

## A New Hybrid Algorithm for Simulation of Cutting Soft Tissue Using Finite Element Method

M. Saeidirad<sup>1</sup>, H.A. Talebi<sup>2</sup>, M. Zareinejad<sup>3\*</sup>, M.R. Dehghan<sup>4</sup>

<sup>1</sup> M.Sc, Robotic Department, Faculty of Robotic Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran,  
M\_saeidirad@aut.ac.ir

<sup>2</sup> Professor, Control Department, Faculty of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran,  
Alit@aut.ac.ir

<sup>3\*</sup> Assistant Professor, New Technologies Research Center (NTRC), Faculty of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

<sup>4</sup> Ph.D Student, Manufacturing Department, Faculty of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran,  
Mr\_dehghan@aut.ac.ir

### Abstract

Computationally fast biomechanical models are required to present the actual behavior of soft tissue in real-time simulation. These models are applied in medical diagnosis, surgical planning and training. One of the challenges in the surgical simulation is soft tissue cutting that requires topology changes and elements remeshing in real-time. This paper presents a new algorithm for soft tissue cutting using its geometric analysis. This method creates a less number of degrees of freedom and shows a stable simulation that leads in less tissue damage as compared to other methods. According to the simulation results, the proposed algorithm has a relatively high speed. In addition, a mapping method has been proposed that relates physical and visual model and consequently shows a more realistic surgery. In order to achieve a physics based, accurate and reliable force model, Finite Element Method is used. Finally, the proposed algorithm is simulated for three-dimensional soft tissue tumor and evaluated using the SOFA-Framework.

**Key words:** Finite Element method, Soft Tissue Cutting, Biomechanic, Haptics Systems, Surgery Simulation.

\* Corresponding author

Address: New Technologies Research Center (NTRC), Faculty of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), P.O.Box: 15875-4413, Postal Code: 467, Tehran, I.R. Iran

Tel: +98 21 64402044

Fax: +98 21 66406469

E-mail: Mzare@aut.ac.ir

## ارائه الگوریتمی ترکیبی برای شبیه‌سازی برش بافت نرم با استفاده از روش اجزای محدود

مرضیه سعیدی‌راد<sup>۱</sup>، حیدرعلی طالبی<sup>۲</sup>، محمد زارعی‌نژاد<sup>۳\*</sup>، محمدرضا دهقان<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد رشته رباتیک، گروه مستقل رباتیک، دانشکده مهندسی رباتیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

M\_saeidirad@aut.ac.ir

<sup>۲</sup> استاد، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران Alit@aut.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار، پژوهشکده فناوری‌های نو، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

<sup>۴</sup> دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، گروه ساخت و تولید، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

Mr\_dehghan@aut.ac.ir

### چکیده

شبیه‌سازی بی‌درنگ برای نشان دادن رفتار واقعی بافت نرم به مدل‌های بیومکانیک دقیقی نیاز دارد که دارای محاسبات سریع باشد. این مدل‌ها در خدمت کاربردهایی از جمله تشخیص پزشکی، برنامه‌ریزی و آموزش جراحی است. یکی از چالش‌ها در شبیه‌سازی عمل جراحی، برش بافت نرم است که به تغییرات ساختار هندسی و مش‌بندی مجدد عناصر در زمان بصورت آنی نیاز دارد. در این مقاله الگوریتم برشی با توجه به تحلیل هندسی بافت پیشنهاد شده است به طوری که تعداد درجات آزادی کمی تولید کرده و شبیه‌سازی پایدارتری را با آسیب کمتر به بافت نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی، الگوریتم پیشنهادی از سرعت نسبتاً زیادی برخوردار است. علاوه بر الگوریتم پیشنهادی برش، روش نگاشتی پیشنهاد شده است که ارتباط بین مدل فیزیکی عناصر و مش‌بندی بصری و برخورد را برقرار ساخته و عمل جراحی واقعی‌تری را نشان می‌دهد. در این مقاله برای به دست آوردن نتایج قابل اعتماد، از مدل فیزیکی، دقیق و محاسباتی اجزای محدود استفاده شده است. روش اجزای محدود برای پایداری، دقت و عملکرد کافی در شبیه‌سازی آنی به کار می‌رود. الگوریتم پیشنهادی در محیط شبیه‌سازی SOFA برای بافت نرم سه‌بعدی توموری شکل ارزیابی شده است.

کلیدواژه‌گان: اجزای محدود، برش بافت نرم، بیومکانیک، سیستم‌های هپتیک، شبیه‌سازی جراحی.

\*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، تقاطع خیابان حافظ و سمیه، دانشگاه صنعتی امیرکبیر کدپستی: ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵

تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۰۲۰۴۴-۰۲۱، دورنگار: ۰۲۱-۶۶۴۰۶۴۶۹، پیام‌نگار: Mzare@aut.ac.ir

## ۱- مقدمه

امروزه کاربردهای متنوعی از گرافیک کامپیوتری در شبیه‌سازی‌های پزشکی و برنامه‌های کاربردی مانند تشخیص پزشکی، آموزش جراحی و طرح و عملیات جراحی وجود دارد. در برخی برنامه‌های کاربردی مانند شبیه‌سازی‌های پزشکی، کاربر نیاز به پارگی، برش و یا بخیه اندام‌های بدن دارد. در تمام این کاربردها نیاز به شبیه‌سازی اشیای تغییرشکل‌پذیر و تغییر ساختار هندسی است. بمنظور شبیه‌سازی پزشکی - که باید به صورت تعاملی و در زمان آنی انجام شود - نیاز به الگوریتم‌های دقیق و سریع است. یکی از عملیات معمول در جراحی‌ها برش بافت نرم با تیغه جراحی است که کاری چالش برانگیز برای شبیه‌سازی بی‌درنگ با دقت کافی است. این عملیات نیازمند به‌روز شدن معادلات نیرویی و توسعه الگوریتم‌های جدید برای کنترل عمل مش‌بندی مجدد است. در حال حاضر روش‌های گرافیک کامپیوتری برای تغییرات ساختار هندسی موجود هستند که بعضی از این روش‌ها غیرتعاملی و ناپایدارند و یا از دقت کافی برای کاربردهای پزشکی برخوردار نیستند. در مقایسه با روش‌های موجود روش اجزای محدود<sup>۱</sup>، پایدار، دقیق، با عملکرد مناسب برای جراحی مجازی بصورت آنی است. از سویی دیگر با توجه به مزیت‌های این روش لازم است الگوریتم‌هایی ایجاد و طراحی شود که الزامات روش FEM را تحقق بخشد. الگوریتم‌های لازم برای طراحی شبیه‌ساز جراحی با روش اجزای محدود عبارت‌اند از: انتگرال‌گیری زمانی، روش‌های مش‌بندی، تشخیص برخورد و روش‌های نگاشت. بنابراین مهم است الگوریتمی انتخاب شود که از نظر عملکرد عالی و با دیگر الگوریتم‌ها سازش‌پذیرتر و تعاملی‌تر باشد؛ علاوه بر این شبیه‌سازی بی‌درنگ را نیز نشان دهد. از جمله مشکلات شبیه‌سازی برش بافت نرم تولید مش داخلی، ایجاد عناصر بدشکل، ناپایداری و تأخیر در سازگاری پویا در گام‌های زمانی است.

روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی برش بافت نرم پیشنهاد شده‌اند [۱]. در این روش‌ها سعی می‌شود که تعداد عناصر جدید تولید شده بعد از برش را کاهش داده شود. تولید عناصر جدید با کیفیت خوب، ساختار مش‌بندی بین عناصر را

در مسیر برش پیوسته نگه داشته و مسیر برش مستقیمی را در مسیر ابزار برش می‌سازد. روش‌های اصلی که برای شبیه‌سازی برش به کار می‌روند شامل حذف عناصر [۲،۳]، تقسیم عناصری که با ابزار برش تلاقی پیدا کرده‌اند [۴،۵،۶]، و نیز جداسازی عناصر در طول مسیر برش [۷،۸،۹،۱۰] و نیز مش‌بندی مجدد بعد از جداسازی عناصر هستند [۱۱].

در روش تقسیم‌بندی، عناصر به عناصر کوچک‌تر تقسیم می‌شوند [۱۲]. در این روش ممکن است عناصری با شرایط بد تولید شده و در نتیجه سبب ناپایداری شوند. علاوه بر آن درجه آزادی افزایش می‌یابد که به طور مستقیم بر عملکرد شبیه‌سازی تأثیر می‌گذارد. روش دیگر، حذف عناصر در محل برخورد با تیغه جراحی است [۱۳]. این روش با وجود اینکه بر پایداری شبیه‌سازی تأثیر نمی‌گذارد و شبیه‌سازی پایدار می‌ماند، از نظر فیزیکی حجم بافت را کاهش می‌دهد. روش دیگر Elements Split and Node Snapping است [۱۴]. در این روش مسیر برش بسته‌ای با استفاده از snapping رئوس در نزدیک تیغه جراحی ایجاد می‌شود. از ضعف‌های این روش می‌توان به تولید عناصری بد شکل و با حجم بی‌نهایت کوچک و نیز ایجاد عناصری در ناحیه‌های کوچک - که باعث ناپایداری عددی می‌شود - اشاره کرد. روش دیگر ترکیب روش تقسیم‌بندی عناصر با snapping است [۱۵].

در این مقاله چارچوبی خاص برای روش اجزای محدود به عنوان یک جزء ساخته، و روش نگاشت جایگزینی طراحی شده است که ارتباط بین عناصر FEM را با مش‌بندی‌های بصری و برخورد برقرار کرده؛ در نتیجه ارتباط با کاربر را پویاتر ساخته است. علاوه بر آن الگوریتم برشی با توجه به تحلیل هندسی بافت پیشنهاد شده که با توجه به روش نگاشت جایگزین، پاسخ سریع را بدست می‌آورد. بعد از برش، برای جلوگیری از به‌وجود آمدن مشکلات احتمالی، با روشی مانند هموارکردن [۱۴] و انتقال ساختار هندسی [۱۶]، مش‌بندی بهبود داده شده؛ در نهایت کیفیت مش‌ها اندازه‌گیری می‌شود.

در این مقاله از چارچوب SOFA<sup>۲</sup> [۱۷،۱۸] برای شبیه‌سازی برش بافت استفاده شده است و کلیه الگوریتم‌ها برای بافت نرم سه‌بعدی توموری شکل، با واسط هپتیکی ۶

<sup>۱</sup> Finite Element Method (FEM)<sup>۲</sup> Simulation Open Framework Architecture

درجه آزادی Phantom آزموده، و اجرا شده است.

۲- روش

۲-۱- مدل نیرویی

$$C_m = Z \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (6)$$

$B_m$ ، ماتریس جابجایی کرنش است که عناصر آن وابسته به تابع شکلی و موقعیت رأس‌های مش‌بندی است.

برای حل سیستم معادله دینامیک (۱)، متغیرهای وابسته به زمان باید گسسته‌سازی شوند. بنابراین باید معادله بالا در نقاط گسسته در گام‌های زمانی  $\Delta t$  حل شود و موقعیت، سرعت و شتاب گره‌ها در مدل بررسی شده؛ در هر مرحله از شبیه‌سازی به‌روزرسانی شود. انتخاب اندازه گام زمانی بسیار مهم است؛ زیرا انتخاب اندازه گام زمانی بزرگ ممکن است منجر به واگرایی شود و یا انتخاب مقدار زمانی خیلی کوچک افزایش محاسبات را همراه دارد. برای سیستم‌های دینامیک، انتگرال‌گیری زمانی بصورت دو روش انتگرال‌گیری صریح یا ضمنی است. مزیت انتگرال‌گیری ضمنی در مقایسه با انتگرال‌گیری صریح، پایداری بدون قید و شرط است؛ ولی حجم محاسبات آن در مقایسه با انتگرال‌گیری صریح بیشتر است. انتگرال‌گیری تفاضل مرکزی رایج‌ترین روش برای حل معادلات دینامیک غیرخطی و نیز رفتار غیرخطی بافت است. در این مقاله از روش انتگرال‌گیری تفاضل مرکزی استفاده شده است [۲۰، ۲۱]. معادله دینامیک به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C\right)^{t+\Delta t} U = \quad (7)$$

$${}^t R - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M\right) {}^t U - \left(\frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C\right) {}^{t-\Delta t} U$$

برای افزایش سرعت محاسبات می‌توان ماتریس جرم و استهلاک را به صورت قطری در نظر گرفت. با توجه به معادله (۷) جابجایی گره‌ها در زمان  $t+\Delta t$  محاسبه می‌شود.

روش FEM از پرکاربردترین و مؤثرترین روش‌های محاسباتی است. این روش برای حل معادلات مشتقات جزئی و معادلات انتگرال مکانیک محیط‌های پیوسته- که رفتار بافت نرم را نشان می‌دهد- کاربرد دارد. روش اجزای محدود وابسته به فیزیک و مکانیک شی بوده؛ هم‌چنین دقیق‌ترین روش برای شبیه‌سازی رفتار بافت نرم است [۱۹]. در این روش مدل مورد بررسی به تعدادی جزء تقسیم می‌شود. جابجایی‌ها و موقعیت‌های عناصر به مفادیر گره‌ای درونیابی می‌شوند. برای هر عنصر معادلات مشتقات جزئی حرکت نقاط را- که پیوسته است- می‌توان به صورت زیر در سیستم معادلات مشتقات جداگانه بیان کرد:

$$M\dot{U} + CU + KU = F \quad (1)$$

$U$  بردار جابجایی گره‌ای،  $M$  ماتریس جرم ماده،  $C$  ماتریس استهلاک،  $K$  ماتریس سختی ماده و  $F$  بردار نیروی خارجی گره‌ای است.

ماتریس‌های جرم، استهلاک و سختی به ترتیب با استفاده از معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$M = \sum_{m=1}^k M_m = \sum_{m=1}^k \int_{A_m} \rho_m H_m^T H_m dA_m \quad (2)$$

که  $M_m$  و  $H_m$  به ترتیب ماتریس‌های جرم و تابع شکلی هر المان و  $\rho_m$  چگالی ماده است.

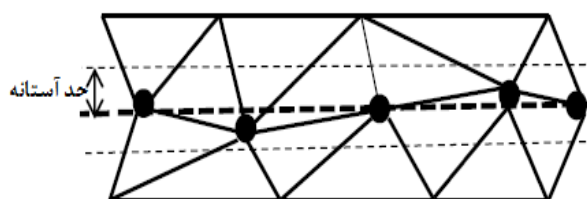
$$D = \sum_{m=1}^k D_m = \sum_{m=1}^k \int_{A_m} \kappa_m H_m^T H_m dA_m \quad (3)$$

در رابطه فوق  $D_m$  ماتریس استهلاک هر المان و  $\kappa_m$  ضریب استهلاک است.

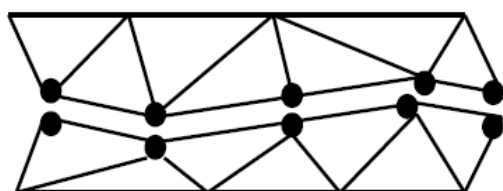
$$K = \sum_{m=1}^k K_m = \sum_{m=1}^k \int_{A_m} B_m^T C_m B_m dA_m \quad (4)$$

که در آن  $K_m$ ،  $B_m$  و  $C_m$  به ترتیب ماتریس‌های سختی، جابجایی کرنش و ثابت ماده برای هر جزء هستند.  $C_m$ ، ماتریس ثابت ماده است که عناصر آن بر اساس ویژگی‌های فیزیکی بافت از جمله مدول الاستیسیته و ضریب پواسن طبق معادله زیر بدست می‌آید:

که در صفحه برش قرار دارند با تعیین آستانه‌ای نزدیک به صفحه برش انتخاب می‌شوند و به سمت آن کشیده می‌شوند. همچنین لبه‌هایی که با این صفحه تلاقی یافتند، تعیین می‌شوند. برای جلوگیری از ایجاد عناصر کوچک و بدشکل، رئوسی که نزدیک به سطح تیغه هستند، شناسایی می‌شوند. در طول این رئوس اجزای موجود جدا می‌شوند و یا به عناصر کوچکتر تقسیم می‌شوند. در مرحله جدا شدن رئوس انتخابی دوتایی شده؛ لبه‌ها نیز جدا می‌شوند. همان‌طور که در قسمت (الف) شکل (۱) مشاهده می‌شود، سطح برش تقریب زده شده است. در حد آستانه‌ای نزدیک به مسیر برش، رئوسی که در این محدوده قرار دارند، انتخاب و ذخیره می‌شوند. همچنین لبه‌هایی که با سطح برش تلاقی یافتند، انتخاب می‌شوند. در بخش (ب) شکل (۱) نیز مشاهده می‌شود که در طول رئوس انتخابی، اجزا جدا می‌شوند و برش انجام می‌شود.



الف) لبه‌هایی که توسط سطح تقریب زده شده، قطع داده شده و رئوسی که در حد آستانه برش قرار دارند، انتخاب می‌شوند.



ب) رئوس برش انتخابی دوتایی شده و لبه‌های برش انتخابی جدا می‌شوند.

شکل (۱) - انتخاب رئوس و لبه‌های برش به صورت دو بعدی

### ۲-۳-۲- روش بهبود الگوریتم برش

هنگامی که برش انجام می‌شود، ممکن است اجزای بدشکل به وجود آید که این مسأله سبب ناپایداری عددی می‌شود. در شکل (۲)، دو جزء بدشکل به صورت دو بعدی نشان داده شده است.

### ۲-۲- الگوریتم تشخیص برخورد

در شبیه‌سازی سیستم هپتیکی ابزار برش صفحه‌ای چهارگوشه در نظر گرفته شده است. برای تشخیص برخورد، سه رأس از چهار رأس سطح مربعی شکل، انتخاب می‌شوند. وقتی ابزار (صفحه متشکل از سه موقعیت) با یک جزء تماس پیدا می‌کند، برخورد با الگوریتم تشخیص شناسایی می‌شود. ابتدا برخورد، نقطه‌ای خواهد بود؛ بعد از آن نزدیک‌ترین جزء به نقطه برخورد، جستجو و تشخیص داده می‌شود و سپس همسایه‌های نزدیک به جزء مذکور تا زمانی که تیغه جراحی با نقاط بعدی تماس پیدا می‌کند، در لیستی ذخیره می‌شوند. در واقع از الگوریتم تشخیص برخورد و علامت‌گذاری نقاط استفاده می‌شود؛ در نتیجه این امکان را می‌دهد که لیست همسایه‌ها در ناحیه برخورد سریع‌تر ذخیره و گسترش داده شود.

### ۲-۳- الگوریتم برش و روش بهبود آن

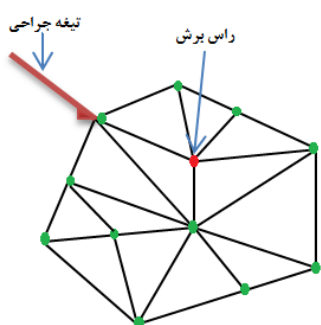
الگوریتم‌های برش را می‌توان به سه نوع اصلی تقسیم‌بندی کرد: غیرپیش‌رونده، پیش‌رونده و نیمه‌پیش‌رونده. برش غیرپیش‌رونده در بیشتر موارد نیاز به مشخص کردن نقاط ابتدا و انتهای برش دارد. این روش سریع و مؤثر است؛ ولی برای شبیه‌سازی‌های جراحی مورد قبول نیست (برای نشان دادن برش در زمان آنی مناسب نیست). برش پیش‌رونده، زیرتقسیم عناصر در حین عمل برش را نشان می‌دهد که محاسبات زیادی دارد. در روش نیمه‌پیش‌رونده زمانی که ابزار در تمام اجزا از طرفی به طرف دیگر حرکت می‌کنند، جزء برش داده می‌شود. در این روش تأخیری قبل از نشان دادن عمل برش وجود دارد. البته در زمان مش‌بندی مجدد مناسب، تأخیر در روش نیمه‌پیش‌رونده می‌تواند ناچیز در نظر گرفته شود. در این مقاله روشی نیمه‌پیش‌رونده پیشنهاد شده است.

### ۲-۳-۱- الگوریتم برش

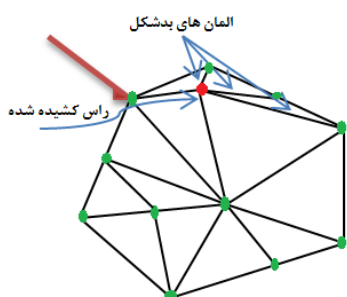
این روش، روشی ترکیبی برای برش بافت نرم است و شامل دو مرحله اساسی است، بطوری که این مراحل مستقل از یکدیگر هستند. در گام اول با توجه به حرکت تیغه جراحی، صفحه برشی تقریب زده می‌شود. به این معنی که مسیر برش به مسیر تیغه جراحی بسیار نزدیک است. مجموعه‌ای از رئوس

مثلث سطحی  $\Delta$  تصویر عمودی گره  $v$  روی محل تقاطع سطح تقریب زده برش، با سطح مثلثی  $\Delta$  محاسبه می‌شود. در این روش  $d$  نزدیک‌ترین تصویر معتبر و چهاروجهی  $T$  شامل  $d$  است. اگر چنین تصویری موجود نباشد الگوریتم متوقف می‌شود.

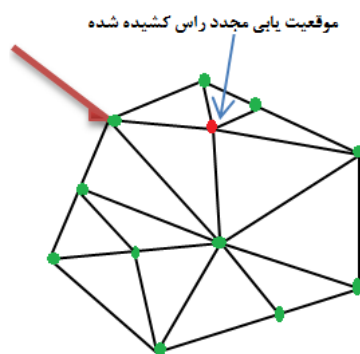
- گره به موقعیت اصلی  $D$  حرکت داده می‌شود. در ادامه برای آزادسازی محلی موقعیت گره‌ها با توجه به انتقال چهاروجهی ( $d$ )، گره به موقعیت اصلی خود قبل از تغییر شکل ( $D$ )، تغییر مکان داده می‌شوند.



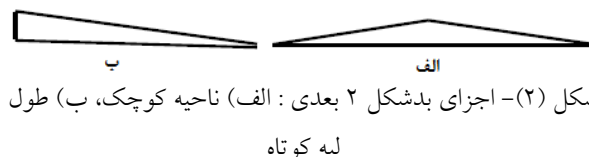
الف) قبل از عمل Node Snapping



ب) تولید اجزای بدشکل بعد از کشیده شدن رئوس



ج) مش‌بندی مجدد محلی با موقعیت‌یابی مجدد رئوس کشیده شده

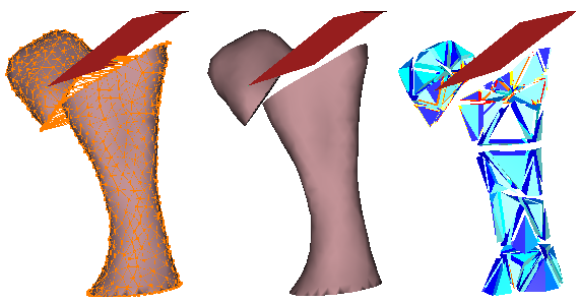


بنابراین لازم است الگوریتم برش بهبود داده شود. در گام دوم برای بهبود و تقریب بهتر عمل برش و برای جلوگیری از به وجود آمدن اجزای بدشکل، رئوس انتخاب شده روی سطح تیغه حرکت داده می‌شوند و الگوریتم مش‌بندی محلی مجدد انجام می‌شود. موقعیت رئوس بعد از مش‌بندی مجدد، به‌روز می‌شوند و کیفیت مش‌ها با آزادسازی محلی بهبود می‌یابند. این مراحل در شکل (۳) نشان داده شده است. در نهایت پارامترهای تغییر شکل برای شبیه‌سازی پایدار، به‌روزرسانی می‌شوند و به ایجاد گره‌ها، به‌روزرسانی ساختار هندسی و دوباره محاسبه کردن ماتریس سختی عناصر جدید پرداخته می‌شود. موقعیت جدید رئوس در وضعیت آزاد نیز بدست می‌آید.

بنابراین برای از بین بردن اجزای بدشکل از تغییر مکان موقعیت گره‌ها (رئوس) استفاده می‌شود. که در این مقاله با تصویر عمودی گره‌ها بر روی سطح تقریب زده، برش انجام شده است. برای تغییر موقعیت گره  $v$ ، باید چهاروجهی  $T$  که با  $v$  برخورد کرده و شامل فاصله  $d$  (تغییر شکل چهاروجهی) است، شناسایی شود؛ سپس از فاصله  $d$  برای انتقال چهاروجهی شناسایی شده استفاده می‌شود. مراحل الگوریتم به صورت زیر انجام می‌شود:

- ابتدا با توجه به وضعیت گره  $v$  (داخلی یا سطحی) فاصله  $d$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:
  - ❖ اگر  $v$  گره داخلی است؛ تصویر عمودی گره  $v$  روی سطح تقریب زده شده برش، در وضعیت تغییر شکل یافته بافت، محاسبه می‌شود. چهاروجهی  $T$  که با  $v$  برخورد کرده و شامل فاصله  $d$  است، شناسایی می‌شود. اگر  $T$  وجود نداشته باشد، الگوریتم متوقف می‌شود.
  - ❖ اگر  $v$  گره سطحی است؛ تمام سطح‌هایی که با  $v$  برخورد دارند، شناسایی می‌شوند. برای هر

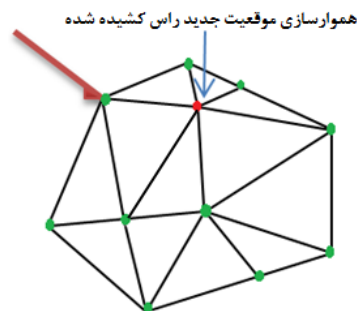
پس مدل فیزیکی، بصری و برخورد متفاوت از یکدیگر هستند. به‌طورکلی مش‌بندی مجدد در بخش بصری باید عملکرد بهتری داشته باشد. در شبیه‌سازی‌ها، لبه‌های مثلثی سطح جسم (ساختار هندسی بصری)، با لبه عناصر چهاروجهی (مدل فیزیکی) در یک زمان برش نمی‌یابند؛ در نتیجه نیاز به عمل نگاشت است که این عمل با استفاده از مختصات Bary Centric برای نگاشت مدل فیزیکی به مش‌بندی بصری و برخورد انجام می‌شود [شکل (۴)]. در هر گام زمانی، زمانی که چهاروجهی برش می‌یابد و تقسیم می‌شود، برای هر نقطه سطحی از مش‌بندی بصری، نزدیک‌ترین چهاروجهی که نقطه درون آن واقع می‌شود؛ پیدا می‌شود. سپس برای هر نقطه مختصات BaryCentric با توجه به چهاروجهی به‌دست آورده می‌شود و در ارتباط با آن، موقعیت نقطه، تغییر داده می‌شود.



الف) مدل فیزیکی (ب) مدل بصری (ج) مدل بصری و برخورد شکل (۴) - نگاشت بین مدل فیزیکی با مدل‌های بصری، برخورد و نتیجه شبیه‌سازی برش

## ۲-۶- پیاده‌سازی

برای پیاده‌سازی الگوریتم برش پیشنهادی، مدلی فیزیکی و سه بعدی از بافت نرم تومور با تعداد ۱۳۶ جزء چهاروجهی استفاده شده است. پارامترهای بافت شبیه‌سازی شده در جدول (۱) آورده شده است، به طوری که ویژگی‌های بافت مورد بررسی برابر با ویژگی بافت کبد واقعی است. مدل اولیه بافت مورد بررسی در نرم‌افزار گرافیکی طراحی شده است؛ سپس با استفاده از نرم‌افزار Tetgen [۲۲] مدل هندسی مش‌بندی شده است. در واقع در این مرحله به گسسته‌سازی دامنه پرداخته شده که جسم مورد بررسی به عناصر اولیه آن تقسیم می‌شود. بعد از ساخت مدل مش‌بندی شده، با استفاده از محیط SOFA



د) هموارسازی موقعیت جدید رئوس کشیده شده بعد از عمل مش‌بندی مجدد

شکل (۳) - مراحل بهبود اولیه الگوریتم برش

## ۲-۴- تغییر ساختار هندسی

به‌طورکلی وقتی برش صورت می‌گیرد، در قسمت‌هایی از بافت که برش اتفاق افتاده و اجزا به اجزای کوچک‌تر تقسیم شده‌اند، تغییراتی در نگاشت آن ایجاد می‌شود. در واقع بعد از محاسبه ماتریس‌های سختی، جرم و استهلاکی هر جزء سه بعدی (هر چهاروجهی) به صورت محلی<sup>۳</sup>، نگاشتی بین ماتریس هر جزء با ماتریس جهانی<sup>۴</sup> وجود دارد. برای شبیه‌سازی برش - که بر حسب فیزیک جسم است - طبیعتاً ماتریس‌های سختی، جرم و استهلاک زمانی که تغییر توپولوژی صورت می‌گیرد، باید تغییر کنند. در ابتدا برای تغییر این ماتریس‌ها زمانی که جزئی در لیستی قرار دارد که باید برش یابد، سهم آن جزء از ماتریس جهانی حذف می‌شود. در مرحله دوم گره‌های اضافی که حاصل از اجزای تولیدی بعد از برش هستند به ماتریس‌های محلی جزء مربوطه اضافه می‌شوند و ابعاد ماتریس‌ها افزایش می‌یابد؛ سپس نگاشت بین آن ماتریس‌ها با ماتریس جهانی انجام می‌شود و در نهایت ماتریس جهانی، تغییر و به‌روز می‌شود.

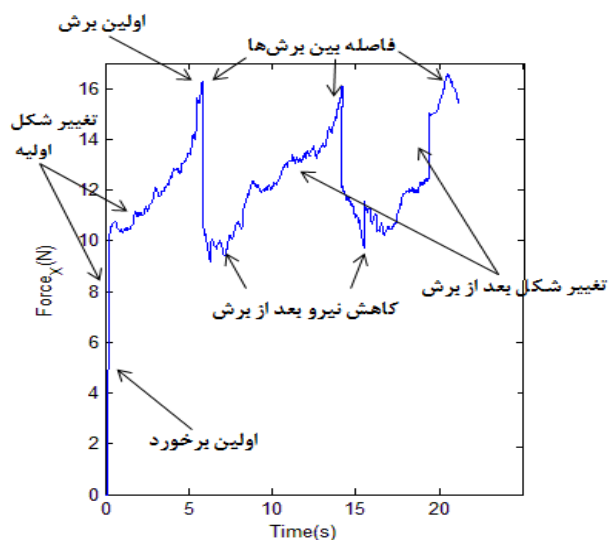
## ۲-۵- روش نگاشت

برای طراحی شبیه‌سازهای هپتیکی علاوه بر مدل‌سازی نیرویی بافت و حلقه هپتیکی، نیاز به حلقه گرافیکی است. برای شکل بصری در شبیه‌سازی سه بعدی، سطح مدل مورد بررسی، بصورت مثلثی مش‌بندی می‌شود؛ در حالی که مدل فیزیکی جسم در شبیه‌سازی سه بعدی به صورت چهاروجهی است.

<sup>3</sup>Local

<sup>4</sup>Global

کاهش می‌یابد و دوباره با افزایش نیروی اعمالی به بافت، بافت شروع به برش می‌کند.



شکل (۵) - نمودار نیرو بر حسب زمان در راستای محور X

بمنظور بررسی پایداری شبیه‌سازی، محاسباتی برای گام زمانی بحرانی شبیه‌سازی انجام شد. در واقع وقتی برش انجام می‌شود، برای کل اجزای بافت شبیه‌سازی شده، با استفاده از معادله (۸)، گام زمانی بحرانی محاسبه شد [۲۴]:

$$\Delta t_{crit} = \frac{c}{\sqrt{\lambda_{max} (M^{-1}K)}} \quad (8)$$

به طوری که  $\lambda_{max}$  بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس را نشان می‌دهد. M ماتریس جرم و K ماتریس سختی کل بافت شبیه‌سازی شده است. ثابت c مقداری است که با توجه به نوع انتگرال‌گیری زمانی استفاده شده تعیین می‌شود [۲۵]، که در آزمایش انجام شده این مقدار عدد ۲ است. با استفاده از معادله (۸) گام زمانی بحرانی برای کل اجزا به دست می‌آید. با انجام آزمایشی به منظور به دست آوردن گام زمانی، مقدار گام زمانی هر جزء - که دارای ماتریس جرم و سختی با ابعاد  $12 \times 12$  است - نیز محاسبه می‌شود. بعد از انجام محاسبات، نتیجه شد گام زمانی بحرانی هر جزء چهاروجهی از گام زمانی کل اجزا کمتر است؛ پس ناپایداری در حین شبیه‌سازی وجود نداشته است. در ادامه مسأله پایداری از دیدگاه دیگر بررسی می‌شود. بر این اساس - که بعد از سه مرحله برش بافت شبیه‌سازی شد - نتایج زیر طبق جدول (۳) حاصل شده است.

Framework الگوریتم برش و معادلات نیرویی دینامیک با روش اجزای محدود و الگوریتم نگاشت بین مدل‌ها، پیاده‌سازی شده است. در نهایت با استفاده از واسط هپتیک ۶ درجه آزادی Phantom، برش بافت شبیه‌سازی شده است و شکل (۴) نتیجه شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

جدول (۱) - پارامترها و ویژگی بافت شبیه‌سازی شده

پارامتر	علامت اختصاری	مقدار
طول لبه المان	$l$	۰/۵ cm
مدول الاستیسیته	$E$	۱۸۰۰ Pa
ضریب پواسن	$\nu$	۰/۴۹
چگالی ماده	$\rho$	۱۰۰۰ kg/m <sup>3</sup>
ضریب دمپینگ	$\alpha$	۰/۰۵
گام زمانی	$\Delta t$	۰/۰۰۱ S

جدول (۲) - مقایسه بین نتایج الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم

subdivision استاندارد

الگوریتم برش پیشنهادی	subdivision استاندارد	مش بندی اولیه	
۲۵۵	۵۴۳	۱۳۶	چهاروجهی‌ها
۸۳۳	۸۱۳	۲۶۵	پال‌ها
۱۵۱	۲۰۱	۶۹	راس‌ها

جدول (۲) مقایسه نتایج بین الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم Subdivision استاندارد را نشان می‌دهد [۲۳]. طبق این جدول تعداد اجزای اولیه ۱۳۶ بوده است. در الگوریتم برش Subdivision استاندارد، تعداد چهاروجهی تولیدی بعد از برش ۵۴۳ بوده در حالی که با الگوریتم برش پیشنهادی این تعداد به مقدار ۲۷۵ رسیده است. این تعداد جزء، تقریباً نصف تعداد اجزای تولیدی در روش Subdivision است. بنابراین این کاهش تأثیر بسیار زیادی بر افزایش سرعت آزمایش و بی‌درنگ بودن شبیه‌سازی دارد.

شکل (۵) نمودار نیرو بر حسب زمان در راستای محور X را نشان می‌دهد. همان‌طور که در تصویر مشاهده می‌شود، نیروی اعمالی به حدی می‌رسد که بافت شبیه‌سازی شده به نقطه شکست رسیده؛ برش شروع می‌شود. بعد از برش، نیرو



### ۳- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله روشی ترکیبی و بی درنگ برای برش بافت نرم با استفاده از روش اجزای محدود ارائه شد. به کارگیری روش اجزای محدود و وابسته بودن معادلات به ویژگی‌های فیزیکی و بیومکانیک جسم باعث قابل اعتماد و دقیق بودن شبیه‌سازی است. الگوریتم برش ترکیبی، مبتنی بر تقسیم یک چهاروجهی به المان‌های کوچک‌تر و تقریب صفحه نزدیک به صفحه برش، پیشنهاد شده است. مش‌بندی مجدد و آزادسازی مش‌بندی بعد از برش باعث کیفیت بهتر مش‌بندی برش شده؛ از ایجاد اجزای بدشکل جلوگیری کرده؛ بنابراین شبیه‌سازی برش پایداری را به وجود آورده است. همچنین در این روش، تعداد اجزای ساخته شده بعد از برش در مقایسه با این تعداد در الگوریتم subdivision استاندارد، کمتر است؛ پس تعداد درجات آزادی کمتری تولید شده است و به بافت آسیب کمتری می‌رسد. همچنین اگر تعداد اجزای تولیدی بعد از برش بطور مناسبی کاهش یابد، اندازه ابعادی ماتریس‌های معادله دینامیک کوچک‌تر می‌شود و در نتیجه سرعت الگوریتم افزایش می‌یابد. الگوریتم پیشنهادی در محیط شبیه‌سازی SOFA برای بافت نرم سه‌بعدی توموری شکل ارزیابی شد.

جدول (۳) - افزایش اجزا بعد از هر مرحله برش و تغییرات گام

زمانی بحرانی				
برش سوم	برش دوم	برش اول	اجزای اولیه	
۳۱۶۸	۲۶۹۱	۱۸۶۰	۱۰۸۸	تعداد چهاروجهی‌ها (با اندازه طول لبه ۰/۲۵ سانتی‌متر)
۴/۶۸۰	۴/۶۸۰	۵/۲۳۲	۵/۲۳۴	گام زمانی بحرانی (میلی ثانیه)

بر طبق جدول (۳) تعداد اجزا بعد از هر برش افزایش یافته، در حالی که گام زمانی کاهش می‌یابد. دقت شود که گام-زمانی بعد از مرحله دوم، علی‌رغم افزایش تعداد اجزا، ثابت شده است. در واقع با ثابت شدن گام زمانی پایداری تضمین می‌شود. گام زمانی اگر بیش از اندازه کاهش یابد، هم از لحاظ سرعت تأثیر منفی در انجام شبیه‌سازی دارد و هم از لحاظ ناپایداری در حین انجام برش؛ در نتیجه سیستم شبیه‌سازی با شکست مواجه می‌شود. شکل (۶) نمایی از شبیه‌سازی برش بافت را با استفاده از Phantom، ۶ درجه آزادی نشان می‌دهد.



شکل (۶) - نمایی از برش بافت نرم به همراه Phantom و ابزار شبیه‌سازی شده

## ۴- مراجع

- [13] Forest C., Delingette H., Ayache N., Removing tetrahedra from manifold tetrahedralisation: application to real-time surgical simulation; *Medical Image Analysis*, 2005: 113-122.
- [14] Serby D., Harders M., Szekely G., A new approach to cutting into finite element models; In *Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention*, 2001; 2208: 425-433.
- [15] Steinemann D., Harders M., Gross M., Szekely G., Hybrid cutting of deformable solids; In *Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference*, 2006: 425-433.
- [16] Klingner B.M., Shewchuk J.R., Aggressive tetrahedral mesh improvement; In: *Proceedings of the 16th international meshing roundtable*, Springer, 2007: 3-23.
- [17] <http://www.sofa-framework.org>, (as of July 2013).
- [18] Allard J., Cotin S., Cois Faure F., Pierre-Jean Bensoussan, Fran, cois Poyer, Christian Duriez, Hervé Delingette, and Laurent Grisoni., *Sofa-an open source framework for medical simulation*; In *Medicine Meets Virtual Reality*, MMVR 15, 2007.
- [19] Meier U., Lopez O., Monserrat C., Juan M.C., Alcaniz M., Real-time deformable models for surgery simulation: a survey; In *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2005: 183-197.
- [20] Thompson J.F., Soni B.K., Weatherill N.P., eds., *Handbook of grid generation*, ch. 21, 1999.
- [21] Nienhuys H.W., Frank van der Stappen A., Supporting cuts and finite element deformation in interactive surgery simulation; *Institute of Information and Computing Sciences Utrecht University*, The Netherlands, 2001.
- [22] Hang S., *TetGen A Quality Tetrahedral Mesh Generator and Three-Dimensional Delaunay Triangulator*; Version 1.4, User's Manual. 2006.
- [23] Bielser D., Maiwald V.A., Gross M.H., Interactive cuts through 3-dimensional soft tissue; In *Proceedings of the Eurographics '99*, 1999; 18: 31-38.
- [24] Gutierrez L.F., Aguinaga I., Fierz B., Ramos F., Harders M., Pitting a new hybrid approach for maintaining simulation stability after mesh cutting against standard remeshing strategies; *Proceedings of CGI 2011*, 2011.
- [25] Muller M., Heidelberger B., Teschner M., Gross M., Meshless Deformations Based on Shape Matching; *ACM Transactions on Graphics*, 2005; 24: 471-478.
- [1] Bruyns C., Senger S., Menon A., Montgomery K., Wildermuth S., Boyle R., A survey of interactive mesh-cutting techniques and a new method for implementing generalized interactive mesh cutting using virtual tools; *The Journal of Visualization and Computer Animation*, 2002; 13: 21-42.
- [2] Cotin S., Delingette H., Ayache N., A hybrid elastic model for real-time cutting, deformations, and force feedback for surgery training and simulation; *The Visual Computer*, 2000; 16: 437-452.
- [3] Picinbono G., Delingette H., Ayache N., Non-linear anisotropic elasticity for real-time surgery simulation; *Graphical Models*, 2003; 65: 305-321.
- [4] Mor A.B., *Progressive Cutting with Minimal New Element Creation of Soft Tissue Models for Interactive Surgical Simulation*; PhD thesis, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 2001.
- [5] Harders D.M., Gross M., Szekely G., Hybrid cutting of deformable solids; in *Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference*, 2006: 35-42.
- [6] Bielser D., Glardon P., Teschner M., Gross M., A state machine for real-time cutting of tetrahedral meshes; *Graphical Models*, 2004; 66: 398-417.
- [7] Mendoza C., *Soft Tissue Interactive Simulations for Medical Applications Including 3D Cutting and Force Feedback*; PhD thesis, INRIA Rhone-Alpes, INPG, Grenoble, France, 2003.
- [8] Nienhuys H.W., van der Stappen A.F., A surgery simulation supporting cuts and finite element deformation; *Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention*, 2001; 2208 of LNCS: 153-160.
- [9] Serby D., Harders M., Szekely G., A new approach to cutting into finite element models; in *Proceedings of the 4th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, 2001; 2208: 425-433.
- [10] Nienhuys H.W., *Cutting in deformable objects*; Ph.d. thesis, Utrecht University, 2003.
- [11] Huynh Quang Huy Viet T.K., Tanaka H.T., An adaptive 3d surfacemesh cutting operation; in *AMDO*, 2006; 4069: 366-374.
- [12] Bielser D., Glardon P., Teschner M., Gross M., A state machine for real-time cutting of tetrahedral meshes; In *Pacific Graph.*, 2003: 377-386.