

Constitutive Model of Passive Myocardium of Lamb

N. Soltani¹, A. Nasiraei Moghaddam², N. Fatourae^{3*}, S. Seyri, A. Rassoli⁴

¹M. Sc Student, Biomechanics Department, Faculty of Biomedical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

²Assistant Professor, Bioelectric Department, Faculty of Biomedical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

³Associate Professor, Biomechanics Department, Faculty of Biomedical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

⁴Ph.D Student, Biomechanics Department, Faculty of Biomedical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Receipt in the online submission system 21 July 2015, accepted 30 August 2015

Abstract

Experimental tests and equations on the continuum mechanics are used in order to obtain the constitutive models of soft tissue using in predictive heart simulation. Considering the myocardium as one of the important tissues, in this paper first the morphology and structure of myocardium has been reviewed and the mechanical response of passive form of this tissue has been investigated. The myocardium of left ventricle was considered as non linear elastic, in-compressible and non homogeneous material and using of bi-axial test in 3 lambs myocardium on fiber direction; a constitutive model of this tissue has been proposed. The model so constructed is then evaluated against the biaxial data, and values of the material constants have been obtained by curve fitting so the final model states the strain-energy function as cauchy's invariants which can be helpful in heart simulation.

Keywords: *ventricular wall, continuum mechanics, strain energy tensor, local kinematics, bi-axial test*

*Corresponding author

Address: Biomechanics Department, Biomedical Engineering Faculty, Amirkabir university of Technology, P.O.Box: 11365-9567, Tehran, Iran

Tel: +98-21-64542368

Fax: +98-21-66468186

E-mail: nasser@aut.ac.ir

مدل ساختاری میوکارد غیرفعال گوسفند

نوید سلطانی^۱، عباس نصیرایی مقدم^۲، ناصر فتورانی^{۳*}، سعید سیری^۱، آیسا رسولی^۴

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۲ استادیار، گروه بیوالکترونیک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۳ دانشیار، گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۴ دانشجوی دکترا، گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

تاریخ ثبت در سامانه: ۱۳۹۴/۴/۳۰، پذیرش قطعی: ۱۳۹۴/۶/۸

چکیده

برای دستیابی به معادلات ساختاری بافت در شبیه‌سازی قلب، از تست‌های آزمایشگاهی و معادلات مکانیکی حاکم بر محیط‌های پیوسته استفاده می‌شود. در این مقاله، با در نظر گرفتن میوکاردیوم قلبی به عنوان یکی از مهم‌ترین بافت‌ها، پس از بررسی شکل و ساختار میوکارد، ویژگی‌های اصلی پاسخ مکانیکی این بافت به صورت غیرفعال بررسی شد. میوکارد بطن چپ به عنوان یک ماده الاستیک غیرخطی، تراکم ناپذیر و ناهمگن فرض شده و با توجه به داده‌های تست دوماحوره در جهت فیبرهای میوکارد، که روی قلب سه گوسفند بالغ انجام شد، مدلی مبتنی بر ساختار آن ارائه گردید. با توجه به داده‌های به دست آمده، پارامترهای مادی این معادله با برازش داده‌ها محاسبه شد و رابطه‌ی نهایی برای تابع انرژی کرنشی براساس نامتغیرهای تانسور کوشی بیان شد. نتایج حاصل در شبیه‌سازی بافت قلب سودمند خواهند بود.

کلیدواژه‌ها: دیواره‌ی بطنی، مکانیک بیوسته، تانسور انرژی کرنشی، سینماتیک محلی، تست دو محوره

* نویسنده مسئول

نشانی: گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران، صندوق پستی: ۹۵۶۷-۱۱۳۶۵

تلفن: +۹۸ (۲۱) ۶۴۵۴۲۳۳۸

دورنگار: +۹۸ (۲۱) ۶۶۴۶۸۱۸۶

پست الکترونیکی: nasser@aut.ac.ir

۱- مقدمه

برای درک بهتر مکانیسم‌های اساسی (که تحت تأثیر مکانیک بطن است) موارد مهمی وجود دارند که عبارت اند از:

الف) توصیف واقعی هندسه سه‌بعدی و ساختار میوکارد (عضله قلب)؛

ب) قوانین تعادل محیط پیوسته و شرایط مرزی؛

ج) معادلات ساختاری که ویژگی‌های مادی میوکارد را توصیف می‌کنند.

به‌منظور توصیف ویژگی‌های مادی، داشتن داده‌های نیرو/جاب‌جایی مربوط به روش‌های مختلف تغییر شکل، ضروری است.

هدف اصلی در این پژوهش یافتن ارتباط مستقیم بین داده‌های تست دومیخوره‌ی کششی و انرژی کرنشی برای مدل‌سازی بافت میوکاردیوم بطن چپ است. مدل‌های ساختاری بافت نرم به منظور به کارگیری در شبیه‌سازی‌های ریاضی و اجزای محدود اهمیت زیادی دارند، به طوری که با در دست داشتن یک مدلی که رفتار بافت را به خوبی توصیف نماید، می‌توان با توجه به حجم قلبی و حرکت بافت قلب، پیش‌بینی مناسبی در بیمارهای مختلف از جمله بزرگ شدگی قلب و رفتار آن به دست آورد.

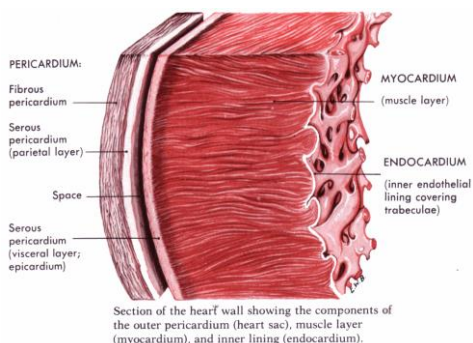
مشکلی که در ایجاد یک مدل ساختاری مناسب وجود دارد، کمبود داده‌های آزمایشگاهی مناسب برای تخمین دقیق پارامترها است. مطالعه دمر^۱ و یین^۲ [۱] و یین و هم‌کارانش [۲] دربرگیرنده‌ی آزمایش‌های اولیه برای جمع‌آوری این داده‌ها است که طی آن داده‌هایی از روی آزمون‌های دومیخوری به دست می‌آیند.

قلب انسان از چهار محفظه تشکیل می‌شود که عبارت است از: دهلیزهای راست و چپ که خون را از تمام بدن دریافت می‌کنند و بطن‌های راست و چپ که خون را به تمام بدن پمپ می‌کنند. در ارتباط با ساختار بافت قلبی دو رویکرد مد نظر قرار می‌گیرد، در یک رویکرد قلب به‌صورت ماهیچه یک تکه توصیف می‌شود که در یک الگوی حلقوی، پیچیده

شده‌است، درحالی که رویکرد دیگر، قلب را به عنوان ترکیب پیوسته‌ای از صفحات لایه‌لایه مورد توجه قرار می‌دهد [۳].

بطن چپ در میان چهار حفره قلبی بیش‌ترین مقدار کار را انجام می‌دهد، به طوری که پمپاژ خون توسط آن با فشاری به مراتب بیش‌تر نسبت به بطن راست صورت می‌گیرد.

دیواره‌ی قلب از سه لایه‌ی مجزا تشکیل می‌شود: یک لایه درونی (اندوکارد)، یک لایه‌ی میانی (میوکارد) و یک لایه‌ی بیرونی (اپی‌کارد). اندوکارد، درون چهار محفظه را می‌پوشاند و یک غشای سروزی با ضخامت تقریبی ۱۰۰ میکرومتر است که بیش‌تر از کلاژن اپی‌میزیال^۳، الاستین و لایه‌ای از سلول‌های اندوتلیال^۴ تشکیل می‌شود. این لایه به عنوان یک لایه‌ی دورویه بین دیواره و خون عمل می‌کند. اپی‌کارد به عنوان یک محافظ غشایی با ضخامت تقریبی ۱۰۰ میکرومتر است که بیش‌تر از کلاژن اپی‌میزیال و مقداری الاستین تشکیل می‌شود (شکل ۱).



شکل (۱) - نمای از دیواره‌ی قلب [۳]

در این مطالعه، توجه روی میوکارد بطن چپ معطوف است. میوکارد بطنی، بافت اصلی دیواره قلب است که ساختاری پیچیده دارد. این ساختار به خوبی در مطالعات کمی لگریس^۵ و هم‌کارانش [۴، ۵]، یانگ^۶ و هم‌کارانش [۶] و سندز^۷ و هم‌کارانش [۷] بیان شده‌است.

تنش برشی نقش قابل توجهی در عملکرد مکانیکی قلب دارد. شواهدی وجود دارد که نشان می‌دهد این مکانیسم در تخلیه‌ی بطن چپ در کمک به ضخیم شدن دیواره زیراندوکاردی هنگام انقباض قلب نقش مهمی دارد [۴].

³ Epimysial
⁴ Endothelial cells
⁵ LeGrice
⁶ Young
⁷ Sands

¹ Demer
² Yin

تانسورهای راست و چپ کوشی که با تانسور F مرتبط هستند به صورت ذیل تعریف می‌شوند:

$$C = F^T F, B = FF^T \quad (۳)$$

تانسور مهمی که در ادامه می‌آید، تانسور کرنش لاگرانژ است

$$E = \frac{1}{2}(C - I) \quad (۴)$$

نامتغیرهای^۶ اصلی تانسور C و یا B به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$I_1 = tr C, I_2 = \frac{1}{2}[I_1^2 - tr(C^2)], I_3 = \det C \quad (۵)$$

در این جا برای مواد تراکم ناپذیر $I_3 = I_2 = 1$ است که این مقادیر، نامتغیرهای همسانگرد هستند.

اگر مواد در پیکره‌ی مرجع جهت مشخصی داشته باشند که با بردار یکه a_0 نمایش داده شود، در این صورت، این ویژگی بیانگر ناهمسانگردی خواهد بود. در این جا به علت اینکه بردار یکه‌ی مربوط به آن در صفحات موازی با یکدیگر انتخاب می‌شود و این بردار یکه، جهت‌گیری فیبرها را در بافت میوکارد در صفحات عرضی نشان می‌دهد. این ویژگی به طور خاص بیانگر ناهمسانگردی عرضی است. علاوه بر نامتغیرهای گفته شده، دو نامتغیر دیگر به صورت ذیل نیز بیان می‌شوند:

$$I_4 = a_0 \cdot (Ca_0), I_5 = a_0 \cdot (C^2 a_0) \quad (۶)$$

برای توصیف خواص مواد، تابع انرژی W در واحد حجم مرجع در نظر گرفته شد. این تابع از طریق ماتریس C (یا ماتریس E) به گرادیان F وابسته است. برای یک ماده‌ی الاستیک تراکم ناپذیر که $J = 1$ (معادل با $I_3 = I_2 = 1$) است، تانسور تنش کوشی^۷، σ با فرمول ذیل بیان می‌شود [۱۲]:

$$\sigma = F \frac{\partial W}{\partial F} - pI = F \frac{\partial W}{\partial E} F^T - pI \quad (۷)$$

که p در رابطه بالا بیانگر ضریب لاگرانژ در تطابق تنش است. مشخصات یک جامد الاستیک همسانگرد با ترم انرژی کرنشی بر واحد حجم (W) توصیف می‌شود. برای یک ماده

همچنین باریک شدن دیواره در هنگامی که قلب به طور غیرفعال از خون پر می‌شود، با تنش برشی و جهت‌گیری مجدد لایه‌های دیواره مرتبط است. مشخصات مکانیکی میوکارد غیرفعال به شکل دومحوری و بدون انقباض در مطالعات دمر و بین [۱]، بین و هم‌کارانش [۲]، اسماعیل و هانترا^۱ [۸] و نوواک^۲ و هم‌کارانش [۹] تشریح شده است.

میوکارد را نیز می‌توان همانند دیگر بافت‌های زیستی نرم، ماده‌ای تراکم ناپذیر به حساب آورد. این موضوع در آزمایش‌های انجام شده توسط وثوقی و همکارانش [۱۰] بیان شده است. آن‌ها نمونه‌های بافت را تحت تنش هیدروستاتیک در سطوح مختلف قرار دادند و با ثبت کرنش‌های حجمی مربوط به آن، نتیجه گرفتند که بافت میوکارد، باید تراکم ناپذیر باشد. علی‌رغم اینکه بافت میوکارد ویسکوالاستیک است، این رفتار بافت میوکارد از لحاظ مدل‌سازی مکانیکی قابل چشم‌پوشی است؛ زیرا، مقیاس زمانی سیکل قلبی نسبت به زمان استراحت^۳ پاسخ ویسکوالاستیک کوچک است. در مطالعات پیشین توجه کمی به مدل‌سازی ویسکوالاستیسیتة معطوف شده است؛ زیرا، داده‌های بسیار کمی در مورد خصوصیات ویسکوالاستیک این بافت در دسترس است. یک استثناء در این مورد، مدل هایگ^۴ و هم‌کارانش است [۱۱].

۲- مواد و روش‌ها

معادلات حاکم

متغیر تغییر شکل اولیه برای توصیف سینماتیک محلی^۵، گرادیان تغییر شکل F است، در این جا با استفاده از قراردادهای نشانه گذاری داریم:

$$J = \det F \quad (۱)$$

برای مواد تراکم ناپذیر مقدار دترمینان F ثابت و برابر ۱ است:

$$J = \det F \equiv 1 \quad (۲)$$

^۱ Smaill & Hunter

^۲ Novak

^۳ Relaxation time

^۴ Huyghe

^۵ Local kinematics

^۶ Invariants

^۷ Cauchy stress tensor

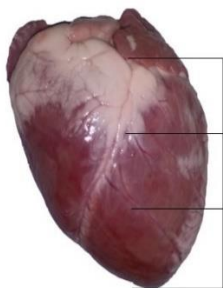
با جهت محورهای مختصات در یک راستا باشد (α) برابر با صفر یا $\pi/2$)، آنگاه تنش‌های برشی حذف خواهند شد. در نتیجه، برای این حالت خاص W تابعی از λ_1 و λ_2 خواهد بود که با روابط (۱۰) تعیین می‌شوند.

در نرم‌افزار متلب به منظور محاسبه‌ی تابع انرژی کرنشی با معادلات (۹) و در دست داشتن میزان نیرو، ضخامت و کرنش‌های اصلی با تشکیل دستگاه معادلات، مقدار عددی توابع انرژی کرنشی به دست آمد.

۲-۱- تغییر شکل دو محوره

برای اعمال تغییر شکل دومحوره روی بافت میوکارد از نمونه‌های قلب ۳ گوسفند بالغ استفاده شد. به منظور شناسایی میزان سن نمونه‌های مورد استفاده، در زمان تهیه، از اطلاعات مربوط به دام‌های مورد کشتار و میانگین سنی گروه ذبح شده در کشتارگاه استفاده شد به طوری که با توجه به گفته‌های مسئول کشتارگاه نمونه‌ی اول با یک سال سن و دو نمونه‌ی دیگر با سن تقریبی دو سال مورد آزمایش قرار گرفتند.

بافت مورد نظر به طور متوسط پس از ۱۴ ساعت نگهداری در محلول سالین و در دمای ۳ درجه سانتی‌گراد برای انجام آزمایش استفاده شد. برای جداسازی لایه‌های بافت میوکارد از روی نمونه‌های قلبی، فاصله‌ی رأس تا قاعده‌ی قلب به سه قسمت تقسیم شده و برش‌ها در قسمت دوم از روی جداره‌ی بیرونی قلب به شکل موازی با اندوکارد صورت گرفت (شکل ۲).



شکل (۲) - نحوه‌ی تقسیم فاصله رأس تا قاعده قلب

به دلیل نیاز به حذف مؤلفه‌ی تنش $\sigma_3 = 0$ ضخامت نمونه با توجه به میزان ارتفاع گیره‌های دستگاه تست دومحوره

تراکم ناپذیر انرژی کرنشی W تابعی از دو نامتغیر مستقل I_1 و I_2 (مربوط به تانسور کوشی گرین راست (C) یا چپ (B)) است. $W = W(w_1, w_2)$ که تنش کوشی مرتبط با این تابع انرژی به فرم ذیل است [۱۲]:

$$\sigma = -pI + 2w_1B + 2w_2(I_1B - B^2) \quad (8)$$

این نکته را یادآور می‌شویم که برای صفحات نازک در ضخامت تنش کوشی $\sigma_3 = 0$ است. تنش‌های اصلی در این حالت برابر اند با:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2} \cdot \lambda_2^{-2})(W_1 - \lambda_2^2 \cdot W_2) \\ \sigma_2 &= 2(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2} \cdot \lambda_2^{-2})(W_1 - \lambda_1^2 \cdot W_2) \end{aligned} \quad (9)$$

λ_1 و λ_2 کشیدگی اصلی در صفحه هستند. نامتغیرهای تانسور C عبارت اند از:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_1^{-2} \cdot \lambda_2^{-2} \\ I_2 &= \lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 = 1 \end{aligned} \quad (10)$$

همان‌گونه که در معادله ۹ مشاهده می‌شود تابع انرژی کرنشی به دو متغیر تغییر شکل λ_1 و λ_2 که می‌توانند به طور مستقل در آزمون دومحوره تغییر کنند و دو مؤلفه تنش σ_1 و σ_2 که می‌توانند با اندازه‌گیری نیروی اعمالی محاسبه شوند، وابسته است؛ بنابراین داده‌های به دست آمده از آزمون‌های دومحوره برای توصیف کامل مشخصات ماده کفایت می‌کنند.

برای بیان مشخصات مواد هم‌سان‌گرد عرضی، به دو نامتغیر دیگر علاوه بر I_1 و I_2 نیازمندیم. این دو نامتغیر به M (که بردار یکه در مختصات مرجع است) یا به طور معادل به $m = FM$ وابسته هستند. اگر تغییر شکل برشی وجود نداشته باشد، آنگاه تانسور F قطری بوده که مؤلفه‌های قطری آن عبارت اند از: $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]$ ؛ که در این شرایط نامتغیرهای تانسور C عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} I_4 &= \lambda_1^2 \cdot \cos^2 a + \lambda_2^2 \sin^2 a \\ I_5 &= \lambda_1^4 \cdot \cos^2 a + \lambda_2^4 \sin^2 a \end{aligned} \quad (11)$$

روابط فوق در شرایطی به دست می‌آیند که آزمون دومحوره صفحه‌ای در غیاب برش انجام شود. اگر جهت فیبر

۳- یافته‌ها و بحث

با توجه به داده‌های آزمایش ناشی از اعمال تغییر شکل دومحوره به بافت میوکارد قلب در ۴ ناحیه از پری‌کاردیوم تا اندوکاردیوم داده‌های مربوط به میزان نیرو و جابه‌جایی به صورت نمودارهای نشان داده شده در شکل‌های (۵) تا (۷) قابل بیان هستند.

برای سهولت در برازش داده‌ها و به علت اینکه داده‌های مربوط به سطح داخلی بطن چپ از دقت مناسبی برخوردار نیستند، در مراحل بعد در هر نمودار داده‌های مربوط به ۳ ناحیه از بافت بیان شده‌اند.

به منظور بیان تنش، از مساحت سطح مقطع نمونه‌ها استفاده شد، به گونه‌ای که با در نظر گرفتن بافت میوکارد به عنوان یک ماده‌ی تراکم ناپذیر، حجم هر نمونه طی آزمون ثابت باقی بماند که در این صورت با در دسترس بودن طول و عرض نمونه از روی تصاویر ضبط شده، می‌توان میزان ضخامت را محاسبه نمود.

با توجه به پیوستگی مراحل آزمون و پیوستگی بارگذاری، تغییر در ضخامت نمونه به صورت یک تابع نمایی قابل بیان است که با اندازه‌گیری ابعاد نمونه در مرحله‌ی ابتدایی، مساحت در هریک از مراحل بعدی به دست آمد و برای محاسبه‌ی تنش استفاده شد. به عنوان مثال، این تابع تغییر ضخامت برای نمونه‌ی دوم به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$V_0 = w_0 \cdot l_0 \cdot t_0$$

$$\Delta t_i = \frac{V_{i-1} - w_i \cdot \left(\frac{7}{w_{i-1}}\right)^{\frac{i}{n}} \cdot l_i \cdot \left(\frac{13}{l_{i-1}}\right)^{\frac{i}{n+1}} \cdot t_{i-1}}{w_{i-1} \cdot l_{i-1}} \quad (12)$$

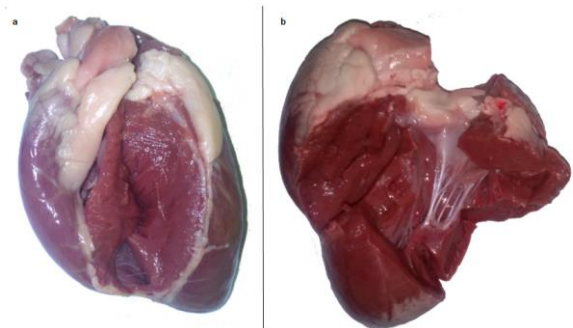
در معادله‌ی فوق V_0 ، w_0 ، l_0 و t_0 به ترتیب حجم، عرض، طول و ضخامت اولیه را نمایش می‌دهند و n تعداد داده‌های ثبت شده را بیان می‌کند.

در حداقل اندازه تنظیم شد. برای هریک از این نمونه‌ها برش‌های موازی از هر قلب به صورت ۴ لایه با ابعاد $5 \times 12 \times 3/5$ میلی‌متر انتخاب و برای اعمال تغییر شکل دومحوره جای‌گذاری شد.

ابعاد مربوط به طول و عرض نیز با توجه به حداقل میزان مورد نیاز برای جای‌گذاری در دستگاه انتخاب شدند. اعمال جابه‌جایی در دستگاه مورد نظر با سرعت 0.02 میلی‌متر بر ثانیه صورت گرفت.

برای جای‌گیری مناسب بافت برای ثبت داده‌های مربوط به آن، پیش بار 0.01 نیوتونی به نمونه وارد شد. نیروسنج‌های این دستگاه با دقت 0.0025 نیوتن داده‌های جابه‌جایی را ثبت کردند. تصاویر مربوط به این داده‌ها با دوربین تلسکوپی دیجیتال با قابلیت بزرگ‌نمایی $300 \times$ و رزولوشن 640×480 برای تحلیل ضبط شدند.

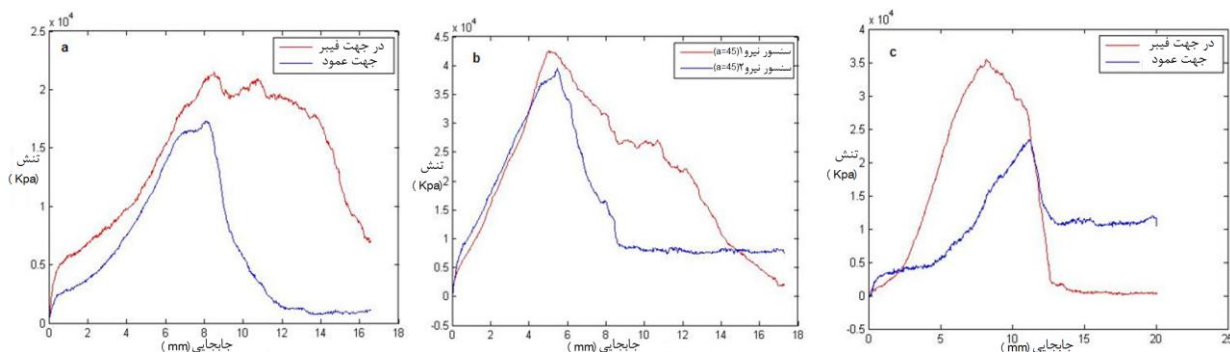
شکل (۳) و (۴) به ترتیب نمایی از برش قلبی و نحوه‌ی قرارگیری نمونه در دستگاه را نمایش می‌دهند.



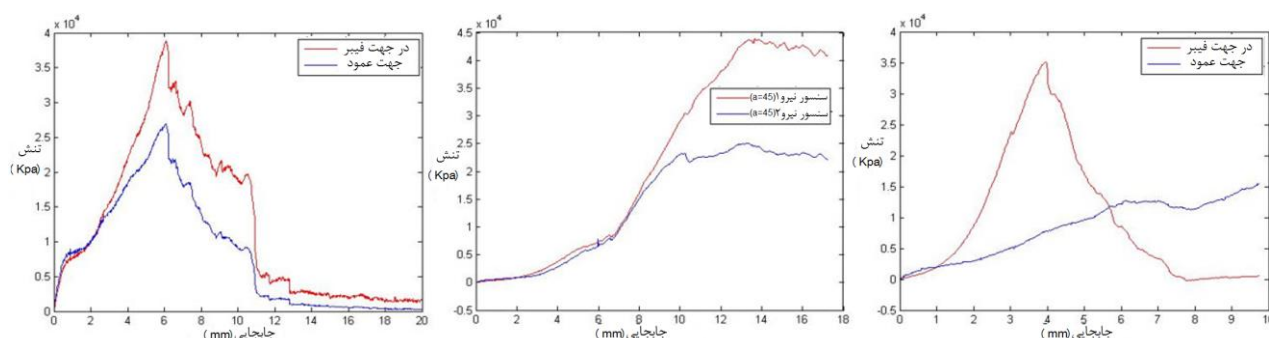
شکل (۳) - برش دیواره‌ی قلب برای دست‌یابی مستقیم به بطن چپ



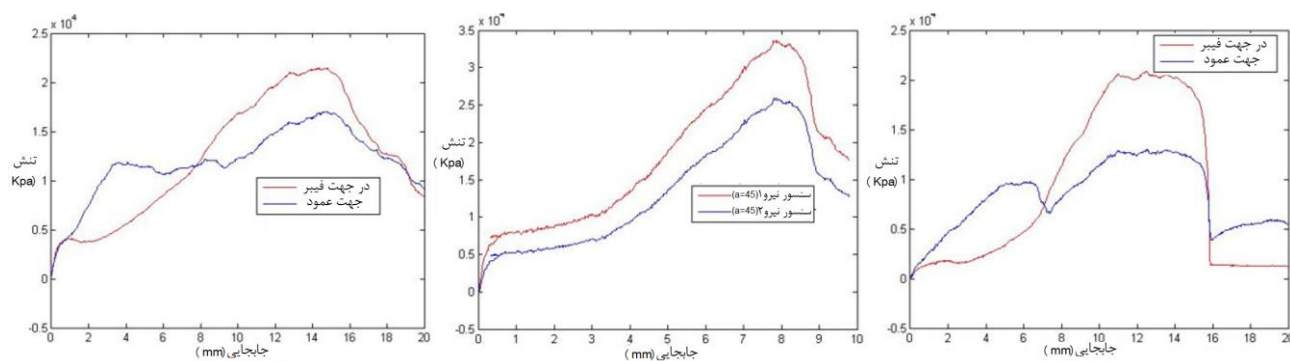
شکل (۴) - نحوه‌ی قرارگیری نمونه در دستگاه



شکل (۵) - نمودار تنش بر حسب جابه‌جایی برای نمونه اول، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۶) - نمودار تنش بر حسب جابه‌جایی برای نمونه دوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۷) - نمودار تنش بر حسب جابه‌جایی برای نمونه سوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است

کرنش خواهد بود. این نامتغیرها به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) قابل بیان است. بدین منظور، پس از محاسبه‌ی میزان کرنش با توجه به داده‌های جابه‌جایی مقادیر نامتغیرهای بیان شده برای نمونه‌های آزمایش به دست آمد. با به کارگیری معادلات (۹) و معلوم بودن میزان جابه‌جایی و درایه‌های قطر اصلی ماتریس

در نمودارهای شکل‌های (۷) و (۸) میزان تنش مربوط به آن تا بیش‌ترین حد افزایش می‌یابد و پس از آن، پارگی بافت صورت می‌گیرد و نمودار از حالت صعودی به نزولی تغییر پیدا می‌کند.

پس از محاسبه‌ی میزان تنش و جابه‌جایی هر نمونه، برای رسیدن به تابع انرژی کرنشی نیاز به تشکیل نامتغیرهای تانسور

این مقادیر بر حسب میزان جابه‌جایی به صورت نمودارهای شکل (۸) تا (۱۰) نشان داده شده‌اند. در نمودارهای ذیل که به صورت لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی بر حسب دو نامتغیر I_1 و I_4 را بیان می‌کند، داریم:

$$\begin{aligned} I_1' &= \log(I_1) \\ I_4' &= \log(I_4) \\ W' &= \log(W) \end{aligned} \quad (14)$$

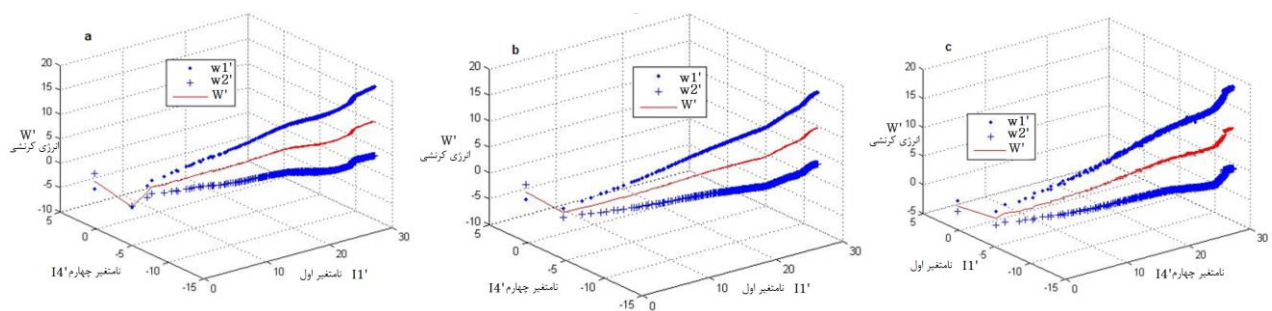
گرادیان تغییر شکل، توابع انرژی کرنشی با تشکیل دستگاه معادلات به فرم ذیل به دست آمد:

$$AX = B$$

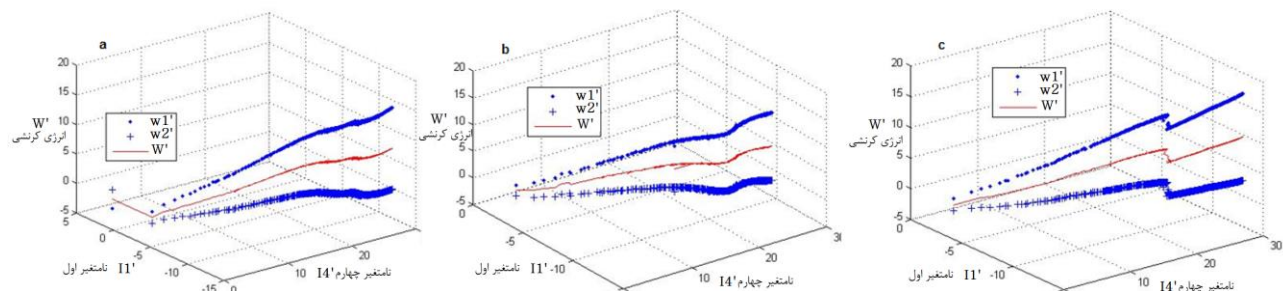
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\lambda_{2_i}^2 \\ 1 & -\lambda_{1_i}^2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} W_{1_i} \\ W_{2_i} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{1_i}}{k_{1_i}} \\ \frac{\sigma_{2_i}}{k_{2_i}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$k_1 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_1^{-2} \cdot \lambda_2^{-2})$$

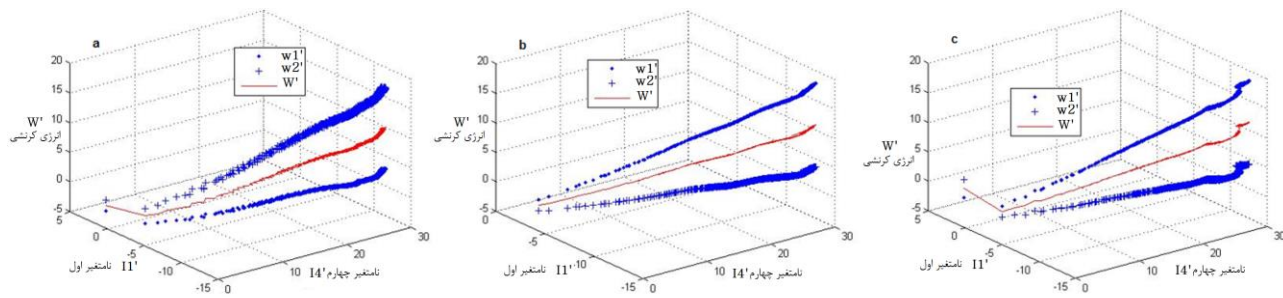
$$k_2 = 2(\lambda_2^2 - \lambda_1^{-2} \cdot \lambda_2^{-2})$$



شکل (۸) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه اول، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۹) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه دوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۱۰) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه سوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است

برای به دست آوردن مقادیر پارامترهای a ، b و c معادله‌ی مربوط به آن به یافته‌های انرژی کرنشی اعمال شد که مقادیر پارامترهای مادی در جداول (۱) تا (۳) نشان داده شده‌است. با توجه به برازش داده‌های موجود جدول (۴) میانگین کلی پارامترهای مربوطه، جهت مدل ارائه شده برای تابع انرژی کرنشی را نمایش می‌دهد.

جدول (۱) - پارامترهای مادی نمونه اول

عمق برش %	پارامتر مادی		
	a	b	c
۲۵	-۱,۶۰۵	۰,۰۴۶۰۶	۰,۹۹۶۲
۵۰	-۲,۰۵۹	۰,۰۸۰۷۴	-۰,۱۵۵
۷۵	-۲,۲۵۳	۰,۰۴۷۵	۰,۱۱۴۸
میانگین	-۱,۹۷۲	۰,۰۵۸۱	۰,۳۳۱۸

جدول (۲) - پارامترهای مادی نمونه دوم

عمق برش %	پارامتر مادی		
	a	b	c
۲۵	-۵,۳۳۳	۰,۰۴۴۲۹	۰,۸۶۷۶
۵۰	-۰,۸۶۲۶	۰,۰۵۲۴۸	۰,۱۸۳۸
۷۵	-۲,۴۸۱	۰,۰۳۷	۰,۴۷۶۴
میانگین	-۲,۸۹۲	۰,۰۴۴۵۹	۰,۵۰۹۲

جدول (۳) - پارامترهای مادی نمونه سوم

عمق برش %	پارامتر مادی		
	a	b	c
۲۵	-۴,۶۱۱	۰,۰۱۸۱۷	۰,۴۳۸۲
۵۰	-۵,۰۷۷	۰,۰۱۱۸۵	۰,۵۰۸۵
۷۵	-۱,۴۰۳	۰,۰۴۵۲۲	۰,۱۱۶۱
میانگین	-۳,۶۹۷	۰,۰۲۵۰۸	۰,۳۵۴۲

جدول (۴) - پارامترهای مادی میانگین

نمونه	پارامتر مادی		
	a	b	c
اول	-۱,۹۷۲	۰,۰۵۸۱	۰,۳۳۱۸
دوم	-۲,۸۹۲	۰,۰۴۴۵۹	۰,۵۰۹۲
سوم	-۳,۶۹۷	۰,۰۲۵۰۸	۰,۳۵۴۲
میانگین کل	-۲,۸۵۳	۰,۰۴۲۵۹	۰,۳۹۸۴

همان طور که در نمودارهای شکل (۸) تا (۱۰) قابل مشاهده است، تابع انرژی کرنشی مستقل از نوع نمونه عمل می‌کند و تنها وابسته به میزان مقادیر نامتغیرهای اول و چهارم است. برای ارائه معادله‌ای که این وابستگی را توصیف نماید نیاز به برازش نمودارهای موجود خواهد بود. چنانچه در ابتدا بیان شد در شرایطی که نمونه‌ها تحت برش قرار نگرفته باشند و تنها تغییر شکل دومی‌محوره اعمال شده باشد، به دلیل اینکه تنش عمود بر صفحه صفر خواهد بود، تابع انرژی کرنش به صورت ذیل است:

$$W = W(w_1, w_2) \quad (15)$$

در صورت بیان ریاضی، به صورت معادله‌ای شامل I_1 و I_4 نشان داده می‌شود (معادله ۱۶).

۳-۱- بحث

برای ارائه مدلی مبتنی بر انرژی کرنشی و نامتغیرهای موجود، نیاز به برازش نمودارهای تابع انرژی کرنشی بر حسب I_1 و I_4 خواهد بود. بدین منظور، از نرم‌افزار متلب بهره گرفته شد که نتایج مربوط به آن به صورت نمودارهای شکل (۱۱) تا (۱۳) قابل بیان است.

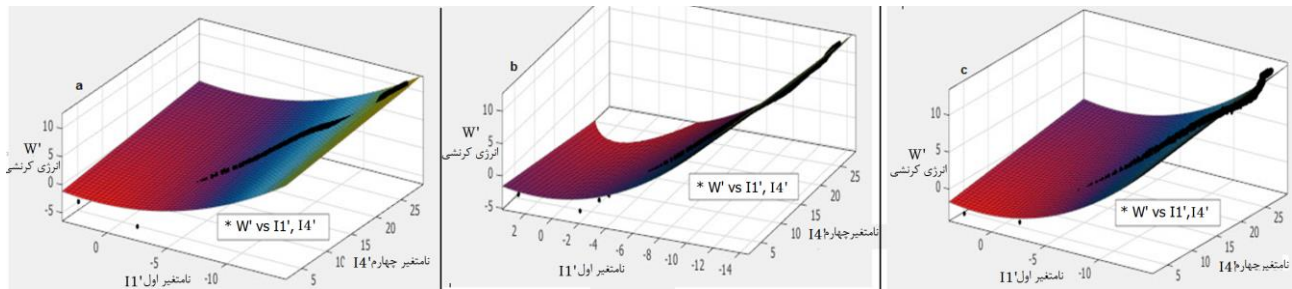
با توجه به مدلی که توسط هامفری در سال ۱۹۸۷ برحسب نامتغیرهای اول و چهارم بیان شد [۱۲] و با در نظر گرفتن لگاریتمی بودن نمودارهای موجود، در صورت بیان رابطه‌ای چندجمله‌ای برای تابع W' برحسب I_1 و I_4 تابعی لگاریتمی برای نتایج اصلی به دست می‌آید که تقریباً برای همه نمونه‌های آزمایش قابل استناد است. با پردازش داده‌های موجود در نمودارهای شکل (۱۱) تا (۱۳) که از آزمایش‌های مربوط به اعمال تغییر شکل دومی‌محوره روی قلب ۳ گوسفند حاصل شده مدل مربوط به آن به شکل ذیل گزارش شد:

$$W' = a + b(I_4' - 1)^2 + c(I_1' - 1) \quad (16)$$

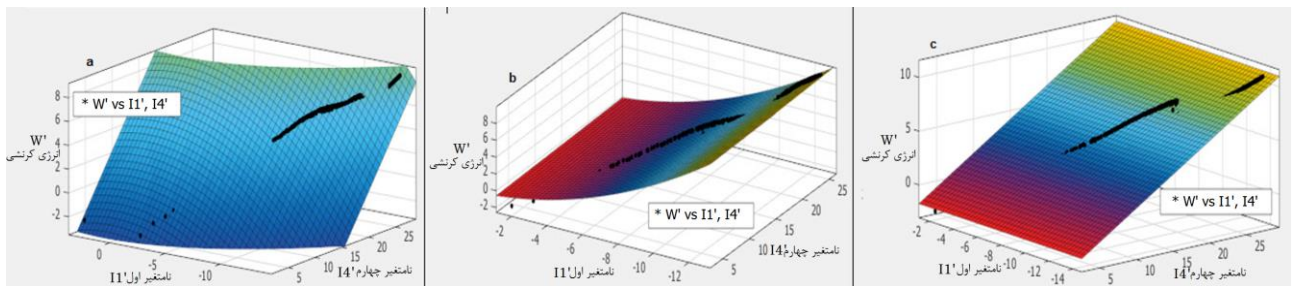
$$I_1' = \log(I_1)$$

$$I_4' = \log(I_4)$$

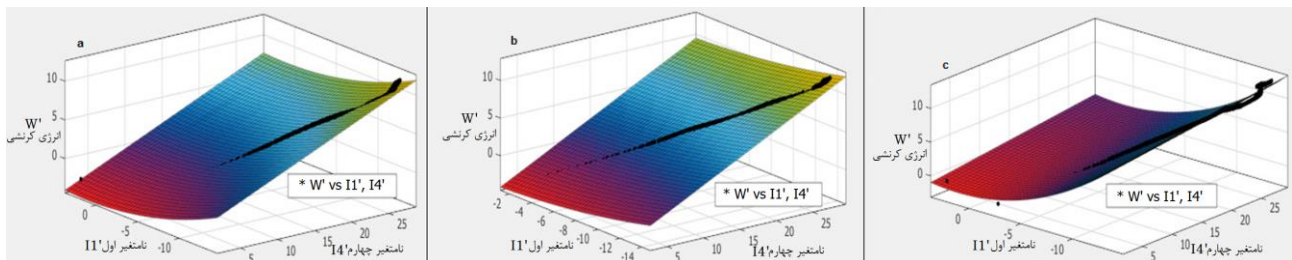
$$W' = \log(W)$$



شکل (۱۱) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه اول، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۱۲) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه دوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است



شکل (۱۳) - نمودار لگاریتمی میزان تابع انرژی کرنشی نسبت به دو نامتغیر I_1 و I_4 برای نمونه سوم، قسمت‌های a و b و c به ترتیب بیان‌گر برش در ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ درصد میانی بافت میوکارد است

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، از داده‌های مربوط به تست تغییر شکل دومحوره استفاده شد و مدلی ساختاری مبنی بر ساختار بافت میوکارد گوسفند و برحسب نامتغیرهای اول و چهارم بیان شد. مدل‌های ارائه شده توسط هامفری در سال ۱۹۸۷ و ۱۹۹۰ به شکل نمایی بوده [۱۳، ۱۴] و به دلیل تفاوت در نمونه‌ی آزمایشگاهی مورد استفاده، برای اعتبار سنجی پارامترهای مادی مربوط به آن، نمی‌توان به مدل‌های یاد شده استناد کرد.

در جدول‌های مربوط به پارامترهای مادی ضریب a بیان‌گر مقدار ثابت نمودار است. این ضریب با توجه به زمان و مقدار اولیه شروع تست در نمونه‌ها متفاوت است به گونه‌ای که هرچه این مقدار کم‌تر باشد، نمونه‌ی مورد نظر دیرتر تحت تنش قرار می‌گیرد. در پارامترهای دوم و سوم دلیل اختلاف، به علت تفاوت در بافت نمونه‌های مورد استفاده از لحاظ سنی است. چنان‌که نمونه‌ی اول با سن تقریبی یک سال و نمونه‌های دوم و سوم با سن تقریبی دو سال مورد آزمایش قرار گرفتند.

به خوبی قابل شناسایی خواهد بود. به هر حال، داده‌هایی که به عنوان مثال از آزمایش‌های کشش ساده به دست می‌آیند، می‌توانند در کنار داده‌های تست دومحوره و آزمون کشش و تورم مورد استفاده قرار گیرند.

تمامی ملاحظاتی که در انجام تست‌های یاد شده صورت می‌پذیرد باید با در نظر گرفتن این موضوع باشد که خواص بافت نرم بسیار متغیر است؛ بنابراین، باید از لحاظ آماری قابل اطمینان باشند.

با توجه به محدودیت جامعه‌ی آماری در صورت گسترش این جامعه می‌توان با کمک گرفتن از داده‌های آزمون برشی روی نمونه‌های استوانه‌ای، نه تنها مدل کنونی را ارتقا بخشید، بلکه می‌توان مدلی مبنی بر ساختار سه‌بعدی این بافت ارائه نمود، همان گونه که هولزادفل در سال ۲۰۰۹ چنین مدلی برای بافت میوکارد قلب خوک ارائه داد [۱۵].

۵- مراجع‌ها

- [1] L. L. Demer, F. C. P. Yin, "Passive biaxial mechanical properties of isolated canine myocardium" *J Physiol Lond* 339, 615-630, 1983.
- [2] F. C. P. Yin, R. K. Strumpf, P. H. Chew, S. L. Zeger, "Quantification of the mechanical properties of non-contracting canine myocardium under simultaneous biaxial loading" *J Biomech* 20, 577-589, 1987.
- [3] S. H. Gilbert, A. P. Benson, P. Li, A. V. Holden, "Regional localization of left ventricular sheet structure: integration with current models of cardiac fiber, sheet and band structure" *Eur J Cardiothoracic Surg* 32, 231-249, 2007.
- [4] I. J. LeGrice, B. H. Smaill, L. Z. Chai, S. G. Edgar, J. B. Gavin, P. J. Hunter, "Laminar structure of the heart: ventricular myocyte arrangement and connective tissue architecture in the dog" *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 269, H571-H582, 1995.
- [5] I. J. LeGrice, P. J. Hunter, B. H. Smaill, "Laminar structure of the heart: a mathematical model" *Am J Physiol Heart Circ Physiol* 272, H2466-H2476, 1997.
- [6] A. A. Young, I. J. LeGrice, M. A. Young, B. H. Smaill, "Extended confocal microscopy of myocardial laminae and collagen network" *J Microsc* 192, 139-150, 1998.
- [7] G. B. Sands, D. A. Gerneke, D. A. Hooks, C. R. Green, B. H. Smaill, I. J. LeGrice, "Automated imaging of extended tissue volumes using confocal microscopy" *Microsc Res Tech* 2005: 67, 227-239.

به دلیل ارائه نشدن استاندارد مناسبی جهت برش لایه‌های مربوطه در هر نمونه، امکان به وجود آمدن خطا از لحاظ ابعادی وجود داشته است، چراکه به دلیل یکسان نبودن طول و عرض نمونه، احتمال تغییر در پارامترهای انرژی کرنشی وارد است.

در ارتباط با نتایج گزارش شده برای برآزش داده‌ها در نمونه‌های موجود، دو مورد تفاوت قابل توجه به چشم می‌خورد. با دقت در داده‌های ثبت شده تنش و جابه‌جایی در عمق‌های مربوط به ۲۵ و ۷۵ درصد نمونه‌ی دوم مشاهده می‌شود که تفاوت به وجود آمده ناشی از تفاوت در این داده‌های ثبت شده است. این موضوع نشان می‌دهد در داده‌هایی که الگوی رفتاری نمودارهای تنش/جابه‌جایی در دو جهت مورد نظر یکسان هستند یا با الگوی کلی بافت نرم مطابقت ندارند، تابع انرژی کرنشی با تابع میانگین متفاوت خواهد بود. به نظر می‌رسد این الگو به دلیل پراکنده بودن فیبرهای عضلانی در لایه‌های مورد آزمایش و نحوه‌ی جای‌گذاری نمونه در دستگاه به وجود می‌آید. این اشکال با طراحی تثبیت کننده‌ی مناسب جهت قرار گرفتن بافت قابل حل است.

تست ایده‌آلی که بتواند بیان‌گر مشخصات کامل ماده‌ی همسانگرد عرضی به شکل سه‌بعدی باشد باید یکی از موارد ذیل را داشته باشد:

الف) تست دومحوره‌ی صفحه‌ای به همراه برش صفحه‌ای و تست برشی در ضخامت؛

ب) آزمون کشش و تورم روی نمونه‌ی استوانه‌ای به همراه تست پیچش و تست برش در ضخامت.

در هر وضعیت کنترل مجزای چهار پارامتر کرنش به شکل مستقل مورد نیاز است. پس برای رسیدن به مدلی جامع، دو شرط اساسی باید رعایت شود:

۱) انتظار برای توسعه‌ی دستگاهی با توانمندی به اجرا درآوردن تست‌های ایده‌آل یاد شده؛

۲) افزایش داده‌های آماری.

در این صورت هرچه قدر داده‌های بیشتری از آزمایش‌های گوناگون و روش‌های مختلف به دست آید، امکان رسیدن به محدوده‌ی مناسب برای پاسخ مواد بیشتر می‌شود و با انجام این تست‌ها محیط تأثیر گذار بر خواص مکانیکی بافت

- [12] W. Michaelis, D. Rubin, E. Krempl, "Introduction to continuum mechanics" *third edition Butterworth-Heinemann* pp 100-300, 1993.
- [13] J. D. Humphrey, F. C. P. Yin, "On constitutive relations and finite deformations of passive cardiac tissue. Part I. A pseudo-strain energy function" *J Biomech Eng* 109, 298-304, 1987.
- [14] J. D. Humphrey, R. K. Strumpf, F. C. P. Yin, "Determination of constitutive relation for passive myocardium. I. A new functional form" *J Biomech Eng* 112, 333-339, 1990.
- [15] B. Y. Gerhard, A. Holzapfel, W. Ogden, "Constitutive modelling of passive myocardium: a structurally based framework for material characterization" *Phil Trans R Soc A*, 367, 3445-3, 2009.
- [8] B. H. Smaill, P. J. Hunter, "Structure and function of the diastolic heart: material properties of passive myocardium. In Theory of heart: biomechanics, biophysics, and nonlinear dynamics of cardiac function (Eds L. Glass, P. J. Hunter A. D. McCulloch)" *New York NY Springer* pp 1-29, 1991.
- [9] V. P. Novak, F. C. P. Yin, J. D. Humphrey, "Regional mechanical properties of passive myocardium" *J Biomech Eng* 27, 403-412, 1994.
- [10] J. Vossoughi, R. N. Vaishnav, D. J. Patel, "Compressibility of the myocardial tissue" *In Advances in bioengineering (ed. Van C. Mow), New York, NY Bioengineering Division, American Society of Mechanical Engineers* pp 45-48, 1980.
- [11] J. M. Huyghe, D. H. van Campen, T. Arts, R. M. Heethaar, "The constitutive behavior of passive heart muscle tissue, A quasi-linear viscoelastic formulation" *J Biomech* 24, 841-849, 1991.