظر کرد می‌توان فشار در انتهای رگ مادر را برابر با فشار در ابتدای رگ‌های دختر در نظر گرفت.

$$\hat{P}_p(L) = \hat{P}_{d1}(0) = \hat{P}_{d2}(0) \quad (20)$$

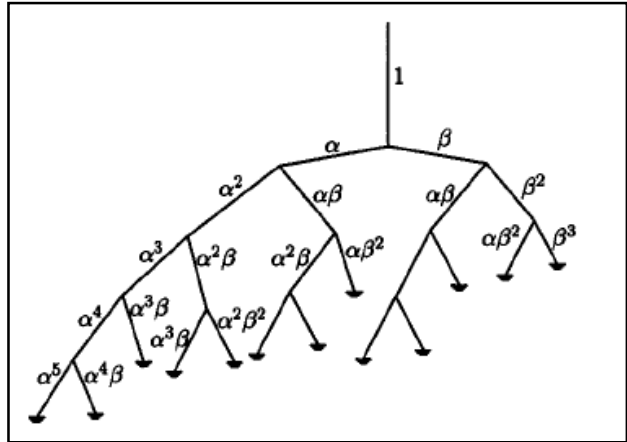
حال اگر طرفین روابط (۱۹) و (۲۰) بر هم تقسیم شوند رابطه‌ی زیر برای امپدانس دوشاخگی به دست می‌آید.

$$\frac{1}{Z_p(L, \omega)} = \frac{1}{Z_{d1}(0, \omega)} + \frac{1}{Z_{d2}(0, \omega)} \quad (21)$$

شرط مرزی خروجی برای درختچه‌ی شریان‌های کوچک نیز به صورت فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که لازم باشد مقدار مقاومت ناشی از بستر مویرگی وارد مسئله شود، مقدار مقاومت مشخصه به عنوان شرط مرزی خروجی در نظر گرفته می‌شود.

$$Z(L, \omega) = R_{\text{capillary}} \quad (22)$$

سرخرگ‌های این درختچه، امپدانس معادلی را برای آن به دست آورد [۲].



شکل ۳- ساختار درختچه شریان‌های کوچک [۲].

در سال ۲۰۰۶ کریم آذر از حل ساده‌ی جریان پویزلی برای به دست آوردن امپدانس معادل این درختچه‌ی شریانی استفاده کرد [۹، ۱۸]. در این روش با اندکی تغییر در رابطه‌ی مومتم (۲) می‌توان با فرض اینکه در رگ‌های کوچک جریان پویزلی^{۱۰} است، ترم اصطکاک را همانند کاری که برای رگ‌های بزرگ انجام داده شد از رابطه‌ی (۱۱) به دست آورد. به این ترتیب معادله‌ی (۲) به صورت زیر در می‌آید.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -k_R U \quad (12)$$

که در این رابطه $k_R = \frac{8\pi\nu}{A_0}$ است. با تبدیل فوریه گرفتن از این رابطه به همراه معادله‌ی پیوستگی دو رابطه‌ی زیر به دست خواهند آمد.

$$i\omega C \hat{P} + A_0 \frac{d\hat{U}}{dx} = 0 \quad (13)$$

$$(i\omega\rho + k_R) \hat{U} + \frac{d\hat{P}}{dx} = 0 \quad (14)$$

معادلات (۱۳ و ۱۴) تشکیل دو معادله خطی عادی را می‌دهند که حل آن‌ها بسیار ساده‌تر از معادلات ومرسلی است. با انجام یک سری عملیات ریاضی بسیار ساده از حل معادلات بالا، معادلات زیر حاصل خواهند شد.

$$\hat{Q}(0, \omega) = \cosh(\lambda L) \hat{Q}(L, \omega) + \frac{i\omega C}{\lambda} \sinh(\lambda L) \hat{P}(L, \omega) \quad (15)$$

$$\hat{P}(0, \omega) = \frac{\lambda}{i\omega C} \sinh(\lambda L) \hat{Q}(L, \omega) + \cosh(\lambda L) \hat{P}(L, \omega) \quad (16)$$

¹⁰ Poiseuille flow

معادلات را به صورت مشخصه درآورد ترم نشستی را برابر صفر گرفته است و از ازاوا [۳] برای استخراج معادله‌ی مشخصه از معادله‌ای ساده استفاده کرده است که لزوماً از نظر فیزیولوژیک نمی‌تواند صحیح باشد. اما در هر صورت محققین با استفاده از روش مشخصه‌ها توانستند به نتایجی دست پیدا کنند که با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند.

در این مطالعه برای اولین بار از روش حجم محدود برای حل معادلات پیوستگی و مومنت استفاده شده است. به این ترتیب اولاً کارایی این روش برای استفاده در شبکه‌ی رگ‌ها ارزیابی می‌شود. ثانیاً این روش این امکان را فراهم می‌سازد که مدل یک‌بعدی با مدل‌های سه بعدی که با روش‌های حجم محدود حل می‌شوند راحت‌تر کوپل شود. مزیت دیگر این روش آن است که می‌توان ترم‌های معادلات پیوستگی و مومنت، مانند ترم اتلاف اصطکاک و یا ترم نشستی را بر اساس اطلاعات فیزیولوژیکی بدون هیچ محدودیتی اعمال کرد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

برای صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی، نتایج کار حاضر با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی کریم آذر [۹] مقایسه می‌شود. ساختاری که به عنوان درخت شریان‌های اصلی در نظر گرفته شده است در شکل ۱ نشان داده شده است و اطلاعات مربوط به رگ‌های این ساختار در جدول ۱ مشخص شده است [۹].

برای مشخص شدن کامل هندسه مدل علاوه بر اطلاعات این جدول به پارامترهای درختچه‌ی شریان‌های کوچک نیز احتیاج است. اولین پارامتر، نمای ξ در رابطه‌ی نمایی است که نشان می‌دهد چگونه شعاع در یک دوشاخگی تغییر می‌کند.

$$r_p^\xi = r_{d1}^\xi + r_{d2}^\xi \quad (26)$$

در رابطه‌ی فوق p نشانگر شاخه‌ی مادر و نشانه‌های d بیانگر شاخه‌های دختر می‌باشند. عبارت ξ با توجه به نوع جریان و شکل دوشاخگی متفاوت است. برای جریان آرام در لوله‌ی

با اطلاعات و روابط فوق می‌توان امیدانس ابتدای درختچه شریانی را بر حسب پارامترهای مشخصه به صورت کامل به دست آورد.

برای محاسبه‌ی فشار خروجی از روی امیدانس و جریان خروجی ابتدا با استفاده از تبدیل فوریه، دبی از حوزه‌ی زمان به حوزه‌ی فرکانس برده می‌شود. حاصل ضرب امیدانس و دبی در حوزه‌ی فرکانس، فشار را در این حوزه نتیجه می‌دهد. حال با استفاده از تبدیل فوریه‌ی معکوس فشار به دست آمده از حوزه فرکانس به حوزه‌ی زمان انتقال می‌یابد.

$$\hat{Q}(\omega) = \mathcal{F}\{Q(t)\} \quad (23)$$

$$\hat{P}(\omega) = \hat{Q}(\omega)Z(\omega) \quad (24)$$

$$Q(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\hat{P}(\omega)\} \quad (25)$$

۴- حل عددی

در بسیاری از مدل‌سازی‌های یک‌بعدی جریان خون در سیستم رگ‌های اصلی بدن از روش مشخصه‌ها بهره گرفته شده است. در این روش، برای حل عددی، معادلات باید در راستای مسیر مشخصه فرموله شوند تا معادلات پاره‌ای به معادلات دیفرانسیل عادی تبدیل شوند این روش به علت مزیت‌هایی که دارد سال‌ها مورد توجه کارهای عددی بوده است. با این وجود تمام معادلات را نمی‌توان با این روش حل کرد. از مزیت‌های استفاده از این روش در شبکه‌ی سرخرگی قابلیت کوپل کردن این روش با مدل متمرکز یا لامپ ویندکسل است که معمولاً به عنوان شرط مرزی خروجی استفاده می‌شود. همچنین از مزیت‌هایی که این روش دارد مطابقت روش مشخصه‌ها با فیزیک جریان در داخل رگ‌های تغییر شکل پذیر است طوری که سرعت پخش موج فشاری پارامتری است که در استخراج معادله‌ی مشخصه نیز استفاده می‌شود. با این وجود از ایرادهای این روش آن است که نمی‌توان برخی از ترم‌ها را به معادلات حاکم اضافه کرد. به عنوان مثال از آنجایی که ترم نشستی در معادله‌ی پیوستگی باید از نتایج تجربی به دست آید نمی‌تواند هر مقداری را اتخاذ کند. الفسن [۲-۳] برای آنکه بتواند

$\xi = 2.33$ است [۳]. پارامتر دیگر ضریب عدم تقارن

مادر با روابط (۲۷ و ۲۸) به دست آورد که در این

روابط $\alpha = \left(1 + \gamma^2\right)^{\frac{-1}{\xi}}$ و $\beta = \alpha\sqrt{\gamma}$ است.

$$r_{d1} = \alpha r_p \quad (27)$$

$$r_{d2} = \beta r_p \quad (28)$$

برای مشخص شدن طول هر رگ در درختچه‌ی شریان‌های

کوچک، پارامتری تعریف می‌شود که نسبت طول به شعاع هر

رگ را مشخص می‌کند. مقدار این پارامتر با توجه به مشخصات

آماري به دست آمده است که در مدل حاضر $\frac{l}{r} = 50$ در نظر

گرفته شده است [۲]. در درختچه‌ی ساختار یافته‌ی شریان‌های

کوچک، شاخصی که تعیین می‌کند که دوشاخه شدن‌ها تا کجا

ادامه پیدا کنند شعاع کمینه‌ی رگ (R_{min}) است که در جدول ۱

مشخص شده است. این شعاع نشان می‌دهد که شاخه‌هایی که

شعاع آن‌ها از این مقدار کمتر شده‌اند دیگر به دو شاخه‌ی جدید

تقسیم نمی‌شوند. این شاخص با توجه به مقاومت انتهایی هر

رگ تعیین می‌شود.

اولین نتایج شبیه‌سازی در نمودار ۴ آمده است. این نمودار

دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن را نشان می‌دهد و نتایج

شبیه‌سازی حاضر را با نتایج کار کریم آذر و پسکین [۹] مقایسه

می‌کند. در نمودار ۵ فشار در این رگ‌ها مشاهده می‌شود.

همانطور که مشخص است نتایج به دست آمده تا حد خوبی با

جواب‌های کریم آذر مطابقت می‌کند که نشان می‌دهد روش به

کار گرفته شده در این تحقیق برای شبیه‌سازی جریان خون

داخل سرخرگ‌ها مناسب است.

با توجه به نمودارها و مباحث مطرح شده می‌توان به این

نتیجه رسید که با مدل یک‌بعدی در دست، یک آزمایشگاه

عددی در اختیار است که می‌توان برخی از موارد مربوط به

فیزیولوژی دستگاه گردش خون را با استفاده از این آزمایشگاه

عددی بررسی کرد.

استوانه‌ای $\xi = 3$ است. برای جریان مغشوش نیز این مقدار

هر چه این ضریب به یک نزدیک‌تر باشد $\gamma = \frac{r_{d2}^2}{r_{d1}^2}$

درختچه متقارن‌تر و هرچه به صفر نزدیک باشد درختچه

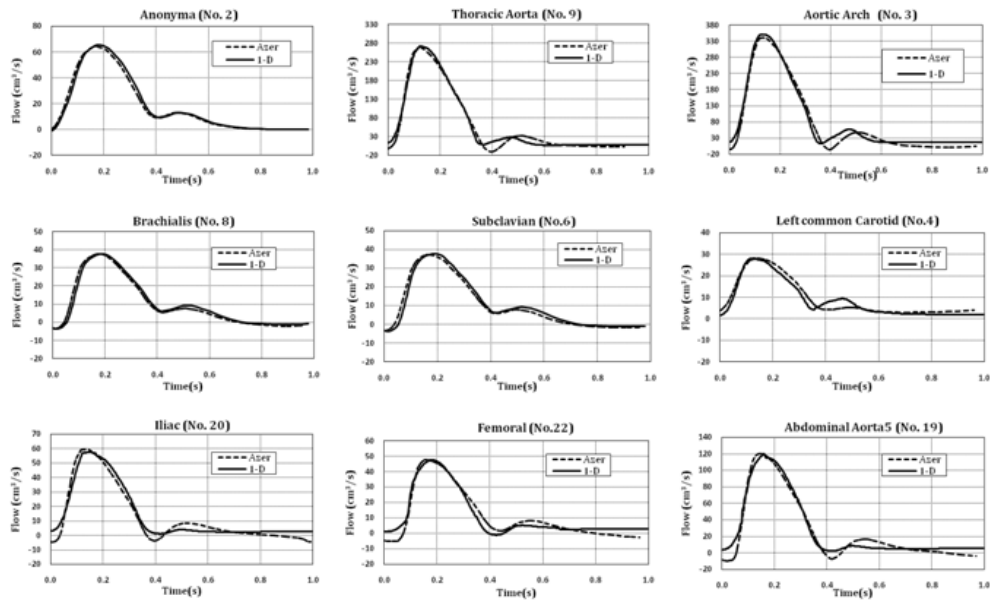
نامتقارن‌تر می‌شود. در مدل حاضر ضریب عدم تقارن برابر با

۰.۴ در نظر گرفته می‌شود [۲]. با داشتن این دو پارامتر

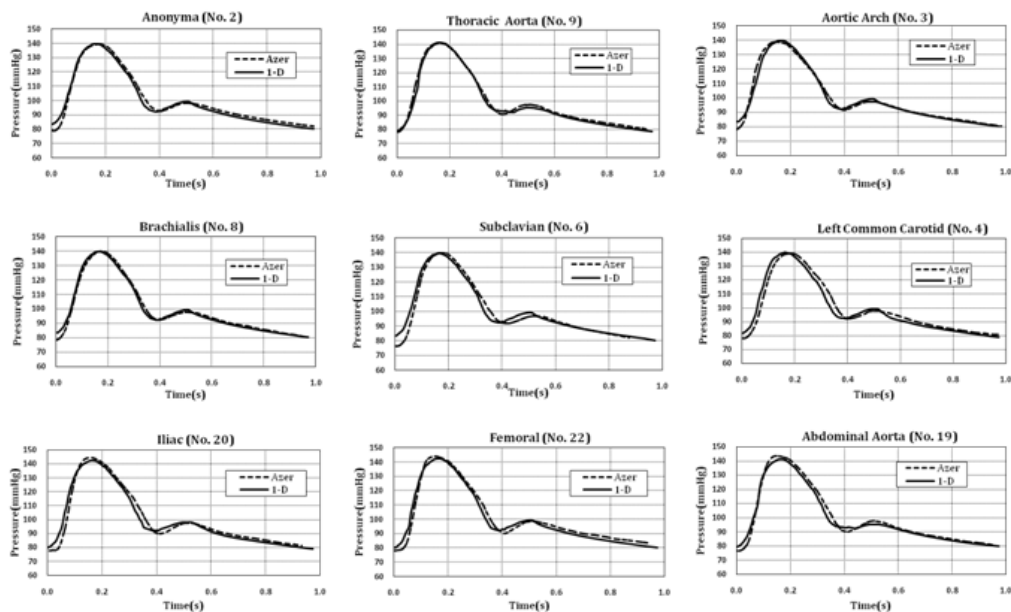
می‌توان شعاع شاخه‌های دختر را از روی شعاع شاخه‌های

جدول ۱- مشخصات رگ‌های درخت شریانی نمایش داده شده در شکل ۱ [۹]

Artery number	Artery name	Radius (cm)	Length (cm)	R_{min} (cm)
1	Ascending Aorta	1.195	7	-
2	Anonyma	0.7	3.5	-
3	Aortic Arch1	1.125	1.8	-
4	Left Common Carotid	0.285	19	0.03
5	Aortic Arch2	1.1	1	-
6	Subclavian	0.36	43	0.01
7	Right Common Carotid	0.285	17	0.02
8	Brachialis	0.36	43	0.01
9	Thoracic Aorta	0.97	18	-
10	Celiac Axis	0.3	3	0.02
11	Abdominal Aorta1	0.84	2	-
12	Superior Mesentric	0.33	5	0.02
13	Abdominal Aorta2	0.815	2	-
14	Renal1	0.265	3	0.02
15	Abdominal Aorta3	0.975	1	-
16	Renal2	0.265	3	0.02
17	Abdominal Aorta4	0.76	6	-
18	Inferior Mesentric	0.29	4	0.01
19	Abdominal Aorta5	0.715	3	-
20	External Iliac Left	0.44	6.5	-
21	External Iliac right	0.44	6.5	-
22	Femoral Left	0.415	13	-
23	internal iliac left	0.2	4.5	0.01
24	femoral Right	0.415	13	-
25	internal iliac right	0.2	4.5	0.01
26	Deep femoral left	0.2	11	0.01
27	femoral left	0.35	44	0.01
28	deep femoral right	0.2	11	0.01
29	femoral Right	0.35	44	0.01



شکل ۴- نمودار دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن. نتایج به دست آمده با کار حاضر با نتایج کریم آذر [۹] مطابقت خوبی نشان می‌دهند.



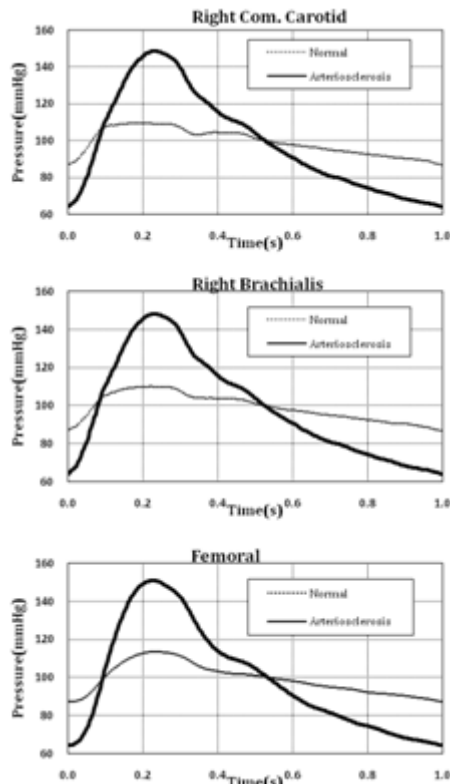
شکل ۵- نمودار دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن. نتایج به دست آمده با کار حاضر با نتایج کریم آذر [۹] مطابقت خوبی نشان می‌دهند.

رگ‌های مخروطی در طول لوله، فشار متوسط باید با دور شدن از قلب کاهش پیدا کند.

شکل ۸ فشار متوسط خون را در مسیر رگ‌هایی که خون را به سمت دست راست می‌رسانند نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود فشار متوسط با دور شدن از قلب افت پیدا کرده است.

در مطالعات فیزیولوژیکی مشخص شده است که پروفیل موج فشار با دور شدن از قلب در رگ آئورت تیزتر می‌شود. شکل ۷ پروفیل فشار را در چند نقطه نشان می‌دهد. همان‌طور که از این نمودار نیز مشخص است پروفیل فشار با دور شدن از قلب تیزتر می‌شود که با شاخص‌های فیزیولوژیکی مطابقت دارد. همچنین با توجه به افت اصطکاک و افزایش سرعت در

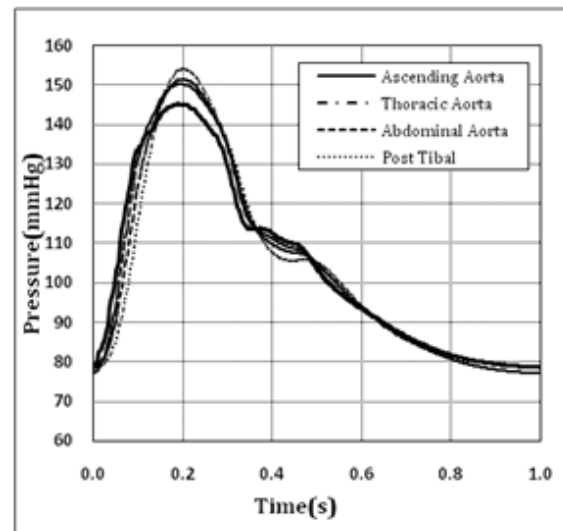
نحوه‌ی انتشار موج فشار و جریان به دست آید. استفاده از روش حجم محدود برای شبیه‌سازی جریان خون در این پروژه برای اولین بار صورت گرفت، در حالی که در تمام مدل‌سازی‌های



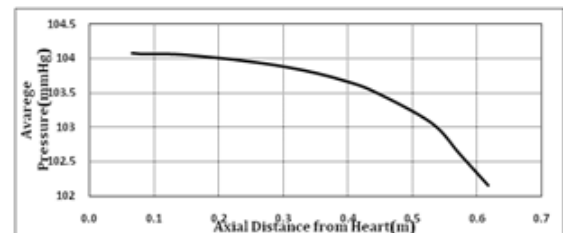
شکل ۸- پروفیل فشار در چند رگ در حالت نرمال و زمانی که ضریب شلی یک‌چهارم حالت نرمال است.

عددی صورت گرفته از روش مشخصه‌ها و المان محدود برای مدل‌سازی دستگاه گردش بهره گرفته می‌شد. به این ترتیب مشخص شد که این روش نیز می‌تواند به اندازه روش مشخصه‌ها در این گونه مسائل کاربرد داشته باشد.

با توجه به پالسی بودن جریان در داخل رگ‌های سیستمیک اصلی بدن و بالا بودن عدد و مرسلی در آن‌ها، سهموی گرفتن پروفیل سرعت به نظر دقیق نمی‌رسد. با این وجود انتخاب پروفیل سرعت تنها در عبارتهای جابجایی و اصطکاک تاثیر می‌گذارد که اثر این عبارتها چندان مهم نیستند. بیماری تصلب شراین معمولاً با افزایش فشار خون همراه می‌باشد. در این تحقیق به صورت عددی نشان داده شد که چگونه افزایش مدول الاستیسته رگ‌ها باعث افزایش فشار خون می‌شود. همچنین



شکل ۶- تیزتر شدن شکل پروفیل فشار با دور شدن از قلب.



شکل ۷- کاهش فشار متوسط با دور شدن از قلب

از مشخصه‌های فیزیولوژیکی دیگری که در مدل حاضر مطالعه شده اثر بیماری تصلب شراین بر جریان خون است. در بیماری تصلب شراین دیواره‌ی سرخرگچه‌ها از حد طبیعی صلب‌تر می‌شود و انبساط‌پذیری رگ‌ها کاهش پیدا می‌کند. در این جا برای بررسی اثر این بیماری بر شکل پروفیل فشار، ضریب شلی سرخرگچه‌ها تا $1/4$ حالت نرمال کاهش داده می‌شود و پروفیل فشار در این حالت با حالت نرمال مقایسه می‌شود. همانطور که از شکل ۸ مشخص است با کاهش ضریب شلی فشار سیستولی افزایش و فشار دیاستولی کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌کند.

۶- نتیجه‌گیری

با توجه به مطالب ارائه شده در این مقاله و نتایج نشان‌داده شده مشاهده شد که با استفاده از مدل یک‌بعدی امکان این موضوع فراهم شد تا در سیستم شریان‌های سیستمیک بدن

- [12] Liang, Shu, T., Ryutaro, H. and Hao, L.. (2009). Multi-scale modeling of the human cardiovascular system with applications to aortic valvular and arterial stenoses. *Med Biol Eng Comput* 47:743–755.
- [13] Caro, C., Pedley, T., Schroter, R. and Seed, W. (1978). *The Mechanics of the Circulation*. Oxford University Press, Oxford, U.K.
- [14] Rockwell, R., Anliker, M., and Eisner, J. (1974). Model studies of the pressure and flow pulses in a viscoelastic arterial conduit. *Franklin Inst.* 297: 405-427.
- [15] Tardy, Y., Meiseter, J., Perret, R., Brunner, H., and Arditi, M. (1991). Non-invasive estimate of the mechanical properties of peripheral arteries from ultrasonic and photoplethysmographic measurements. *Clin. Phys. Physiol. Meas.* 12: 39-54.
- [16] Ottesen, T.J., Olufsen S.M., Hesper, K.L. (2004). *Applied Mathematical in Human Physiology*. SIAM, ISBN 0-89871-539-3.
- [17] Stergiopoulos, N., Young, D. and Rogge, T. (1992). Computer simulation of arterial flow with applications to arterial and aortic stenosis. *Journal of Biomech.* 25: 1477–1488.
- [18] Azer, K. (2006). A One-dimensional Model of Blood Flow in Arteries with Friction and Convection Based on the Womersley Velocity Profile. Karim Azer and Charles S. Peskin. (2007). Ph.D. thesis, New York University
- [19] Waite. (2006). *Biofluid Mechanics in Cardiovascular Systems*. 1st Edn., McGraw-Hills, New York, pp: 201. ISBN-10: 0071447881.

مشخص شد که با دور شدن از قلب پروفیل فشار در حالت نرمال تیزتر می‌شود. ولی به علت افت‌های اصطکاکی متوسط فشار در طول رگ‌های کاهش پیدا می‌کند هرچند مقدار این افت چندان زیاد نیست.

مراجع:

- [1] Ozawa, E.T. (1996). A Numerical Model of the Cardiovascular System for Clinical Assessment of Hemodynamic State. Ph.D. thesis, *Massachusetts Institute of Technology*.
- [2] Olufsen, S. M., Charles, S.P., Kim, W., Erik M. P., Nadim, A., Larsen, J. (2000). Numerical Simulation and Experimental Validation of Blood Flow in Arteries with Structured-Tree Outflow Conditions. *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 28, pp. 1281–1299.
- [3] Olufsen, S.M. (1998). Modeling the Arterial System with Reference to an Anesthesia Simulator. Ph.D thesis, *UNIVERSITAS ROSKILDENSIS*.
- [4] Formaggia, L. and Venziani, A. (2004). Geometrical Multiscale Models for the Cardiovascular System. *ABMart.cls* (pp.1 {48} Warsaw.
- [5] Formaggia, L., Lamponi, D. and Quartermoni, A. (2003). One-dimensional models for blood flow in arteries. *Journal of Engineering Mathematics* 47: 251–276.
- [6] Formaggia, L., Gerbeau, J.F., Nobile, F., Quarteroni, A. (2001). On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equation for flow problems in compliant vessels. *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 191 561-582
- [7] Koen, S. Matthys, Alastruey, J., Peiro, J., Ashraf W.K., Segers, P., Pascal, R.V., Kim H.P., Sherwin, S.J. (2007). Pulse wave propagation in a model human arterial network: Assessment of 1-D numerical simulations against in vitro measurements. *Journal of Biomechanics* 40 3476–3486
- [8] Sherwin, S.J., Frank, V., Peiro, J. and Parker, K. (2003). One-dimensional modeling of a vascular network in space-time Variables. *Journal of Engineering Mathematics* 47: 217–250.
- [9] Azer, K. and Charles S.P. (2007). A One-dimensional Model of Blood Flow in Arteries with Friction and Convection Based on the Womersley Velocity Profile. *Cardiovascular Eng* 7:51–73. DOI 10.1007/s10558-007-9031-y.
- [10] Myers, L.J. and Capper, W.L. (2004). Exponential taper in arteries: an exact solution of its effect on blood flow velocity waveforms and impedance. *Medical Engineering & Physics* 26 147–155.
- [11] Bessems, D., Christina G. Giannopapa, Marcel C.M. Rutten and Frans N. van de Vosse. (2008). Experimental validation of a time-domain-based wave propagation model of blood flow in viscoelastic vessels. *Journal of Biomechanics* 41 284–291.