

Improved Image Quality in Reduced Radiation Computerized Tomography Using Compressed-Sensing and DWT and DCT Coefficients

H. Abbasi¹, Z. Kavehvash^{2*}

¹Ph.D Student, Electrical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

²Assistant Professor, Electrical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Receipt in the online submission system: 29 May 2017, received in revised form: 14 August 2017, accepted: 13 September 2017

Abstract

A novel computerized tomographic (CT) imaging structure based on the theory of compressed sensing (CS) is proposed. The main goal is to mitigate the CT imaging time and thus x-ray radiation dosage without compromising the image quality. In this study, we propose to use a novel dictionary in compressed sensing algorithm. Our dictionary is an optimal combination of Wavelet Transform (WT), Discrete Cosine Transform (DCT), and Total Variation (TV) transform. We utilize three quality assessment metrics including mean square error (MSE), peak signal to noise ratio (PSNR) and structural similarity (SSIM) indices to quantitatively evaluate the reconstructed images. The results show that the proposed method can generate high quality images with less artifacts while preserving edges when fewer number of view angles are used for reconstruction in a CT imaging system. This is in comparison with those results obtained from other reconstruction algorithms in view of the reconstructed image quality.

Key words: *Computerized Tomography, Compressed Sensing, Total Variation, Wavelet Transform, Cosine Transform.*

*Corresponding author

Address: Electrical Engineering Department, Sharif University of Technology, P.O.Box: 11155-4363, Tehran, Iran

Tel: +98-21-66164388

Fax: +98-21-66023261

E-mail: kavehvash@sharif.edu

بهبود کیفیت تصویر در توموگرافی کامپیوتری دوز پایین با استفاده از حسگری فشرده و ضرایب موجک و تبدیل کسینوسی

حسن عباسی^۱، زهرا کاوه‌وش^{۲*}

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
^۲ استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

تاریخ ثبت در سامانه: ۱۳۹۶/۳/۸، بازنگری: ۱۳۹۶/۵/۲۳، پذیرش قطعی: ۱۳۹۶/۶/۲۲

چکیده

در این مقاله، الگوریتمی جدید بر مبنای حسگری فشرده برای بازسازی تصویر در سیستم تصویربرداری مقطع‌نگاری کامپیوتری^۱ (CT) ارائه شده است. هدف اصلی، کاهش زمان اسکن در تصویربرداری CT و بنابراین دوز اشعه تابشی، بدون کاهش کیفیت تصویر است. برای بهبود کیفیت تصویر بازسازی شده توسط تعداد نمونه‌های کم دریافتی، تابع هزینه جدیدی شامل ترکیب بهینه‌ای از ضرایب تبدیل موجک و ضرایب تبدیل کسینوسی و واریانس مجموع^۲، ارائه شده است. کیفیت تصاویر به دست آمده با تصاویر حاصل از تکنیک‌های پیشین حسگری فشرده، بر اساس معیارهای متوسط مربعات خطا (MSE)، بیشینه نسبت سیگنال به نویز (PSNR) و تشابه ساختار (SSIM)، به صورت کمی مقایسه شده است. نتایج، نشان‌دهنده آن است که روش پیشنهادی قادر به تولید تصاویر با کیفیت بالاتر و حفظ بهتر لبه، در عین کاهش مصنوعات تصویر با استفاده از تعداد زوایای دید محدود، است. این نتایج، بهبود قابل ملاحظه‌ای نسبت به نتایج الگوریتم‌های فشرده‌سازی پیشین از دیدگاه کیفیت تصویر بازسازی شده دارند.

کلیدواژه‌ها: توموگرافی کامپیوتری، حسگری فشرده، واریانس مجموع، تبدیل موجک، تبدیل کسینوسی.

^۱Computerized Tomography

^۲Total Variation (TV)

*نویسنده مسئول

نشانی: گروه الکترونیک، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، کد پستی ۴۳۶۳-۱۱۱۵۵

تلفن: +۹۸ (۲۱) ۶۶۱۶۴۳۸۸

دورنگار: +۹۸ (۲۱) ۶۶۰۲۳۲۶۱

پست الکترونیکی: kavehvash@sharif.edu

۱- مقدمه

مقطع نگاری کامپیوتری یا توموگرافی کامپیوتری^۱ و به اصطلاح سی تی اسکن، کاربرد تحقیقاتی و درمانی فراوانی در علوم تشخیصی در فیزیک پزشکی دارد.

در این روش، پس از نمونه برداری مقطعی از بدن بیمار یا شیء مورد نظر، تصویر سه بعدی با استفاده از نمونه های موجود بازسازی می شود. کشف اشعه^۲ x توسط رونتگن^۳ در سال ۱۸۹۵، نقطه شروعی برای تصویربرداری به روش توموگرافی کامپیوتری بود. در سال ۱۹۰۱، رونتگن توانست اولین جایزه نوبل فیزیک را به دلیل این کشف بزرگ کسب کند. این اختراع را می توان نقطه آغاز دوران تصویربرداری پزشکی دانست. نمونه های اولیه بررسی سی تی اسکن مربوط به کارهای رادون^۴ (۱۹۱۷) بود. ایشان اثبات کرد که با داشتن تعداد نامحدودی از پروجکشن های سطح یک جسم، امکان بازسازی کامل آن وجود دارد [۱]. در سال ۱۹۶۰، برای اولین بار از این قانون در کاربردهای پزشکی استفاده شد و در نهایت، اولین دستگاه سی تی اسکن در سال ۱۹۷۲ توسط هونزفیلد^۵ ساخته شد [۲]. پس از آن، دستگاه های سی تی اسکن در جنبه های زیادی، از جمله دریافت و پردازش اطلاعات و بازسازی تصویر، بهبود یافتند.

اگرچه توموگرافی کامپیوتری مزیت های بی شماری دارد؛ اما به دلیل استفاده از اشعه ایکس، استفاده از آن در زمان طولانی، احتمال ابتلا به سرطان را افزایش می دهد. این مسئله، یکی از دغدغه های اصلی علم پزشکی در عصر حاضر است؛ چرا که توموگرافی کامپیوتری، روشی به نسبت ارزان و سریع برای بازسازی تصاویر است. به همین دلیل در سال های اخیر، روش های زیادی برای کاهش تعداد نمونه های دریافتی و در نتیجه کاهش میزان دوز اشعه ایکس تابشی مطالعه و بررسی شده اند، به طوری که ضمن کاهش دوز، کیفیت تصویر بازسازی شده تخریب نشود. معروف ترین روش استفاده شده برای رسیدن به این هدف، تکنیک حسگری فشرده است. حسگری فشرده، علمی نوظهور در زمینه بازسازی سیگنال ها و تصاویر دیجیتال است. این روش، با همزمان سازی دو فرآیند نمونه برداری و فشرده سازی، سعی می کند تا در کاهش تعداد

نمونه های مورد نیاز (کاهش دوز پرتو تابشی) را کاهش دهد [۳]-[۱۴]. این روش در واقع با استفاده از طبیعت تنک تصویر، راهکاری را برای بازیابی تصویر کامل از نمونه های ناقص ارائه می دهد.

عمده روش های ارائه شده برای بازسازی تصویر با نمونه های ناقص یا فشرده، براساس عملگرهای تنک ساز معروف نظیر واریانس مجموع^۵ (TV)، تبدیل موجک^۶ (WT) و تبدیل کسینوسی گسسته^۷ (DCT) می باشند [۵]-[۱۴]. هریک از این عملگرها، کاربرد خاص خود را داشته و با توجه به نوع سیستم تصویربرداری، استفاده از هریک مزایا و معایب خاص خود را دارد. در بخش ۴، هریک از این عملگرها به صورت جامع و با جزئیات کامل بررسی شده است. با توجه به مزایا و معایب موجود در هریک از این عملگرها، به طور قطع می توان با ترکیب بهینه آن ها، الگوریتمی ارائه داد که با استفاده از مزایای هر عملگر، نقص های موجود در عملگرهای دیگر را بهبود دهد.

در این مقاله، براساس ترکیب بهینه عملگرهای تبدیل موجک، تبدیل کسینوسی گسسته و واریانس مجموع، یک دیکشنری تنک سازی جدید در الگوریتم حسگری فشرده ارائه شده است. به این ترتیب با اعمال عملگر تنک سازی بهینه در تابع هزینه مورد استفاده در روند بهینه سازی، در عین حذف مصنوعات و نویز در تصویر بازسازی شده، لبه های تصویر نیز تا حد خوبی حفظ می شوند. نتایج بررسی و مقایسه براساس معیارهای کمی ارزیابی کیفیت تصویر، شامل MSE، PSNR و SSIM، نشان دهنده برتری الگوریتم پیشنهادی بر روش های پیشین توموگرافی کامپیوتری براساس حسگری فشرده می باشد.

ساختار مقاله به این صورت است: در بخش دوم، مفهوم و ساختار تصویربرداری توموگرافی کامپیوتری، روش ثبت و بازسازی داده ها به طور مختصر تشریح شده است؛ روش کلی توموگرافی کامپیوتری براساس حسگری فشرده در بخش سوم مرور شده است و اشکالات و نقایص آن بیان شده است؛ در بخش چهارم، الگوریتم توموگرافی کامپیوتری پیشنهادی براساس حسگری فشرده و عملگر ترکیبی پیشنهادی معرفی می شود؛ در بخش ۵، الگوریتم معرفی شده روی داده های شبیه سازی شده، پیاده سازی شده و کارایی آن براساس معیارهای کمی، با روش های پیشین

^۵ Total Variation^۶Wavelet Transform^۷ Discrete Cosine Transform^۱Computerized Tomography (CT)^۲Rontgen^۳Radon^۴Hounsfield

۲-۱- دریافت اطلاعات

علم توموگرافی کامپیوتری، بر این واقعیت استوار است که اشعه ایکس عبوری از شیء به دلیل دو پدیده جذب و پراکندگی پرتوها، ضعیف می‌شود؛ به همین دلیل پس از عبور اشعه ایکس از شیء و دریافت آن توسط آشکارساز، مقداری از شدت آن کاسته می‌شود. المان نشان داده شده در شکل ۲(الف) را در نظر بگیرید. اگر فرض کنیم که تعداد فوتون‌های تک‌رنگ وارد شده به جسم برابر با N_0 باشد، تعداد فوتون‌های عبوری از آن تنها $N_0 - dN$ خواهد بود؛ یعنی dN عدد از فوتون‌ها دچار پراکندگی و جذب خواهند شد. تعداد $N_0 - dN$ فوتون عبوری، دچار جذب یا پراکندگی نشده و به حرکت مستقیم خود ادامه خواهند داد. با فرض انرژی یکسان برای تمامی فوتون‌ها، می‌توان تعداد فوتون‌های عبوری برحسب مسافت را با رابطه زیر نشان داد:

$$N_0(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (1)$$

به طوری که x مسافت طی شده و μ ضریب میرایی است که به صورت تعداد فوتون‌های جذب یا پراکنده شده در واحد مسافت تعریف می‌شود. هنگامی که عرض پرتو به اندازه کافی کوچک باشد، می‌توان آن را تک‌بعدی در نظر گرفت. اگر مطابق شکل ۲(ب)، تعداد کل فوتون‌های ورودی و خروجی را به ترتیب با N_{in} و N_{out} نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$N_{out} = N_{in} e^{-\int \mu(x,y) ds} \quad (2)$$

با استفاده از رابطه خط AB ، که در شکل ۲(ب) نشان داده شده است، می‌توان تابع زیر انتگرال را با $\mu(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)$ جایگزین کرد. با گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف عبارت، خواهیم داشت:

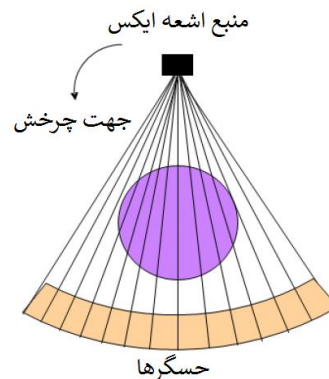
$$\ln\left(\frac{N_{in}}{N_{out}}\right) = \int_{rayAB} \mu(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t) dx dy \quad (3)$$

انتگرال بالا، اطلاعات پروجکشن موجود در مسیر پرتو را نشان می‌دهد، که آن را با $P_\theta(t)$ نمایش می‌دهیم و تابعی از زاویه θ و مسافت t است؛ بنابراین با اندازه‌گیری و ثبت پروجکشن‌ها در زوایای متفاوت، امکان بازیابی تابع $\mu(x,y)$ وجود خواهد داشت.

مقایسه می‌شود؛ و در نهایت، بخش ۶ به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی اختصاص دارد.

۲- نحوه دریافت و بازسازی تصویر در ساختار توموگرافی کامپیوتری

توموگرافی کامپیوتری، یک روش تصویربرداری است که تصاویر را با توجه به میزان تضعیف اشعه ایکس عبوری از شیء مورد نظر بازسازی می‌کند. در ساختار دستگاه سی‌تی‌اسکن، منبع اشعه ایکس، پرتوهای ایکس را به گونه‌ای که از باریکه‌ای از شیء مورد نظر عبور کند، به صورت مقطعی (صفحه‌ای) به شیء می‌تاباند. سپس شدت اشعه ایکس خروجی توسط آشکارساز واقع در سمت دیگر شیء، اندازه‌گیری می‌شود. در ادامه با توجه به وابستگی شدت خروجی به میزان تضعیف داخل شیء، تصویر بازسازی می‌شود. به هر یک از این اندازه‌گیری‌ها، که در یک زاویه معین انجام می‌شود، پروجکشن^۱ می‌گویند. دریافت و ثبت پروجکشن، در زوایای مختلفی تکرار می‌شود. عمل بازسازی تصویر با استفاده از اطلاعات پروجکشن را بازسازی به روش توموگرافی کامپیوتری می‌نامند. دستگاه‌های توموگرافی کامپیوتری مورد استفاده امروزی، شامل حلقه ۳۶۰ درجه‌ای ثابت از آشکارسازها می‌باشند (شکل ۱). هندسه دریافت تصاویر پروجکشن نیز معمولاً به صورت بادبونی است. بازسازی سه‌بعدی نیز بر مبنای مجموعه‌ای از بازسازی‌های دوبعدی در راستای صفحات عمقی مختلف انجام می‌شود.



شکل (۱) - نحوه اسکن در ساختار توموگرافی کامپیوتری

در ادامه، روند ثبت و دریافت اطلاعات تصویر در ساختار توموگرافی کامپیوتری به اختصار مرور شده و سپس مشکلات موجود در این روش بررسی می‌شود.

^۱Projection

در آن نقطه، اندازه‌های نسبت داده می‌شود. این عمل برای تمام جهت‌های پروجکشن، تکرار می‌شود، تا هر عنصر (نقطه یا پیکسل) متناسب با میزان تقاطع خطوط پروجکشن و میزان میرائی هر خط سیر در آن نقطه، اندازه‌اش به‌طور دقیق مشخص شود. به این ترتیب، بازسازی انجام می‌شود. به هریک از این عناصر در حالت پیوسته، نقطه^۴ و در حالت گسسته، پیکسل^۵ گفته می‌شود. در عمل فرض می‌شود که شیء موردنظر از عناصر گسسته (پیکسل) تشکیل شده است. میزان تأثیر هریک از پیکسل‌های مجزا در اطلاعات پروجکشن، به صورت‌های متفاوتی مدل می‌شود [۴].

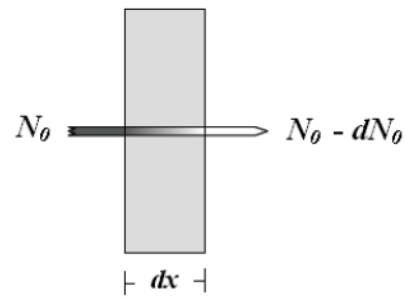
در صورتی که برای بازسازی تنها از الگوریتم BP استفاده شود، نتایج حاصل از بازسازی، تار و مبهم خواهند بود؛ به همین منظور، از فیلترهایی برای تصحیح اطلاعات و بازسازی دقیق‌تر استفاده می‌شود. اعمال فیلترینگ و BP، هر دو محاسباتی خطی بوده و پیچیدگی محاسباتی ناچیزی دارند؛ با این وجود، فیلترینگ یک‌بعدی بسیار ساده‌تر از نوع دوبعدی آن است و به همین دلیل، عمل فیلترینگ قبل از BP روی اطلاعات پروجکشن اجرا می‌شود. این روش، به الگوریتم بازتابی فیلترشده (FBP) معروف است [۱۸].

استفاده از روش‌های بازسازی جبری، راهکار دیگری برای بازسازی تصاویر توموگرافی کامپیوتری است [۱۵]-[۱۷]. این روش‌ها، مبتنی بر تکرار بوده و برای مدل‌های تصویر پیچیده به‌کار رفته‌اند و به‌تازگی در دستگاه‌های توموگرافی کامپیوتری استفاده شده‌اند [۱۰]. امروزه الگوریتم‌های مبتنی بر تکرار، به‌دلیل بهبود امکانات سخت‌افزاری کامپیوترها و توسعه مؤثر روش‌های بازسازی، استفاده وسیعی در کاربردهای عملی پیدا کرده‌اند [۴] و [۱۹].

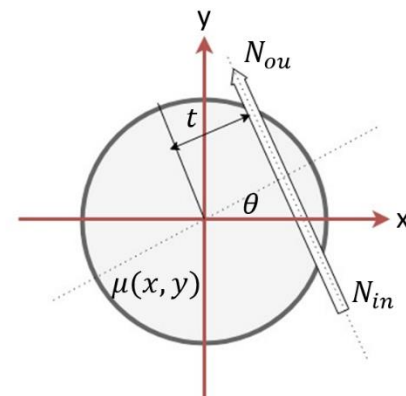
۲-۳- مشکلات تصویربرداری براساس توموگرافی

کامپیوتری

همان‌طور که پیش از این اشاره شد، ساختار کلی دستگاه توموگرافی کامپیوتری، بر مبنای عبور اشعه^x از بدن بیمار، دریافت اشعه^۱ عبوری توسط حسگرها و پردازش اطلاعات دریافت‌شده برای بازسازی تصویر است. این در حالی است که اشعه^۱ ایکس به‌دلیل خاصیت یونیزه‌کنندگی، موجب آسیب‌رسانی به سلول‌های بدن شده و با افزایش زمان تابش



(الف)



(ب)

شکل (۲) - نحوه دریافت اطلاعات: الف- یک المان از شیء ب- حالت کلی.

۲-۲- بازسازی تصویر

اندازه‌گیری‌های انجام‌شده توسط دستگاه CT، به‌صورت اطلاعات پروجکشن ارائه می‌شود. الگوریتم بازسازی تصویر، اطلاعات موجود در پروجکشن‌ها را دریافت و با تخمین تابع چگالی میرایی $u(x, y)$ (ضرایب میرایی در مختصات (x, y))، اقدام به بازسازی تصویر می‌کند. تفاوت در ضرایب میرایی در نقاط مختلف، امکان تشخیص شکل شیء موردنظر و بازسازی تصویر آن را فراهم می‌کند.

یکی از محبوب‌ترین روش‌های بازسازی تصویر که امروزه در CT استفاده می‌شود، الگوریتم بازتابی فیلترشده (FBP) است. این الگوریتم برای اولین بار توسط بریسول و ریدل [۳] ارائه شد و بعدها به‌صورت بازتابی کانولوی^۲ (CBP) توسعه یافت. از این الگوریتم در دستگاه‌های سی‌تی‌اسکن امروزی استفاده می‌شود. هر تصویر پروجکشن، حاوی اطلاعات مربوط به میزان میرائی اشعه^۱ ایکس در مسیر عبوری‌اش است. در روش بازتابی^۳ (BP)، این اطلاعات در همان خط سیری که اشعه ایکس حرکت کرده، از انتها به ابتدا توزیع شده و به هر نقطه به اندازه میزان میرائی

^۴Point^۵Pixel^۱Filtered Back Projection (FBP)^۲Convolution Back Projection (CBP)^۳Back Projection (BP)

تعداد نمونه‌های کامل دارد. هدف این مقاله، بهبود کیفیت تصویر بازسازی شده در ساختار توموگرافی کامپیوتری مبتنی بر حسگری فشرده با بهبود تابع هزینه مورد استفاده است. در بخش بعد، ابتدا تئوری توموگرافی کامپیوتری بر مبنای حسگری فشرده بیان می‌شود. در ادامه و در بخش ۴، مزایا و معایب عملگرهای تنک‌ساز مختلف برای استفاده در بازسازی تصویر بر اساس نمونه‌های فشرده، بررسی و تابع هزینه جدیدی بر اساس مزایای مجموعی از این عملگرها ارائه خواهد شد.

۳- مروری بر ساختارهای پیشین توموگرافی کامپیوتری مبتنی بر حسگری فشرده

در این بخش، تئوری پایه حسگری فشرده استفاده شده در روش توموگرافی کامپیوتری، به طور مختصر مرور می‌شود. در یک مسأله بازسازی تصویر در حالت کلی، در نهایت یک رابطه خطی با تعداد جواب‌های زیاد به دست می‌آید. برای محدود کردن پاسخ‌های مسأله به پاسخ‌های نزدیک به حالت واقعی، باید مسأله را بر اساس دانش قبلی از نوع پاسخ تنظیم کرد. فرض کنیم که رابطه $Au = b$ ، یک راه حل تنظیم شده^۱ مسأله است که A ماتریس اندازه‌گیری، u ماتریس مجهول و b ماتریس معلوم حاوی داده اندازه‌گیری شده باشد. با داشتن اطلاعات قبلی درباره داده کامل، می‌توان از تنک‌بودن داده‌ها بر اساس نرم صفر، نرم مرتبه اول و نرم مرتبه p ، استفاده کرد. نرم مرتبه صفر به یک مسأله با درجه سختی NP، نرم p به یک مسأله بهینه‌سازی غیرمحدب و نرم ۱ به یک مسأله بهینه‌سازی محدب اما مشتق‌ناپذیر می‌انجامد [۲۱]. در یک دستگاه معادلات معین^۲، که تعداد معادلات و تعداد مجهول‌ها یکسان است، ماتریس مجهول با استفاده از رابطه $u = A^{-1}b$ محاسبه می‌شود. هنگامی که تعداد معادلات از تعداد مجهول‌ها بیشتر می‌شود (یک مسأله فرامعین^۳)، حداقل مجذور مربعات خطا راه حل مناسبی برای آن خواهد بود که به راه حل زیر منجر می‌شود:

$$\ln\left(\frac{N_{in}}{N_{out}}\right) = \int_{rayAB} \mu(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy \quad (4)$$

$$u = (A^T A)^{-1} A^T b$$

اشعه ایکس به بدن بیمار، سلول‌های بدن، یونیزه شده و احتمال ابتلا به سرطان در افراد تحت تابش افزایش می‌یابد. اگرچه میزان این احتمال با انجام یک فرایند نمونه‌برداری تحت تابش اشعه ایکس، پایین است؛ اما با افزایش تعداد آزمایش‌ها و در نتیجه مقدار دوز اشعه ایکس عبوری از بدن بیمار، این احتمال به طور چشم‌گیری افزایش می‌یابد. به طور کلی، راهکارهای مشخص شده برای کاهش میزان تابش اشعه ایکس در فرایند نمونه‌برداری به ۳ دسته کلی تقسیم می‌شوند:

۱. تنظیم ولتاژ تیوب: کاهش ولتاژ تیوب باعث کاهش انرژی متوسط فوتون‌های تابیده شده به بدن بیمار می‌گردد [۲۰].
 ۲. افزایش میزان حرکت تخت بیمار به ازای هر گردش تیوب، که به اصطلاح پیچ نامیده می‌شود. اگر سایر پارامترها ثابت باشند، افزایش پیچ، انرژی تابشی را در حجم بیشتری از بیمار توزیع می‌کند؛ بنابراین دوز انرژی اعمالی به بیمار کاهش خواهد یافت.
 ۳. زمان و تعداد اشعه‌های تابشی: کاهش زمان تابش اشعه ایکس بر بدن بیمار، باعث کاهش قابل‌ملاحظه میزان دوز مؤثر دریافتی می‌شود؛ در نتیجه احتمال ابتلا به سرطان را به میزان قابل‌توجهی کاهش می‌دهد. این امر با کاهش تعداد نمونه‌ها و کاهش تعداد اشعه‌های اعمالی به بدن بیمار، امکان‌پذیر خواهد بود.
- در حالت کلی، کنترل میزان دوز اعمالی با استفاده از دو روش اول، به نوع دستگاه و ساختار فیزیکی بدن بیمار وابسته است. بنابراین در صورت پیشگیری با این روش‌ها، لزوماً نتیجه موردنظر دریافت نمی‌شود و ممکن است نتایج بسته به اینکه از چه دستگاهی استفاده می‌شود یا اینکه بدن بیمار موردنظر چه شرایطی دارد، متفاوت باشد. در حال حاضر بهترین راه برای کاهش دوز اشعه ایکس اعمالی، استفاده از تعداد نمونه‌های کمتر برای بازسازی و کاهش مدت زمان نمونه‌برداری است. هرچند بازسازی با تعداد نمونه‌های کمتر با استفاده از روش‌های مرسوم مانند FBP، تقریباً غیرممکن است؛ اما روش‌های بررسی شده در سال‌های اخیر، بازسازی با استفاده از نمونه‌های کمتر را بر اساس حسگری فشرده امکان‌پذیر می‌کند [۳]-[۱۰]. با این وجود، متأسفانه در این روش‌ها کیفیت تصاویر بازسازی شده همچنان فاصله قابل‌ملاحظه‌ای با تصویر حاصل از بازسازی با استفاده از

^۱Regularized

^۲Determined

^۳ Overdetermined

هزینه‌های با دیکشنری جدید، به دنبال بهبود بازسازی تصویر در لبه‌ها و حذف مصنوعات موجود در تصویر هستیم. در ادامه، ابتدا هر یک از عملگرهای تنک‌ساز موجود بررسی شده و مزایا و معایب هر یک، ذکر شده است. سپس با توجه به ویژگی‌های هر عملگر، ترکیب بهینه پیشنهادی برای محاسبه تابع هزینه ارائه شده است.

۴-۱- عملگر تبدیل کسینوسی گسسته

یکی از عملگرهای تنک‌ساز مورد استفاده در فرایند نمونه‌برداری فشرده، تبدیل کسینوسی گسسته (DCT) است [۲۳]. عملگر تنک‌ساز تبدیل کسینوسی در بسیاری از کاربردهای پردازش تصویر استفاده می‌شود. این تبدیل، قادر به نمایش بسیاری از ویژگی‌های مهم قابل ادراک تصویر با تعداد محدودی از ضرایب است؛ به همین دلیل است که به صورت یکی از بلوک‌های اصلی استاندارد فشرده‌سازی JPEG، مورد استفاده قرار گرفته است. این تبدیل در واقع مشابه با تبدیل فوریه است، که تنها از قسمت حقیقی تابع پایه استفاده می‌کند.

تبدیل DCT اغلب برای فشرده‌سازی انرژی و کاهش افزونگی میان پیکسل‌های تصویر استفاده می‌شود. این فشرده‌سازی بر اساس این اصل انجام می‌شود که بخش عمده انرژی سیگنال در مؤلفه‌های فرکانس پایین حمل می‌شود و در مقابل، مؤلفه‌های فرکانس بالا، انرژی قابل‌ملاحظه‌ای ندارند. سیستم بینایی انسان^۱ (HVS) حساسیت کمتری به خطاهای باند فرکانسی بالا نسبت به خطاهای باند فرکانسی پایین دارد؛ بنابراین ضرایب فرکانس بالای تبدیل کسینوسی برای دستیابی به فشرده‌سازی بالا و بدون تخریب کیفیت قابل ادراک تصویر، قابل صرف‌نظر هستند.

در محاسبه تبدیل کسینوسی، با فرض طبیعت غیرایستاد تصاویر طبیعی، تصویر به بلوک‌های کوچکی تقسیم و ضرایب کسینوسی روی بلوک‌های مجزا محاسبه می‌شوند. با این وجود، به دلیل طبیعت پیوسته تصاویر، همبستگی میان بلوک‌های مجاور وجود دارد، که این همبستگی و ارتباط در تبدیل کسینوسی، به دلیل اعمال روی بلوک‌های مجزا، در نظر گرفته نمی‌شود. این امر، به ویژه در نرخ‌های فشرده‌سازی بالا، به افزوده

هنگامی که تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر است، مسأله تنها در صورتی قابل حل خواهد بود که ماتریس مجهولات مسأله، تنک باشد. در این حالت، مسأله یک مسأله تنک خواهد بود. چنین مسأله‌ای به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\min_u J(u) \quad s.t. \quad b = Au \quad (5)$$

در این رابطه $J(u)$ تابع به دست آمده از دانسته‌های قبلی است، که استفاده از داده‌های تنک را ممکن می‌کند. به این تابع به اصطلاح، عملگر تنک‌ساز می‌گویند. این مسأله پس از تنک‌سازی، به یک معادله خطی یا درجه ۲ تبدیل خواهد شد:

$$\min_u \frac{1}{2} \|Au - b\|_2^2 + \lambda \|u\|_p^p \quad (6)$$

در این رابطه λ پارامتر عددی برای تنظیم‌سازی مسأله و $\| \cdot \|_p$ نشان‌دهنده نرم p (l_p) است.

در بخش بعد و با استفاده از تئوری حسگری فشرده، مزایا و معایب استفاده از عملگرهای تنک‌ساز مختلف در کاهش زمان نمونه‌برداری در سیستم توموگرافی کامپیوتری را بررسی می‌کنیم. در نهایت با جمع‌بندی این عملگرها، به تکنیک حسگری فشرده جدیدی دست می‌یابیم که تصویر خروجی را با کیفیت بهتری با استفاده از تعداد ناقص نمونه‌ها به دست می‌دهد.

۴- الگوریتم پیشنهادی برای بهبود کیفیت تصاویر در ساختار توموگرافی کامپیوتری مبتنی بر حسگری فشرده

همان‌طور که پیش از این اشاره شد، در یک سیستم توموگرافی کامپیوتری، تئوری حسگری فشرده با استفاده از مفهوم تنک بودن سیگنال در یک حوزه خاص، عمل نمونه‌برداری و فشرده‌سازی سیگنال را ترکیب کرده و از دریافت نمونه‌های اضافی پرهیز می‌کند. تبدیل موجک (WT)، تبدیل کسینوسی گسسته (DCT) و واریانس مجموع (TV) تصویر، نمونه‌ای از معروف‌ترین تبدیل‌های تنک‌ساز هستند.

اگرچه با وجود نمونه‌برداری با نرخ پایین، تئوری حسگری فشرده نسبت به الگوریتم‌های مرسوم کیفیت بالاتری ارائه می‌دهد؛ اما در بازسازی لبه‌های تصاویر (عناصر فرکانس بالا)، با محدودیت جدی روبرو هستند. در این مقاله با معرفی تابع

^۱Human Visual System

شدن مصنوعات ناخواسته، معروف به مصنوعات بلوک‌بندی، به تصویر خواهد شد.

فشرده‌سازی براساس ضرایب تبدیل کسینوسی، مزایا و معایب دیگری نیز دارد. فشرده‌سازی براساس ضرایب DCT، از طبیعت فرکانس پایین تصویر استفاده می‌کند؛ از این‌رو حاصل این فشرده‌سازی، تصویری پایین‌گذر خواهد بود. تغییر نرخ فشرده‌سازی یا نمونه‌برداری فشرده در فشرده‌سازی براساس ضرایب DCT، در واقع به معنی تغییر پهنای باند فیلتر پایین‌گذر مورد استفاده است؛ بنابراین، در استفاده از این تبدیل در کاهش نرخ نمونه‌ها، تصویر از یک فیلتر پایین‌گذر عبور کرده و دچار محوشدگی می‌شود. این محوشدگی به از دست رفتن محتویات فرکانس بالا و به‌خصوص لبه‌های تصویر منجر می‌شود؛ اما از سوی دیگر مصنوعات ناخواسته افزوده‌شده به تصویر، مانند مصنوعات شعاعی و نواری شکل ناشی از کم بودن تعداد نمونه‌ها در سیستم توموگرافی کامپیوتری، بر اثر عبور از این فیلتر پایین‌گذر، حذف خواهند شد.

بنابراین در استفاده از تبدیل DCT در سیستم توموگرافی کامپیوتری براساس نمونه‌برداری فشرده، باید مزایا و معایب آن را در نظر گرفت و براساس نیازهای مسأله، این عملگر تنک‌ساز با وزن‌دهی مشخص در تابع هزینه استفاده شود.

۴-۲- عملگر موجک

تبدیل موجک (WT)، به‌عنوان ابزاری بسیار کارآمد در تحلیل سیگنال‌های ایستادن مطرح شده است؛ زیرا قادر به تعیین محل مؤلفه‌های فرکانسی مختلف در حوزه مکان است [۲۴]-[۲۷]. در مقایسه با توابع پایه سینوسی، که در تبدیل‌های فوریه و DCT استفاده می‌شود و انرژی نامحدود دارند، تبدیل موجک براساس توابع موج کوچک (موجک مادر) با فرکانس متغیر، دوره محدود و متوسط صفر می‌باشد.

نکته قابل توجه درباره تبدیل موجک آن است که در محاسبه این تبدیل، برخلاف تبدیل کسینوسی، نیازی به تقسیم‌بندی تصویر به بلوک‌های کوچک نیست. تبدیل موجک نسبت به تبدیل کسینوسی، پیچیدگی محاسباتی بالاتری دارد؛ اما به‌دلیل

بی‌نیازی به بلوک‌بندی تصویر، مصنوعات ناخواسته کمتری به تصویر اضافه خواهد کرد. به‌علاوه، تبدیل موجک امکان رسیدن به نرخ فشرده‌سازی بالاتری را در مقایسه با تبدیل کسینوسی فراهم می‌آورد. تبدیل موجک چندسطحی، قابل محاسبه برای کل تصویر بدون نیاز به بلوک‌بندی تصویر است. با انتخاب مناسب تابع موجک شامل تابع هار^۱، دابچیز^۲ و غیره، ویژگی‌ها و مؤلفه‌های فرکانسی مشخصی از سیگنال، قابل استخراج یا بهبود هستند؛ در واقع، مفهوم تبدیل موجک تا حد زیادی با مفهوم بانک فیلتر^۳ در آمیخته است. در نظریه بانک فیلتر، طیف فرکانسی یک سیگنال به تعدادی سیگنال باند باریک، زیر باند، تقسیم می‌شود. هر زیرباند، بخش باریکی از کل باند فرکانسی سیگنال اولیه را شامل می‌شود، که با باندهای مجاور هم‌پوشانی ندارد.

براساس این تحلیل، مشاهده می‌شود که خروجی تبدیل موجک، حاصل عبور تصویر از فیلترهای میان‌گذری است که هر یک بخشی از طیف فرکانسی تصویر را عبور می‌دهند. بنابراین در فشرده‌سازی تصویر براساس ضرایب تبدیل موجک، انتخاب بهینه‌ای از این ضرایب و در نتیجه باندهای فرکانسی، که محتویات تصویر را به بهترین شکل حفظ کند، استفاده می‌شود. این بدان معناست که تبدیل موجک، برخلاف تبدیل کسینوسی، با یک فیلتر پایین‌گذر ساده که پهنای باند آن تنها با تغییر نرخ فشرده‌سازی تغییر می‌کند، قابل مدل کردن نیست. این امر، برتری تبدیل موجک در حفظ جزئیات تصویر را نسبت به تبدیل DCT نشان می‌دهد. این مطلب از دو منظر قابل بررسی است.

از دیدگاه مصنوعات اضافه‌شده به تصویر در اثر کاهش تعداد زوایای دریافتی در ساختار توموگرافی کامپیوتری براساس حسگری فشرده، همان‌طور که پیش از این گفته شد، از آن‌جا که تبدیل DCT به‌طور قطع به‌صورت یک فیلتر پایین‌گذر عمل می‌کند، تا حد خوبی این مصنوعات را حذف خواهد کرد. اما تبدیل موجک به‌دلیل آنکه بخش‌های مهمی از باند فرکانسی را، که لزوماً همگی فرکانس پایین نیستند، حفظ می‌کنند، در این امر موفقیت کمتری دارد؛ در نتیجه تبدیل DCT، نواحی یکنواخت تصویر را با کیفیت بهتری بازایی می‌کند.

^۱ Filter Bank

^۱ Haar

^۲ Ingrid Daubechies

گرادیان تصویر دارد؛ بنابراین کمینه کردن آن، باعث حذف گسترده عناصری با گرادیان بالا (عناصری مانند نویز و مصنوعات نواری شکل) شده و کیفیت تصویر بازسازی شده را افزایش خواهد داد. نتایج حاصل از TV نسبت به روش‌های سنتی موجود، بسیار باکیفیت‌تر است.

قدرت الگوریتم‌های مبتنی بر TV، امری ثابت شده است و به دلیل اینکه این عملگر، براساس تغییرات محلی سیگنال عمل می‌کند، کارایی خوبی در حفظ لبه‌های تصویر دارد؛ با این وجود، مصنوعات موجود در تصویر اولیه ناشی از محدودیت تعداد زوایای دید، کارایی TV را به میزان زیادی تخریب می‌کند [۳۴].

۴-۴- عملگر تنک‌سازی ترکیبی پیشنهادی

همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد، حسگری فشرده براساس تبدیل موجک یا کسینوسی به محوشدگی مرزها در تصویر بازسازی شده منجر می‌شود. همچنین حسگری فشرده براساس عملگر واریانس مجموع، به تنهایی لبه‌ها را تقویت می‌کند؛ اما به افزوده شدن مصنوعات ناخواسته به تصویر منجر می‌شود. بنابراین نیاز به الگوریتمی بهینه برای بازسازی تصویر از داده‌های توموگرافی کامپیوتری با زوایای دید محدود، به‌گونه‌ای که با حفظ لبه‌ها مصنوعات تصویر نیز حذف شود، احساس می‌شود.

در این مقاله، براساس ترکیب بهینه عملگرهای تبدیل موجک، تبدیل کسینوسی گسسته و واریانس مجموع، یک دیکشنری تنک‌سازی جدید در الگوریتم حسگری فشرده ارائه شده است. الگوریتم پیشنهادی در روابط (۱۱)، (۱۲) تشریح شده است:

$$\min_u \frac{1}{2} \|ax - b\|_2^2 + \alpha \|\psi_{WT}x\|_p^p + \beta \|\psi_{DCT}x\|_p^p + \gamma TV(x) \quad (11)$$

$$TV(x) = \int |Dx| \quad (12)$$

در این رابطه، x نمایانگر حدس اولیه از تصویر است که براساس الگوریتم BP به دست آمده است. ψ_{DCT} و ψ_{WT} عملگرهای تبدیل موجک و تبدیل کسینوسی گسسته هستند. پارامتر D عملگر گرادیان و α ، β و γ به ترتیب ضرایب وزنی عملگرهای تبدیل موجک، تبدیل کسینوسی گسسته و واریانس مجموع، هستند. همان‌طور که بحث شد، هر یک از عملگرهای DCT،

توابع پایه تبدیل موجک، توابعی محلی هستند؛ از این رو در مناطقی از تصویر که تغییرات شدید وجود دارد، مانند لبه‌ها، فرکانس‌های بالا بهتر حفظ شده و نواسانات ناخواسته در لبه‌ها کمتر اتفاق می‌افتند. این در حالی است که در فشرده‌سازی براساس ضرایب DCT، به دلیل تناوبی بودن توابع پایه، تمام محتویات فرکانس بالا در کل تصویر با فشرده‌سازی حذف می‌شوند؛ بنابراین لبه‌ها به دلیل از دست دادن مؤلفه‌های فرکانس بالا، دچار نواسانات ناخواسته می‌شوند که به نوبه خود، کیفیت تصویر را تخریب خواهد کرد.

۴-۳- عملگر واریانس مجموع

یکی از محبوب‌ترین روش‌هایی که تاکنون در توموگرافی کامپیوتری مطالعه شده است، رویکرد واریانس مجموع (TV) مبتنی بر روش‌های حسگری فشرده است [۲۸]-[۳۲]. روش‌های مبتنی بر TV، از واریانس مجموع یا همان مجموع گرادیان تصویر به عنوان تبدیل تنک‌ساز استفاده می‌کنند. در حالت کلی، می‌توان روش‌های مبتنی بر TV را به صورت زیر بیان کرد:

$$\mu = \arg \min_{\mu} J(\mu) \quad (7)$$

به گونه‌ای که :

$$J(\mu) = \lambda \|\mu\|_{TV} + \|A\mu + p\|_2^2 \quad (8)$$

به طوری که فاکتور تخفیف λ ، برای تأکید بر تنک بودن جواب است. بررسی‌های زیادی درباره مقادیر ممکن برای این فاکتور (λ) انجام شده است [۳۳].

در این مقاله، برای تعریف TV از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\|\mu\|_{TV} = \int |\Delta\mu| dx \quad (9)$$

رابطه بالا در حالت گسسته، به صورت زیر خواهد بود:

$$\|\mu\|_{TV} = \sum_{i,j} ((\Delta\mu_x^2)_{i,j} + (\Delta\mu_y^2)_{i,j}) \quad (10)$$

در رابطه بالا، $\Delta\mu_x$ و $\Delta\mu_y$ نشان‌دهنده گرادیان تصویر در راستای x و y هستند. طبق رابطه بالا، TV رابطه مستقیمی با

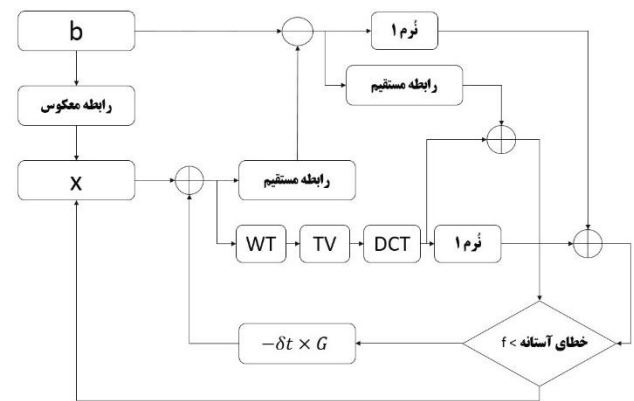
می‌دهد. مجموع G_1 و G_2 (یعنی G) نشان‌دهنده تصویر خطا است. اگر f بیشتر از حد مجاز خطای قابل قبول باشد، مقدار X باید به‌روزرسانی شود. روند به‌روزرسانی با کم کردن بخشی از G از تصویر X ، اجراشدنی است. در الگوریتم پیشنهادی، δt نمایانگر این بخش می‌باشد که برابر با گام تکرارپذیری است. گام بزرگ، سرعت برنامه را افزایش داده و در نتیجه، زمان اجرای الگوریتم را کم می‌کند؛ اما از سوی دیگر، می‌تواند به افزایش خطا منجر شده و حلقه‌ای ناپایدار در روند تکرار الگوریتم ایجاد کند.

تعداد گام‌ها براساس مصالحه میان زمان اجرا و کیفیت تصویر نهایی بازسازی‌شده، تعیین می‌شود. در الگوریتم حاضر، تعداد گام‌ها به میزان ۵۰ گام انتخاب شده است. در بخش بعد، نتایج شبیه‌سازی برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی ارائه خواهند شد.

۵- شبیه‌سازی و تحلیل

برای ارزیابی کارایی الگوریتم بازسازی پیشنهادی براساس حسگری فشرده، یک فانتوم مصنوعی Shepp-Logan در نظر گرفته شده است. اندازه فانتوم، 256×256 است (شکل ۴). این فانتوم با استفاده از ساختار تنکی از گیرنده‌ها، تحت تصویربرداری قرار می‌گیرد. برای این منظور، با توجه به اندازه فانتوم و شعاع استوانه تحت تصویربرداری، به حدود ۱۰۰ پروجکشن از زوایای دید مختلف با گام زاویه‌ای 1.8° درجه نیاز داریم. اما براساس تئوری حسگری فشرده و با توجه به تنک بودن داده تصاویر بافت‌های بدن، تنها با کمتر از ۶۴ پروجکشن زاویه‌ای، از انتخاب یکنواختی (با گام 2.8° درجه) از زوایای دید مورد نیاز دریافت شده است. این داده براساس روش FBP معمول، الگوریتم‌های حسگری فشرده پیشین، که تنها مبتنی بر عملگر واریانس مجموع هستند، و نیز الگوریتم پیشنهادی بر مبنای تابع هزینه ترکیبی، بازسازی شده است. نتایج در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل، نتایج حاصل از بازسازی ۳ الگوریتم ذکر شده در ۳ شبیه‌سازی با تعداد زوایای پروجکشن ۳۲، ۶۴ و ۱۲۸ ارائه شده است. همانطور که از نتایج مشخص است، الگوریتم FBP در بازسازی تصویر با استفاده از اطلاعات ناقص (زوایای پروجکشن محدود) با مشکل مواجه بوده و مصنوعات بسیار زیادی تولید می‌کند. با افزودن عملگر تنک‌ساز واریانس مجموع، بخش زیادی از مصنوعات افزوده شده به تصویر حاصل از FBP، حذف می‌شود؛ اما در عین حال باز هم

WT و TV به‌ترتیب مشابه یک فیلتر پایین‌گذر، میان‌گذر و بالاگذر عمل می‌کنند. می‌توان با ترکیب بهینه این عملگرها به عملگری دست یافت که علاوه بر حفظ لبه‌های موجود در تصویر، از ایجاد مصنوعات و اعوجاجات فرکانس پایین جلوگیری کند. علاوه بر این مسئله، با توجه به این امر که در روش ارائه‌شده، فرآیند نمونه‌برداری هیچ‌گونه وابستگی به هندسه سیستم تصویربرداری توموگرافی کامپیوتری ندارد، می‌توان از آن در هندسه‌های مختلف تصویربرداری توموگرافی کامپیوتری استفاده کرد [۲۲].

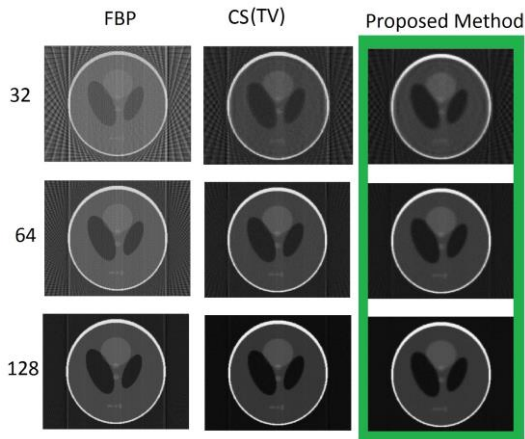


شکل (۳) - بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی.

در حالت کلی، می‌توان کل سیستم را به صورت یک بلوک در نظر گرفت که ورودی آن، داده‌های خام دریافتی توسط گیرنده‌ها و خروجی، تصویر بازسازی‌شده نهایی است. الگوریتم بازسازی پیشنهادی، یک روش مبتنی بر تکرار^۱ است. شکل ۳، مراحل این الگوریتم را نشان می‌دهد. در مرحله اول، با استفاده از روش بازسازی معمول براساس BP، یک تخمین اولیه ولی با کیفیت پایین از تصویر اولیه، X ، به دست می‌آید. در این شکل، b نشان‌دهنده داده خام دریافتی است. با استفاده از رابطه مستقیم (رابطه (۲))، داده دریافتی توسط گیرنده‌ها از شیء فرضی X محاسبه می‌شود، تا میزان خطای آن نسبت به داده‌های واقعی دریافتی محاسبه شود. متغیر f_1 ، توان دوم این سیگنال خطا است. می‌توان با اعمال بازسازی براساس BP یک تصویر خطا، G_1 ، از این سیگنال خطا بازسازی کرد. به همین ترتیب، در ادامه الگوریتم عملگر ترکیبی تنک‌ساز پیشنهادی را بر تصویر X اعمال می‌کند تا تصویر تنک به دست آید. براساس تصویر تنک‌شده، توان دوم سیگنال خطا، f_2 ، و تصویر خطا، تولید می‌شوند؛ بنابراین ترکیب f_1 و f_2 (یعنی f)، پارامتری است که تفاوت میان تصویر واقعی و آنچه ما پیش‌بینی کرده‌ایم را نشان

^۱Iterative

براساس تعداد زوایای دید مورد استفاده، در شکل‌های ۶ تا ۸ نشان داده شده است. شکل ۶، نمودار تغییرات MSE بر حسب تعداد زوایای پروجکشن را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی، متوسط مربعات خطای کمتری نسبت به دو الگوریتم دیگر داشته و در نتیجه، تصویر بهتری ارائه خواهد داد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد زوایای پروجکشن، خطا در هر سه الگوریتم کاهش می‌یابد.



شکل (۴) - فانتوم در نظر گرفته شده به‌عنوان ورودی.

DWT، اطلاعات اساسی تصویر تا حد خوبی حفظ شده و یکنواختی بافت‌ها به خوبی بازسازی شده است. همان‌طور که مشخص است، با ۶۴ زاویه پروجکشن، نتیجه حاصل از الگوریتم پیشنهادی، بهتر از الگوریتم‌های TV و FBP با ۱۲۸ زاویه پروجکشن است.

برای مقایسه کمی نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی و روش‌های پیشین، تصاویر به‌دست‌آمده با استفاده از ۳ معیار متوسط خطای مربعات (MSE)، بیشینه سیگنال به نویز (PSNR) و تشابه ساختار (SSIM)، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با فرض اینکه سیگنال اصلی و x_{rec} سیگنال بازسازی شده است، معادلات مربوط به این پارامترها به‌صورت زیر بیان می‌شود:

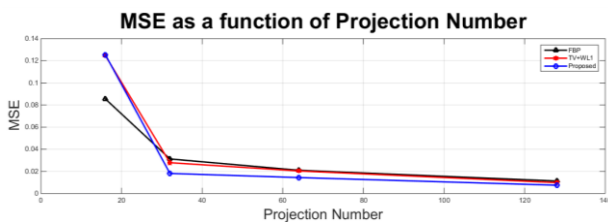
$$MSE(x) = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [x_o(i,j) - x_{rec}(i,j)]^2 \quad (13)$$

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX(x)^2}{MSE(x)} \right) \quad (14)$$

$$SSIM = \frac{(2m_1m_2 + c_1)(2\sigma_{12} + c_2)}{(m_1^2 + m_2^2 + c_1)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + c_2)} \quad (15)$$

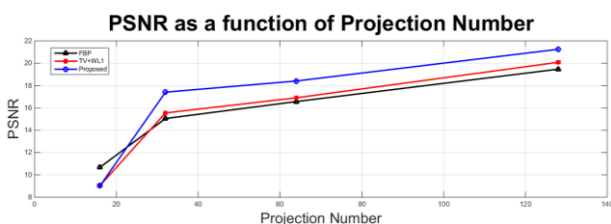
به‌گونه‌ای که m_1 و m_2 به ترتیب متوسط تصاویر اصلی و بازسازی شده و σ_1 و σ_2 واریانس آنها می‌باشند. لازم به ذکر است که برای معیار SSIM، خروجی عددی بین ۰ و ۱ است و هر چه به عدد ۱ نزدیکتر باشد، تشابه ساختاری تصویر اصلی و تصویر بازسازی شده بیشتر خواهد بود. نمودارهای حاصل

شکل (۵) - مقایسه نتایج حاصل از سه الگوریتم FBP، TV و الگوریتم پیشنهادی در تعداد زوایای پروجکشن مختلف.



شکل (۶) - نمودار تغییرات MSE بر حسب تعداد زوایای پروجکشن.

شکل ۷، نمودار تغییرات PSNR نسبت به تغییرات زوایای پروجکشن را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، بیشینه سیگنال به نویز در الگوریتم پیشنهادی، اختلاف فاحشی با مقدار این پارامتر در سایر الگوریتم‌ها دارد؛ بنابراین تصویر بازسازی شده کیفیت بهتری خواهد داشت.



شکل (۷) - نمودار تغییرات PSNR بر حسب تعداد زوایای پروجکشن.

بدون تخریب قابل توجه کیفیت تصویر، به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است.

جدول (۱)

Proposed Method	TV	FBP	نام الگوریتم
۱۱۷/۳۵	۱۵/۱۰	۱۶/۱	زمان اجرا (s)

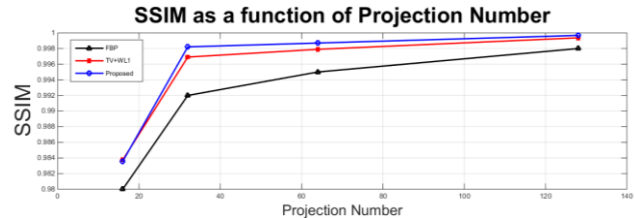
۶- نتیجه

در این مقاله، با استفاده از ترکیب عملگرهای تنک‌ساز موجود برای بازسازی تصاویر توموگرافی کامپیوتری با استفاده از نظریه حسگری فشرده، تابع هزینه بهینه ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی قادر به تولید تصاویر با کیفیت بهتر، مصنوعات اضافه‌شده کمتر، در عین حفظ بهتر لبه‌های تصویر در صورت دریافت تعداد محدود زاویه دید، می‌باشد. علاوه بر این مسئله، به دلیل تغییر نکردن در فرآیند نمونه‌برداری، این الگوریتم وابسته به هندسه دستگاه CT نبوده و می‌توان به راحتی آن را بر هندسه‌های پرتو بادبزی و پرتو مخروطی اعمال کرد.

۷- مراجع

- [1] J. Radon. "Über die bestimmung von funktionendurchihreintegralwertelangsgewisser mannigfaltigkeiten (on the determination of functions from their integrals along certain manifolds)," *BerichteSaechsischeAkademie der Wissenschaften*, vol. 29, pp. 262 - 277, 1917.
- [2] G. Hounsfield, "A method of an apparatus for examination of a body by radiation such as x-ray or gamma radiation," *Patent specification 1283915*, The Patent Office, 1972.
- [3] SJ. LaRoque, EY. Sidky, X. Pan, "Accurate imagereconstructionfrom few-view and limited-angle data in diffractiontomography," *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 25, Issue 7, pp. 1772-1782, Jun 2008.
- [4] E. Y. Sidky and X. C. Pan, "Image reconstruction in circularcone-beam computed tomography by constrained, totalvariationminimization", *Physics in Medicine and Biology*, vol. 53, pp. 777 - 807, 2008.
- [5] J. Bian, J. Wang, X. Han, E. Y. Sidky, L. Shao, and X. Pan, "Optimization-based image reconstruction from sparse-viewdatain offset-detector CBCT", *Physics in Medicine and Biology*, vol. 58, pp. 205 - 230, 2013.
- [6] P. T. Lauzier and G. H. Chen, "Characterization of statisticalprior image constrained compressed sensing. I. applicationsto time-resolved contrast-

شکل ۸، نمودار تغییرات SSIM نسبت به تغییرات تعداد زوایای پروجکشن را نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که SSIM مربوط به الگوریتم پیشنهادی بیشتر است؛ یعنی تصاویر حاصل از این الگوریتم، عملکرد بهتری در بازسازی یکنواخت و مناسب بافت‌ها و لبه‌ها دارد.



شکل (۸) - نمودار تغییرات SSIM برحسب تعداد زوایای پروجکشن.

برای محاسبه تصویر ایده‌آل (تصویر با کیفیت بالا) و MSE در این رابطه، نتایج روش حسگری فشرده براساس تبدیل موجک، در بیشینه تعداد زوایای دید ممکن، یعنی ۶۰۰ زاویه دید، به عنوان تصویر با کیفیت مرجع استفاده شده است. براساس این تحلیل کمی، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی با تعداد زاویه دید کم، بسیار بهتر از الگوریتم‌های موجود عمل می‌کند. جدول ۱، زمان پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف شامل الگوریتم CT معمول براساس TV و الگوریتم CS پیشنهادی براساس این تابع هزینه ترکیبی را با یکدیگر مقایسه می‌کند. براساس این جدول مشخص است که الگوریتم پیشنهادی از لحاظ حجم محاسبات، پیچیده‌تر از دو الگوریتم دیگر است. این مسئله، به طور کامل قابل حل بوده و می‌توان آن را با پیاده‌سازی سخت‌افزاری بهینه، بهبود بخشید. باید در نظر گرفت که در بازسازی تصاویر توموگرافی کامپیوتری، کاهش نویز مسئله‌ای بسیار جدی‌تر از زمان اجراست؛ زیرا زمان اجرای برنامه، مدت زمانی است که بیمار تحت تابش اشعه ایکس نمی‌باشد و در نتیجه افزایش چند ثانیه‌ای آن مشکلی ایجاد نخواهد کرد؛ ولی تعداد نمونه‌ها، رابطه مستقیم با زمان تابش اشعه ایکس و دوز دریافتی آن دارد. در واقع در تصویربرداری به روش توموگرافی کامپیوتری، دو فاصله زمانی وجود دارد، که یکی فاصله زمانی است که بیمار تحت تابش است و باید تا حد امکان کاهش یابد. دیگری زمان بازسازی تصویر است که در این مدت، بیمار تحت تابش نبوده و تنها عمل بازسازی انجام می‌شود؛ بنابراین طولانی بودن آن، خطری برای سلامتی بیمار ندارد. در روش پیشنهادی، زمان اول که اثر مستقیم بر سلامت بیمار دارد،

- [20] Diederich S, Lenzen H, "Radiation exposure associated with imaging of the chest: comparison of different radiographic and computed tomography techniques," American Cancer Society, vol. 89, pp. 2457-60, 2000.
- [21] M. Elad, "Optimized projections for compressed sensing," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 55, pp. 5695-5702, 2007.
- [22] Zhang, et al. "Relationship between reconstruction quality and scan type for compressive sensing based on cone beam CT reconstruction", *Proc. SPIE*, volume 10070, pages 100701M-100701M-10, 2017.
- [23] K. Rao, P. Yip, "Discrete cosine transform: algorithms, advantages, applications," Academic press, 2014.
- [24] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation." *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, vol. 11, no. 7 pp. 674-693. 1989.
- [25] M. A. Qureshi, M. Deriche. "A new wavelet based efficient image compression algorithm using compressive sensing." *Multimedia Tools and Applications*, vol. 75, pp. 6737-6754., 2016.
- [26] A. Katunin, M. Dańczak, and P. Kostka. "Automated identification and classification of internal defects in composite structures using computed tomography and 3D wavelet analysis." *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 15, no. 2, pp. 436-448, 2015.
- [27] V. Bhateja, H. Patel, A. Krishn, A. Sahu, A. Lay-Ekuakille "Multimodal medical image sensor fusion framework using cascade of wavelet and contourlet transform domains." *IEEE Sensors Journal*, vol. 15, no. 12, pp. 6783-6790, 2015.
- [28] L. Ritschl, F. Bergner, C. Fleischmann, M. Kachelriess, "Improved total variation-based CT image reconstruction applied to clinical data." *Physics in medicine and biology*, vol. 56, no. 6, pp. 545, 2011.
- [29] S. O. Jin, J. G. Kim, S. Y. Lee, O. K. Kwon, "Bone-induced streak artifact suppression in sparse-view CT image reconstruction." *Biomedical engineering online*, vol. 11, no. 1, pp. 11-44, 2012.
- [30] X. Li, S. Luo, "A compressed sensing-based iterative algorithm for CT reconstruction and its possible application to phase contrast imaging." *Biomedical engineering online*, vol. 10, no. 1, pp. 73, 2011.
- [31] Q. Xu, H. Yu, X. Mou, L. Zhang, J. Hsieh, G. Wang, "Low-dose X-ray CT reconstruction via dictionary learning." *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 31, no. 9, pp. 1682-1697, 2012.
- [32] Y. Liu, J. Ma, H. Zhang, J. Wang, Z. Liang, "Low-dose CT image reconstruction by adaptive-weighted TV-constrained penalized weighted least-squares approach." *Proceedings of The Second International Conference on Image enhanced CT*", *Medical Physics*, vol. 39, pp. 5930 - 5948, 2012.
- [7] PT. Lauzier, GH. Chen, "Characterization of statistical prior image constrained compressed sensing (PICCS): II. application to dose reduction", *Medical Physics*, vol. 40, 2013.
- [8] O. Barkan, J. Weill, A. Averbuch, S. Dekel, "Adaptive Compressed Tomography Sensing", *IEEE Conference, Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 2195 - 2202, 2013.
- [9] W. Hou, et al, "A Compressed Sensing Approach to Low radiation CT Reconstruction", *Communication Systems, Networks & Digital Signal Processing (CSNDSP)*, pp. 793 - 797, 2014.
- [10] H. Abbasi, et al, "Improved CT Image Reconstruction Through Partial Fourier Sampling", *Scientia Iranica D*, vol. 23, no. 6, pp. 2908-2916, 2016.
- [11] M Lakshminarayana, Mrinal Sarvagya, "Random sample measurement and reconstruction of medical image signal using Compressive Sensing", *Computing and Network Communications (CoCoNet) 2015 International Conference on*, pp. 255-262, 2015.
- [12] Qureshi, Muhammad Ali, and M. Deriche. "A New Wavelet Based Efficient Image Compression Algorithm Using Compressive Sensing". *Multimedia Tools and Applications* 75.12 (2015): 6737-6754. Web. 28 May 2017.
- [13] L. M. Merino and L. E. Mendoza, "Robust compression using Compressive Sensing (CS)," *2010 IEEE ANDESCON*, Bogota, 2010, pp. 1-7.
- [14] Kristie D'Ambrosio, et al. "Assessing the Benefits of DCT Compressive Sensing for Computational Electromagnetics", *Master of Engineering in Electrical Engineering and Computer Science at the Massachusetts Institute of Technology* April 2011.
- [15] David S. Lalush, Miles N. Wernick, *Chapter 21- Iterative Image Reconstruction*, *Emission Tomography (First Edition)*, 2004, Pages 443-472.
- [16] R. Gordon, R. Bender, and G. Herman, "Algebraic reconstruction techniques (ART) for three dimensional electron microscopy and X-ray photography," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 36, pp. 105-117, 1970.
- [17] R. Gordon, "A tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques)," *Transactions on Nuclear Science*, vol. NS-21, pp. 78-93, 1974.
- [18] R.P.V. Rao, R.D. Kriz, A.L. Abbott, C.J. Ribbens, "Parallel implementation of the filtered back projection algorithms for tomographic imaging," <http://www.sv.vt.edu/xrayct/parallel/ParallelCT.html>, ۱۹۹۵.
- [19] L. Shepp and B. Logan, "The Fourier reconstruction of a head section," *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. NS-21, pp. 21-43, 1974.

- Formation in X-Ray Computed Tomography. 2014.
- [33] M. Belge, M. E. Kilmer, E. L. Miller "Efficient determination of multiple regularization parameters in a generalized L-curve framework," *Inverse Problems*, vol. 18, no. 4, pp. 1161, 2002.
- [34] Z. Tian Z, X. Jia, K. Yuan, T. Pan, S. Jiang, "Low-dose CT reconstruction via edge-preserving total variation regularization." *Physics in medicine and biology*, vol. 56, no. 18, pp.5949, 2011.