

## Authentication Based on Modeling of the Signature Velocity

S. Rashidi<sup>1\*</sup>, A. Fallah<sup>2</sup>, F. Towhidkhah<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instructor, Bioelectric Group, School of Biomedical Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Bioelectric Group, School of Biomedical Engineering, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran, a\_fallah@aut.ac.ir

<sup>3</sup> Associate Professor, Bioelectric Group, School of Biomedical Engineering, Amir Kabir University of Technology, Tehran, Iran, towhidkhah@aut.ac.ir

---

### Abstract

Nowadays, fast and accurate algorithms for signature verification are very attractive. In the area of dynamic signature verification, the features are classified into two groups: parametric and functional features. In parametric algorithms, although the speed of features extraction and classification process is faster than function based approaches but they are less accurate. The goal of this paper is modeling of the velocity signal that its pattern and properties are stable for a person. With using pole-zero models based on discrete cosine transform, a precise method is proposed for modeling and then features are extracted from strokes. These features are the deference of pole angles of strokes. Applying linear, parzen window and support vector machine classifiers, the proposed algorithm was tested on data set from Persian, Chinese, English and Turkish people and with common threshold, resulted equal error rates of 1.25% and 1.78% in the random and skilled forgeries, respectively.

**Key words:** Discrete cosine transform, Parzen window, Signature verification, Stroke, Support vector Machine, Pole-Zero model.

---

\* Corresponding author

Address: Saeid Rashidi, Biomedical Engineering School, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Golzar (B) All., Sardar'e Jangal Bol., Pounak Squ., Tehran, Iran

Tel: +98 21 44474321-4

Fax: +98 21 44474319

E-mail: rashidi.saeid@gmail.com

## تأیید هویت مبتنی بر مدلسازی منحنی سرعت الگوی امضاء

سعید رشیدی<sup>۱\*</sup>، علی فلاح<sup>۲</sup>، فرزاد توحیدخواه<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> مربی، گروه بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران

<sup>۲</sup> استادیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران [a\\_fallah@aut.ac.ir](mailto:a_fallah@aut.ac.ir)

<sup>۳</sup> دانشیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران [towhidkhah@aut.ac.ir](mailto:towhidkhah@aut.ac.ir)

### چکیده

امروزه ارائه راهکار سریع و دقیق برای مسئله تصدیق امضاء بسیار مورد توجه است. در زمینه تصدیق امضای پویا، ویژگی‌ها به دو گروه پارامتری یا سیگنالی تقسیم می‌شوند. در روش‌های پارامتری هر چند سرعت فرایند استخراج و طبقه‌بندی سریع‌تر از روش‌های سیگنالیست ولی دقت کمتری دارند. در این پژوهش هدف مدلسازی سیگنال سرعت است که از الگوهای پایدار و مشخصه‌های ذاتی در ترسیم امضای یک فرد حقیقی است. با استفاده از رفتار مدل‌های قطب- صفر مبتنی بر تبدیل کسینوسی گسسته، ضمن بیان روشی دقیق برای مدلسازی، با محاسبه ضربه‌های نوشتاری از سیگنال سرعت به استخراج ویژگی‌های حاصل از این مؤلفه‌های پایه می‌پردازیم. با اعمال طبقه‌بندی کننده‌های خطی، پنجره پارزن و ماشین بردار پشتیبان به ویژگی‌های کلی و ناحیه‌ای حاصل از پایگاه دادگان متشکل از امضای افراد فارسی، چینی و انگلیسی زبان، خطای EER در شرایط سطح آستانه مشترک برابر ۱/۲۵٪ و ۱/۷۸٪ به ترتیب برای جاعلان تصادفی و ماهر حاصل شد.

کلیدواژگان: تبدیل کسینوسی گسسته، تصدیق امضاء، پنجره پارزن، ضربه نوشتاری، ماشین بردار پشتیبان، مدل قطب- صفر.

\*عهددار مکاتبات

نشانی: تهران، میدان پونک، سردار جنگل، گلزار یکم (ب)، دانشکده مهندسی پزشکی، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی

تلفن: ۴۴۴۷۴۳۲۱، دورنگار: ۴۴۴۷۴۳۱۹، پیام نگار: [rashidi.saeid@gmail.com](mailto:rashidi.saeid@gmail.com)

## ۱- مقدمه

می شوند. با استفاده از این اطلاعات پایه می توان سیگنال های دیگری مانند سرعت، شتاب و نیرو را استخراج نمود.

امضای یک فرد که شامل نام، منحنی های هندسی یا ترکیب هر دو است به نحوی انتخاب می شود که طرحی یکتا بوده و بتواند معرف صاحب امضاء باشد. با ممارست و کسب مهارت، ویژگی های پویای امضاء خاص می شوند که می تواند مبنایی برای شناسائی فرد گردد. بر پایه نظریه کنترل حرکت، امضاء فرایندی بالستیک<sup>۳</sup> است که دستورات حرکتی صادر شده از سیستم عصبی مرکزی، عضله های دست را بدون بهره گیری از بازخورد در اجرای طرح امضاء هدایت می کنند [۱]. این مهارت حرکتی می تواند در شرایط گوناگون حتی با چشمان بسته نیز ساختار پایه خود را حفظ نماید. در چنین شرایطی اجرای مشابه تمام خصوصیت های پویای امضاء نظیر سرعت، شتاب و فشار برای یک جاعل در مقایسه با فرد حقیقی بسیار دشوار است.

مهارت های حرکتی و به ویژه نوشتار و امضاء در فضای مشخصه سرعت، قابل تجزیه به مؤلفه های پایه بوده که هر الگوی پایه دارای یک منحنی سرعت با طرح زنگوله ای شکل<sup>۴</sup> و پایدار است و می تواند مبنای مدلسازی و نقطه افتراق امضاهای حقیقی و جعلی قرار گیرد [۳]. در این مقاله با استفاده از مدل های قطب- صفر<sup>۵</sup> در فضای تبدیل کسینوسی گسسته<sup>۶</sup> (DCT)، منحنی سرعت مماسی الگوی ترسیمی بازنمایی می شود. سپس ویژگی های پارامتری حاصل از مدل مانند ضرایب و نحوه استقرار نسبی قطب ها در طبقه بندی امضاها مورد استفاده قرار می گیرد.

روش های تصدیق امضای پویا در سه طبقه قرار می گیرند: نخست روش های ویژگی محور که بردار ویژگی های کلی مانند زمان امضاء، بیشینه سرعت، انحراف معیار محور  $x$  از توابع زمانی استخراج می شوند [۴، ۵]؛ سپس روش تابع محور محلی که سیگنال های زمانی مانند سرعت، شتاب و فشار بر پایه الگوریتم های سنجش شباهت مانند پیچش زمانی پویا<sup>۷</sup> (DTW) مقایسه می شوند [۶، ۷]؛ در آخر روش تابع محور ناحیه ای که با تقطیع الگوی امضاء به بخش های مختلف، بردار ویژگی حاصل را برای آموزش طبقه بندی کننده استفاده می کند [۸، ۹]. هر چند روش های مبتنی بر ویژگی های کلی

تصدیق امضاء در دهه اخیر یکی از زمینه های جذاب در موضوع شناسائی و تأیید اشخاص بوده است. اگر چه استفاده از دیگر روش های زیست سنجی مانند الگوی شبکه یا عنیه که به طور یکتا شخص را معرفی می کنند، از دقت بالاتری برخوردارند اما به دلایلی در عرصه تجاری مورد اقبال کمتر قرار گرفته اند. برای مثال تهیه یک تصویر از شبکه چشم در اغلب افراد احساس ناخوشایندی ایجاد می کند ضمن آن که به ابزارهای حجیم تر، پیچیده تر و هزینه بیشتر نیاز دارد. به عبارت دیگر و از منظر فناوری عمومی؛ تجهیزات دریافت اطلاعات، قلم های نوری و صفحات ترسیم که قادر به ثبت اطلاعات موقعیت در راستاهای  $(x, y, z)$ ، فشار و زاویه تمایل قلم حین ترسیم و نوشتن هستند، بسیار ساده ترند. این صفحات ترسیم به آسانی به رایانه های شخصی یا همراه متصل می شوند و در هر محیطی قادر به دریافت اطلاعات مورد نیاز خواهند بود [۱].

از سوی دیگر امضای افراد در بخش عمده ای از اسناد کاری مرتبط با فعالیت های روزمره تجاری و اداری برای احراز هویت استفاده می شود و این امر انگیزه ای برای طراحی سیستم های تشخیص هویت بر پایه امضاء است. بر خلاف ساختار شبکه و اثر انگشت که مبتنی بر ویژگی های فیزیولوژیکی هستند، امضای فرد به مرور زمان و با ممارست شکل می یابد و به همین دلیل امکان جعل آن به وسیله جاعلان وجود دارد.

تصدیق امضاء به دو گروه سیستم های ایستا<sup>۱</sup> و پویا<sup>۲</sup> تقسیم می شود [۲]. در سیستم های ایستا تصویر حاصل از امضای فرد مرجع اطلاعات است. مشکلات این روش همان مسائل تجزیه و تحلیل تصاویر است. پس از پیش پردازش دادگان، با استفاده از الگوریتم ها و روش های ریاضی، حروف یا شکل امضاء بازنشاسی و سپس فرایند تصدیق اعمال می شود. ایراد اساسی این روش لحاظ نکردن تغییرات و ویژگی های پویای امضاء حین ترسیم فرد است.

اطلاعات موقعیت، فشار و زاویه قلم در سیستم های پویا به صورت توابع زمانی از طریق ابزار صفحه ترسیم دریافت

<sup>۱</sup> Static<sup>۵</sup> Pole-Zero Model<sup>۲</sup> Dynamic<sup>۶</sup> Discrete Cosine Transform<sup>۳</sup> Ballistic<sup>۷</sup> Dynamic Time Warping<sup>۴</sup> Bell-Shaped

پایگاه دادگانی شامل ۶۰۰ امضای حقیقی از ۱۰ فرد نشان داد که خطاهای FA و FR به ترتیب برابر ۱/۳۳٪ و ۲/۶۶٪ است. در پژوهش حاضر ویژگی‌های کلی استخراج شده از مدل قطب- صفر مبنای مقایسه الگوهای امضاء است که مستقل از طول نمونه‌هاست. آزمایش‌ها بر روی پایگاه دادگانی شامل سه مجموعه مختلف و بزرگ و مقایسه آن با تحقیق‌های دارای دادگان مشابه حاکی از توانمندی راهکار پیشنهادی در طبقه‌بندی امضای حقیقی و جعلی است.

مقاله در بخش‌های ذیل تنظیم شده است. بخش دوم فرایند تصدیق امضاء را توصیف کرده و در سومین بخش راهکار اتخاذی برای مدلسازی الگوی امضاء بیان می‌شود. در بخش‌های ۴ و ۵ به بیان ویژگی‌ها و طبقه‌بندی الگوها پرداخته می‌شود و در انتها نیز نتایج حاصل با تحقیق‌های مشابه مقایسه و مورد بحث قرار می‌گیرد.

## ۲- فرایند تصدیق امضاء

فرایند تصدیق امضاء در نگاه کلی شامل مراحل اخذ دادگان، پیش پردازش، مدلسازی و استخراج ویژگی، فرایند مقایسه و تصمیم‌گیری است. در شکل ۱ مراحل کلی یک سیستم تصدیق نشان داده شده است.

در این پژوهش، پایگاه دادگان شامل سه مجموعه است. بخش اول که در این تحقیق تهیه شده، الگوهای امضای ۵۰ نفر به عنوان افراد حقیقی (شامل ۱۳ زن و ۳۷ مرد) به کمک صفحه ترسیم وکوم (گرافیر ۴)<sup>۱۹</sup> و نرخ نمونه‌برداری Hz ۱۰۰ دریافت شده است. از هر فرد ۲۵ نمونه امضای مرجع دریافت و به ازای هر فرد حقیقی دو گروه جاعل مبتدی و ماهر تعریف شد. گروه جاعلان شامل ۲۰ نفر جاعل مبتدی و ۳۰ نفر جاعل ماهر بودند که هر یک ۱۰ نمونه امضاء از همه الگوهای مرجع را جعل می‌کردند [۱۹].

پایگاه دوم در برگیرنده تعدادی الگوی امضای افراد انگلیسی و چینی زبان است که این دادگان شامل دو مجموعه امضاء به نام‌های task ۱ و task ۲ بوده و هر امضاء توسط سیگنال‌های مختصات (x, y)، زمان‌های نمونه‌برداری و زمان برداشتن قلم از صفحه ترسیم بازنمائی می‌شود [۲۰]. البته در task ۲ سیگنال‌های دیگری مانند فشار و زاویه قلم با افق

سریع هستند ولی نرخ خطای طبقه‌بندی الگوهای حقیقی و جعلی نیز نسبت به روش‌های دوم و سوم بزرگ است. امضاهای حقیقی یک فرد، مشابه ولی اغلب با اندازه‌های متفاوت و سرعت متغیر اجرا می‌شوند. مزیت ویژگی‌های کلی بهره‌گیری از تعداد محدودی مشخصه برای بازنمائی و مقایسه الگوهای امضاء است که قابلیت کاهش تأثیر متغیرهای طول و سرعت در طبقه‌بندی الگوها را دارد [۱۰]. از روش‌های مورد استفاده برای یکسان‌سازی طول نمونه‌ها می‌توان به تبدیل فوریه گسسته<sup>۸</sup> (DFT)، پیچش زمانی پویا و مدل مخفی مارکوف<sup>۹</sup> (HMM) اشاره کرد. وای<sup>۱۰</sup> و همکاران بر پایه اطلاعات فاز فیلتر گابور<sup>۱۱</sup> مقدار تأخیر زمانی را استخراج و سپس بردار ویژگی‌ها با طول یکسان را برای الگوها ایجاد کردند [۱۱]. در روش‌های مبتنی بر ویژگی‌های محلی برای ایجاد الگوهای با طول یکسان از الگوریتم DTW [۱۲، ۱۳] و HMM [۱۴، ۱۵] استفاده شده است.

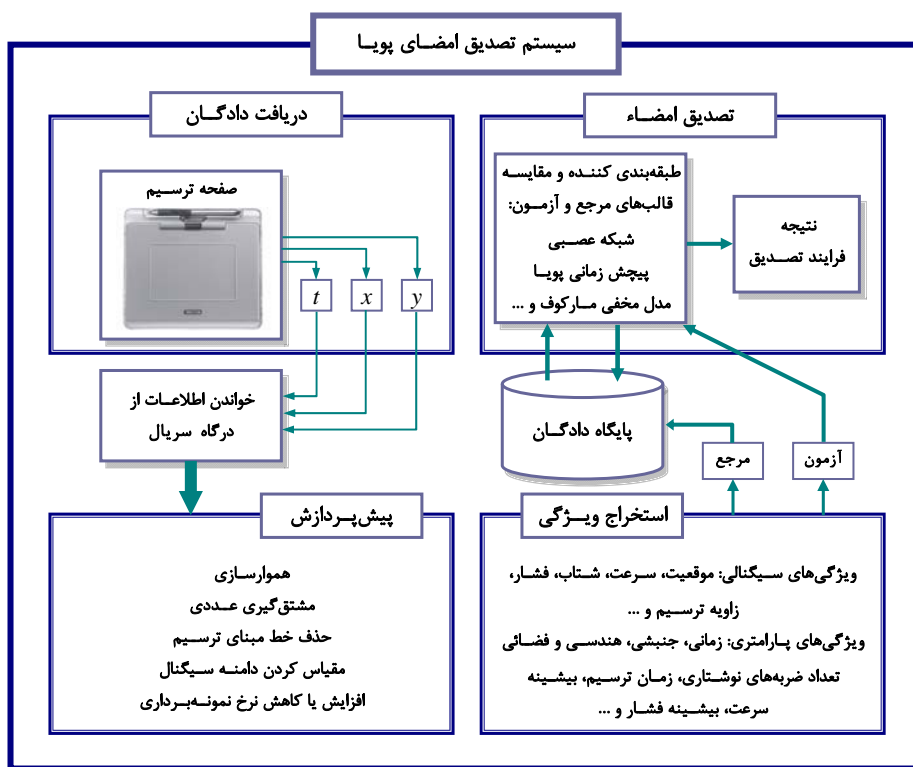
موهان کریشنان<sup>۱۲</sup> و همکاران با استفاده از یک مدل غیر ایستان<sup>۱۳</sup> AR<sup>۱۴</sup> امضاء را بازنمائی و سپس با استفاده از شبکه عصبی چند لایه، الگوها را تفکیک کردند [۱۶]. خطای پذیرش اشتباه<sup>۱۵</sup> (FA) برابر ۲/۵۲٪ و خطای رد اشتباه<sup>۱۶</sup> (FR) برابر ۱/۱۷٪ به دست آمد. در تحقیق دیگری از این گروه آنها ابتدا الگوی امضاء را بر اساس الگوریتم DTW و روش تقطیع یکنواخت، به ۸ قطعه تقسیم کردند؛ آنگاه هر قطعه را با یک مدل درجه دوم AR بیان نمودند [۱۷]. ضرایب مدل به شبکه عصبی جلوسو<sup>۱۷</sup> با یک لایه پنهان برای طبقه‌بندی الگوها داده شد. نتایج حاصل از دادگانی متشکل از ۵۰ فرد با ۸۰۰ امضای حقیقی نشان داد که در روش تقطیع یکنواخت خطاهای FA و FR به ترتیب برابر ۰/۶۷٪ و ۰/۸۸٪ است در حالی که این خطاها در الگوریتم DTW مشابه و برابر ۰/۲۵٪ است.

در مطالعه دیگری مدل تمام صفر<sup>۱۸</sup> (FIR) برای مدلسازی الگوهای امضاء مورد استفاده قرار گرفت [۱۸]. آنها ضرایب موجک سیگنال‌های موقعیت (x, y) و تغییرات مربوط را به عنوان ورودی و خروجی یک مدل FIR تعریف کردند و سپس مقادیر ویژه حاصل از پاسخ ضربه مدل به عنوان ویژگی برای مقایسه الگوها استخراج شد. آزمایش‌ها در

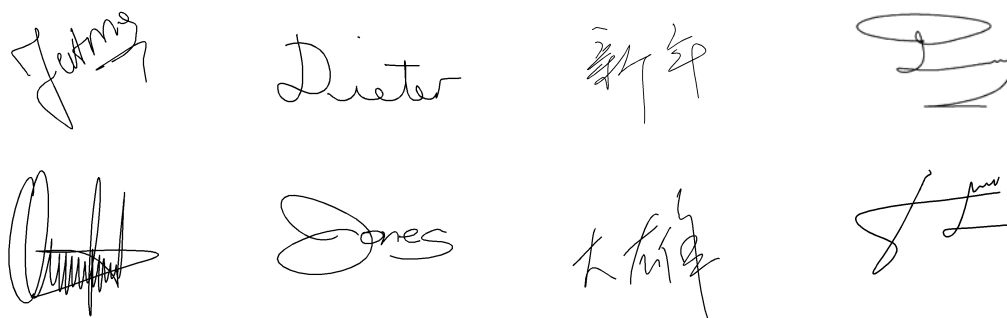
<sup>8</sup> Discrete Fourier Transform<sup>9</sup> Hidden Markov Model<sup>10</sup> Yi<sup>11</sup> Gabor<sup>12</sup> Mohankrishnan<sup>13</sup> Nonstationary<sup>14</sup> Auto-Regressive<sup>15</sup> False Acceptance<sup>16</sup> False Rejection<sup>17</sup> Forward<sup>18</sup> Finite Impulse Respons<sup>19</sup> WACOM (Geaphier 4)

پیش‌پردازش شامل فرایندهای هموارسازی، پیوسته‌سازی، مشتق‌گیری عددی، حذف زاویه چرخش الگو و مقیاس کردن سیگنال‌هاست. هموارسازی به کمک یک فیلتر گوسی غیرعکلی<sup>۲۱</sup> انجام می‌شود [۲۲]. همچنین از آنجا که بیشتر امضاها به صورت قطعه‌های گسسته هستند با حذف زمان‌های گسست ناشی از جدائی قلم از صفحه ترسیم، سیگنال موقعیت الگوها ( $y, x$ ) پیوسته‌سازی می‌شود. در شکل ۲ برخی از الگوهای امضاء و در شکل ۳ سیگنال زمانی مختصات  $x$  قبل و پس از هموارسازی و پیوسته‌سازی مشاهده می‌شود.

نیز ثبت شده است. در هر مجموعه ۴۰ فرد حقیقی با تعداد ۲۰ امضای حقیقی و ۲۰ امضای جعلی ماهرانه وجود دارد. پایگاه سوم از ۱۱۰ فرد (۲۹ زن و ۸۱ مرد) در محدوده سنی ۲۱ تا ۵۲ سال شکل گرفته که در دانشگاه سابانسی<sup>۲۰</sup> ترکیه شاغل یا دانشجوی بوده‌اند [۲۱]. هر فرد طی دو جلسه (با فاصله زمانی یک هفته) ۲۰ امضاء ثبت کرده و تعداد ۱۰ نمونه امضای جعلی ماهرانه نیز دریافت شده است. دادگان شامل سیگنال‌های مختصات ( $y, x$ )، زمان‌های نمونه‌برداری و فشار است.



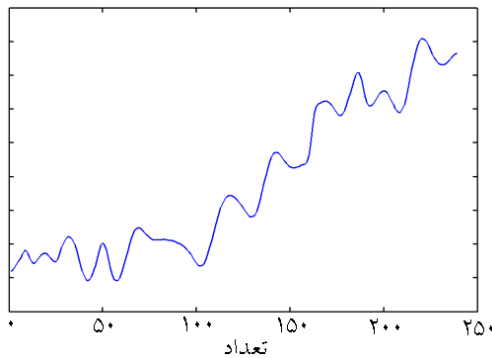
شکل ۱- فرایند تصدیق امضاء



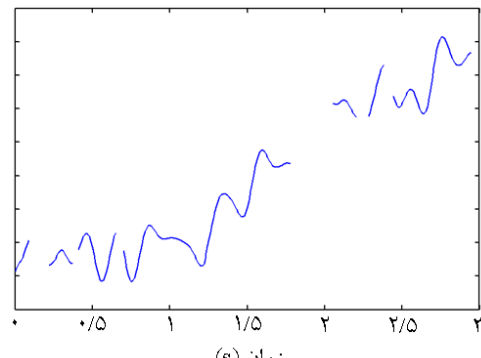
شکل ۲- برخی امضاهای موجود در پایگاه دادگان

<sup>20</sup> Sabanci

<sup>21</sup> Noncausal



(ب)



(الف)

شکل ۳- تغییرات محور x الگوی امضای شکل (۲) ردیف اول ستون دوم: (الف) سیگنال گسسته؛ (ب) پس از هموارسازی و پیوسته‌سازی [۲۳]

### ۳-۱- مدلسازی سیگنال زنگوله‌ای شکل

مدل قطب- صفر انتخابی بر پایه این واقعیت استوار است که معکوس تبدیل کسینوسی پاسخ ضربه یک سیستم درجه دوم  $X(z^{-1})$  با دو صفر و دو قطب، در صورت انتخاب مناسب مکان صفر و قطب‌ها یک منحنی زنگوله‌ای شکل خواهد بود [۲۷، ۲۸]. در صورتی که صفرها حقیقی و قطب‌ها مختلط و مزدوج باشند:

$$X(z^{-1}) = \frac{G(1-a_1z^{-1})(1-a_2z^{-1})}{1-2r\cos\theta z^{-1}+r^2z^{-2}} \quad (2)$$

$r < 1, 0 \leq \theta \leq 180^\circ$

که رابطه (۲) را می‌توان به شکل رابطه (۳) نیز نمایش داد:

$$X(z^{-1}) = c + \frac{a+bz^{-1}}{1-2r\cos\theta z^{-1}+r^2z^{-2}} \quad (3)$$

$c = \frac{a_1a_2G}{r^2}, a = G - c$   
 $b = 2rc\cos\theta - (a_1 + a_2)G$

پاسخ ضربه سیستم فوق عبارت است از:

$$X(k) = c\delta(k) + \frac{ar^k}{\sin\theta} \sin(k+1)\theta + \frac{r^{k-1}}{\sin\theta} \sin k\theta \quad (4)$$

$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$

$N$  طول سیگنال ورودی است. از طرفی DCT سیگنال  $x(n)$

چنین تعریف می‌شود:

$$X(k) = \alpha_k \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \quad (5)$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1/\sqrt{N} & k=0 \\ \sqrt{2/N} & k=1, 2, \dots, N-1 \end{cases}$$

و معکوس تبدیل کسینوسی  $^{28}$  (IDCT) سیگنال  $X(k)$ :

$$x(n) = \frac{X(0)}{\sqrt{N}} + \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^{N-1} X(k) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \quad (6)$$

$n = 0, 1, 2, \dots, N-1$

مشتق سیگنال موقعیت (سرعت) نیز بر پایه توابع اسپلاین  $^{22}$  حاصل می‌شود. از آنجا که افراد در هنگام ترسیم الگوی امضاء با زاویه‌های متفاوتی نسبت به محور xها قرار می‌گیرند؛ برای حذف زاویه خط مبنا روش‌های مختلفی مانند برازش خطی استفاده می‌شود. در این تحقیق از روش حداقل فاصله متعامد  $^{23}$  استفاده شده است [۲۴]. برای یکسان‌سازی اندازه الگوها مقیاس‌سازی به هر دو محور اعمال شده است.

$$X = \frac{X - \text{mean}(X)}{\text{std}(X)} \quad (1)$$

$$Y = \frac{Y - \text{mean}(Y)}{\text{std}(Y)}$$

در مسئله تصدیق امضاء سه نوع جاعل معرفی می‌شود. اول جاعل مبتدی  $^{24}$  که تنها بر مبنای تصویر الگو آن را تقلید و ترسیم می‌کند؛ دوم جاعل تصادفی  $^{25}$  که بدون توجه به امضای حقیقی، امضای خویش را جایگزین آن می‌کند؛ سوم جاعل ماهر  $^{26}$  که علاوه بر تصویر امضاء از طریق مجری به اطلاعات دیگری مانند ترتیب مؤلفه‌های پایه، زمان و سرعت نیز دسترسی دارد.

### ۳- مدلسازی

مطالعات و تحقیق‌های گسترده صورت پذیرفته، حاکی از نقش محوری متغیر سرعت در کنترل حرکت ماهرانه سریع در حوزه الگوهای نوشتاری است به گونه‌ای که در این فرایندها سرعت دارای طرح زنگوله‌ای شکل و پایدار بوده و با تغییرات دامنه، دوره زمانی حرکت و نوع هدف، ساختار کلی آن حفظ می‌شود [۱۹، ۲۵، ۲۶]. این منحنی زنگوله‌ای بیانگر یک ضربه نوشتاری  $^{27}$  است.

<sup>22</sup> Spline  
<sup>26</sup> Skilled Forgery

<sup>23</sup> Minimum Orthogonal Distance  
<sup>27</sup> Stroke

<sup>24</sup> Simple Forgery

<sup>25</sup> Random Forgery

رابطه (۵) می‌تواند یک سیگنال زمانی به شکل زنگوله‌ای باشد. پارامتر  $\theta$  مکان وقوع مقدار بیشینه سیگنال  $x(n)$  را تعیین می‌کند. همچنین پارامترهای  $r, a, b$  نه تنها دامنه سیگنال بلکه شیب‌های صعود و نزول  $x(n)$  را نیز کنترل می‌کنند.

### ۲-۳- مدل‌سازی و تجزیه سیگنال‌های پیچیده

در صورتی که یک سیگنال پیچیده حاصل ترکیب چند سیگنال پایه باشد، می‌توان ضمن مدل‌سازی به کمک ترکیب خطی مدل‌های قطب-صفر بیان شده در رابطه (۱)، اجزاء و مؤلفه‌های پایه را شناسائی و بازآفرینی کرد. اگر سیگنال اولیه باشد با اعمال تبدیل DCT به آن داریم:

$$X(k) = X_1(k) + X_2(k) + \dots + X_M(k) = \sum_{i=1}^M X_i(k) \quad (7)$$

مؤلفه‌های  $X_i(k)$  ناشناخته هستند و باید محاسبه شوند. فرض می‌شود که  $X(k)$  پاسخ ضربه یک سیستم از درجه  $(2M, 2M)$  و تابع تبدیل آن به شکل معادله (۸) است:

$$\hat{X}(z^{-1}) = \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{2M} z^{-2M}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_{2M} z^{-2M}} \quad (8)$$

با بسط تابع فوق به توابع جزئی از درجه (۲،۲) خواهیم

داشت:

$$\hat{X}(z^{-1}) = \frac{B_{2M}}{A_{2M}} + \sum_{i=1}^M \frac{a_i + b_i z^{-1}}{1 - 2r_i \cos \theta_i z^{-1} + r_i^2 z^{-2}} \quad (9)$$

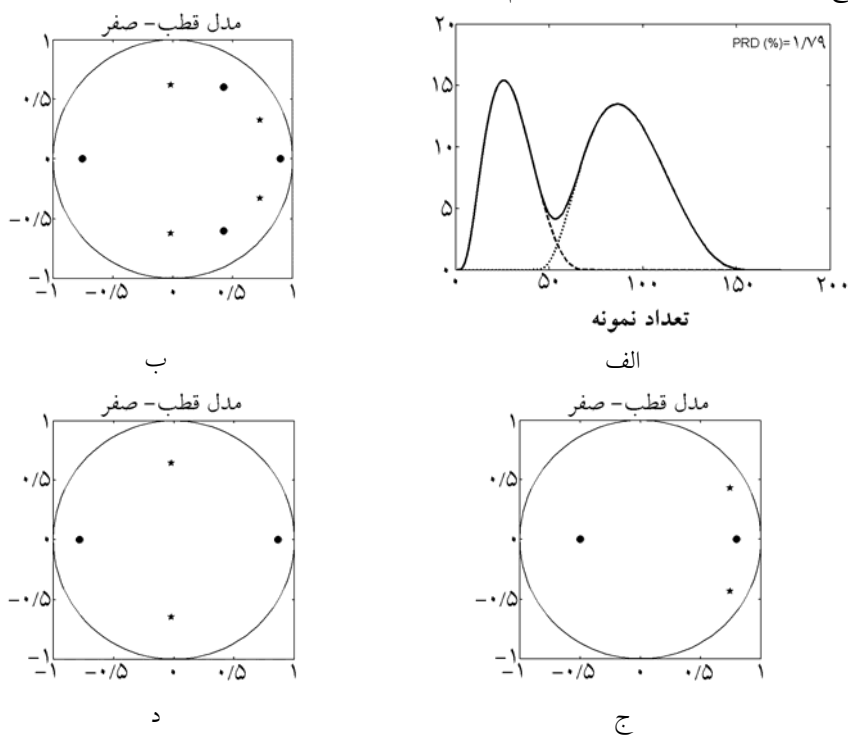
جزء دوم رابطه فوق تابع تبدیل مؤلفه‌های پایه است و در آن همه ثابت‌های  $a_i, b_i, r_i, \theta_i$  باید محاسبه شوند. با محاسبه ریشه‌های منخرج و ترکیب قطب‌های مزدوج، این مقادیر حاصل می‌شوند. ولی ضریب  $c$  در رابطه (۳) برای هر یک از این اجزاء به شکل دیگری تعیین می‌شود. باید توجه داشت که مقدار  $B_{2M} / A_{2M}$  بیانگر ضریب  $c$  در رابطه (۳) است:

$$C_0 = \frac{B_{2M}}{A_{2M}} = \sum_{i=1}^M c_i \quad (10)$$

برای تجزیه  $C_0$  به مقادیر  $c_i$  ابتدا IDCT پاسخ ضربه هر یک از مؤلفه‌ها به دست آورده و با استفاده از اولین نمونه هر سیگنال پایه  $\hat{x}(0)$ ، مقدار  $c_i$  تعیین می‌شود:

$$c_i = -\hat{x}(0) \sqrt{N} \quad (11)$$

شکل ۴ پیاده‌سازی روش را بر روی سیگنالی متشکل از دو مؤلفه نشان می‌دهد.



شکل ۴- مدل‌سازی و تجزیه سیگنال پیچیده: الف) سیگنال اولیه شامل دو زیر سیگنال زنگوله‌ای شکل؛ ب) مکان هندسی ریشه‌های سیگنال اصلی؛ ج) مکان ریشه‌ها برای مؤلفه اول؛ د) مؤلفه دوم

۱. برابری تعداد صفرها و قطبها؛

۲. زوج بودن این تعداد.

با پیاده‌سازی حالت‌های مختلف منحنی سرعت و خطای بازآفرینی مدل، محدوده  $4 \leq 2M \leq 8$  مناسب تشخیص داده شد. اگر درجه مدل کمتر از ۴ باشد خطا زیاد و در صورتی که بیشتر از ۸ انتخاب گردد، صفرها و قطب‌های افزوده شده بر یکدیگر منطبق می‌شوند. با توجه به الگوهای موجود در پایگاه دادگان و به دلایلی نظیر پیچیدگی بیش از حد برخی از امضاها، حجم محاسبات و محدودیت‌های نرم‌افزاری در تخمین مدل‌های با درجه بسیار بزرگ، درجه ۴ به ازای هر ضربه نوشتاری انتخاب شد.

در شکل ۵ مدل‌سازی منحنی سرعت یک الگوی امضاء ارائه شده است مدل با دقت بالا و خطائی ناچیز با PRD برابر ۰/۸۵٪ طرح اولیه را بازآفرینی کرده است.

#### ۴- استخراج ویژگی

با توجه به موفقیت مدل در بازآفرینی منحنی سرعت الگوهای امضاء، انتظار می‌رود بتوان با تعریف ویژگی‌های برگرفته از ساختار مدل قطب-صفر، به مقایسه و طبقه‌بندی الگوهای جعلی و حقیقی پرداخت.

هر یک از مؤلفه‌ها به کمک یک مدل از درجه (۲،۲) استخراج و بازسازی شده‌اند که در شکل‌های ۴-ج و ۴-د مکان هندسی صفرها و قطب‌های مربوط مشاهده می‌شود. میزان خطای PRD<sup>۲۹</sup> مدل برابر ۱/۷۹٪ است که خطا از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$PRD = \left[ \frac{\sum_{n=0}^{N-1} (x(n) - \hat{x}(n))^2}{\sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

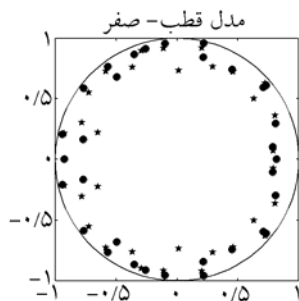
#### ۳-۳- مدل‌سازی منحنی سرعت الگوی امضاء

با توجه به منحنی زنگوله‌ای شکل سیگنال سرعت در الگوهای ماهرانه نوشتار و به ویژه امضاء، انتظار می‌رود بهره‌گیری از مدل قطب-صفر مبتنی بر تبدیل DCT راهکار مناسبی برای بازآفرینی فضای سرعت باشد.

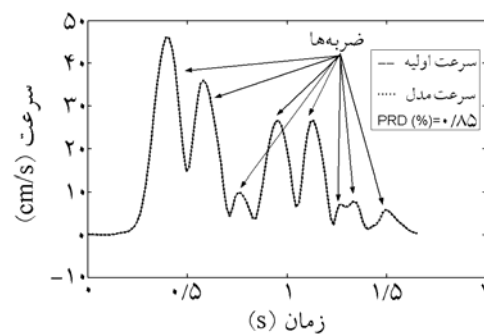
با توجه به آن که الگوهای امضاء در فضای سرعت، برابندی از چندین ضربه نوشتاری و یک منحنی پیچیده است، باید این مسئله مهم را روشن کرد که درجه مدل چگونه و با چه معیاری انتخاب شود؟ برای پاسخ به این پرسش توجه به دو نکته ضروری به نظر می‌رسد:



الف



ج



ب

شکل ۵- مدل‌سازی الگوی امضاء در فضای سرعت: الف) طرح امضاء؛ ب) منحنی سرعت؛ ج) مکان ریشه‌ها

<sup>29</sup> Percent Root Mean Square Difference



مشاهده می‌شود  $\Delta\theta$  ها در حالت متناوب برابرند ولی در شبه‌متناوب، فاز قطب متناظر با سیگنال غیرهمگون با بقیه فازها نابرابر است. از آنجا که قطب‌ها مختلط و مزدوج هستند، تنها قطب‌های با فاز مثبت لحاظ می‌شوند بنابراین تعداد کل ویژگی‌های  $\Delta\theta$  بر پایه مدلی با درجه  $(2M, 2M)$  برابر  $M-1$  است.

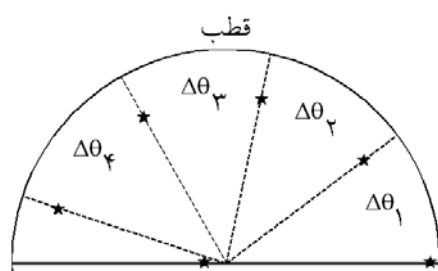
### ۵- نتایج

همان‌گونه که در بخش (۳-۳) ذکر شد به ازای هر ضربه نوشتاری مدلی از درجه (۴،۴) انتخاب می‌شود. از آنجا که تعداد ضربه‌های نوشتاری حتی برای یک فرد حقیقی نیز در امضاهای مختلف برابر نیست؛ برای انتخاب درجه کلی با متوسط‌گیری بر روی الگوهای مرجع، نزدیک‌ترین عدد زوج و مضربی از چهار به عنوان درجه مدل برای فرد حقیقی فرض می‌شود. همچنین برای افراد جعل نیز از همان درجه مدل تخمینی برای فرد حقیقی استفاده می‌شود و بدین شکل برای هر فرد و جعل مربوطه درجه مدل و در نتیجه تعداد ویژگی‌ها یکسان خواهد بود.

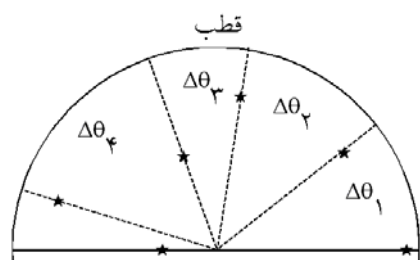
در فرایند مقایسه امضاها، دو مشکل عمده مطرح است. اول یکسان نبودن طول‌های دو سیگنال، هر چند که از یک فرد به دست آمده باشند؛ دوم تغییرات غیرخطی محور زمان برای دو قطعه متناظر از دو سیگنال مشابه. این دو عامل سبب می‌شود هیچ‌گاه دو امضای کاملاً مشابه برای یک فرد واحد نیز یافت نشود. به بیان دیگر هر چند ساختار کلی مؤلفه‌های زنگوله‌ای شکل در فضای سرعت یکسان است ولی تفاوت‌های جزئی مانند تغییر قله‌های سرعت، تغییر تقارن منحنی و تغییر طول زمانی هر مؤلفه وجود خواهد داشت. ویژگی‌های مختلفی را بر پایه ساختار مدل می‌توان تعریف کرد ولی با توجه به تغییرات جزئی بیان شده، دو مجموعه ویژگی تعریف می‌شوند:

۱. ضرایب حاصل از اعمال تبدیل DCT به منحنی سرعت؛
۲. اختلاف فاز قطب‌های متوالی.

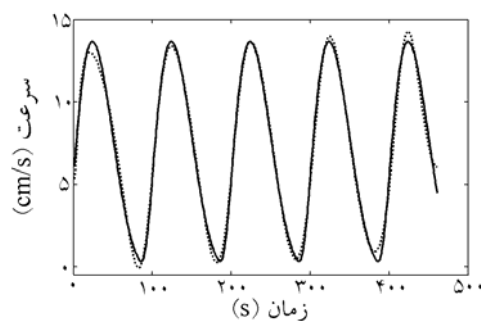
به بیان دیگر مجموعه اول ویژگی‌های کلی و گروه دوم ویژگی‌های ناحیه‌ای را به دست می‌دهند. اختلاف فازها علاوه بر تغییرات دامنه مؤلفه‌های سیگنال، حاوی تغییرات غیرخطی محور زمان نیز است. در شکل ۶ برای دو سیگنال متناوب و شبه متناوب مکان قطب‌ها مشخص شده است. همان‌گونه که



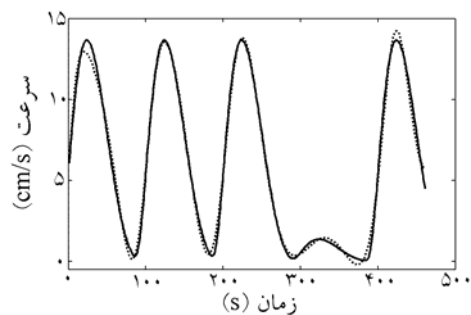
ب



د



الف



ج

شکل ۶- تغییرات فاز قطب‌ها در دو سیگنال تقریباً مشابه: الف) سیگنال متناوب: اولیه (---) و مدل (....)؛ ب) مکان هندسی قطب‌ها؛ ج) سیگنال شبه متناوب: اولیه (---) و مدل (....)؛ د) مکان هندسی قطب‌ها

الگوهای مرجع برای هر فرد حقیقی را ۵ امضاء فرض کرده‌ایم. از آنجا که هر الگوی آزمون باید با ۵ الگوی مرجع مقایسه شود، یک بردار فاصله  $\bar{D}$  به دست می‌آید که در نهایت متوسط مقدار بردار فاصله را به عنوان فاصله الگوی آزمون استخراج نموده و سپس بر اساس رابطه (۱۴) فاصله الگوی آزمون و مراجع به مقدار واحد مقیاس می‌شود:

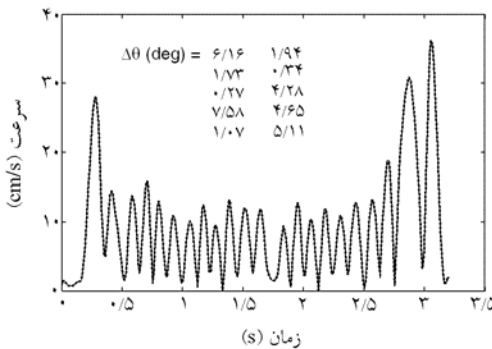
$$D_{Normalized} = \frac{1 - e^{-Mean(\bar{D})}}{1 + e^{-Mean(\bar{D})}} \quad (14)$$

بنابراین تعداد کل ویژگی‌ها برای هر الگو برابر ۲۰ ویژگی خواهد بود. در شکل ۷ روش مدلسازی و مقدار ویژگی‌های مفروض برای یک نمونه از دادگان موجود ملاحظه می‌شود.

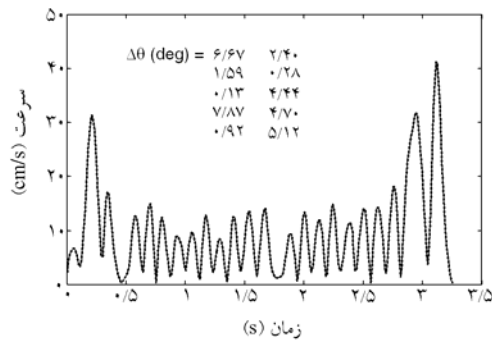
به منظور دستیابی به تعداد ویژگی‌های یکسان در الگوهای حقیقی و جعلی برای تمام افراد، تعداد ویژگی در گروه اول برابر ۱۵؛ ضریب اولیه تبدیل DCT و در گروه دوم ۵ ویژگی ابتدائی  $\Delta\theta$  انتخاب شد. مطابق رابطه (۱۳) برای محاسبه ویژگی  $\Delta\theta$  بدین شکل عمل می‌شود که اختلاف فاز کوچک‌ترین قطب ضربه نوشتاری  $i$ ام و فاز بزرگ‌ترین قطب ضربه قبلی از یکدیگر کم می‌شوند:

$$D_i = \frac{\Delta\theta(test)_i - \mu_{\Delta\theta_i}}{\sigma_{\Delta\theta_i}} \quad (13)$$

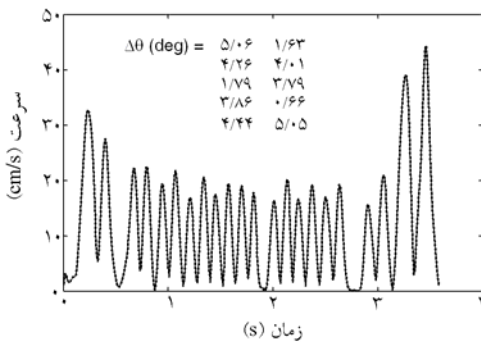
$S$  تعداد ضربه‌های نوشتاری و  $\sigma_{\Delta\theta_i}, \mu_{\Delta\theta_i}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار ویژگی  $i$ ام در گروه انتخابی الگوهای مرجع است. برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، تعداد



ب



د



و

*Cammy*

الف

*Cammy*

ج

*Cammy*

ه

شکل ۷- مدلسازی و استخراج ویژگی‌های  $\Delta\theta$ : (الف) امضای حقیقی؛ (ب) منحنی سرعت: اولیه (—) و مدل (....)؛ (ج) امضای حقیقی؛ (د) منحنی سرعت؛ (ه) امضای جعلی؛ (و) منحنی سرعت: اولیه (—) و مدل (....)

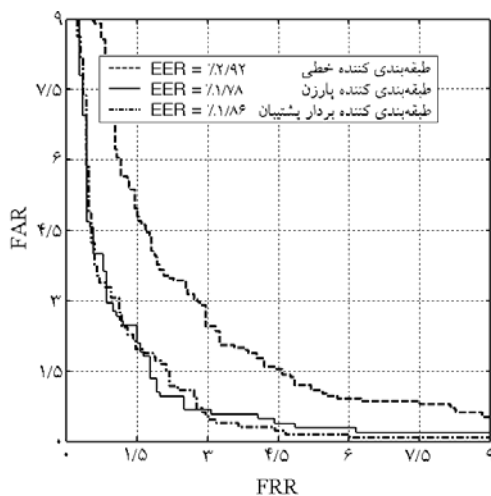
جدول ۱- مقدار EER (%)

جاعل ماهر		جاعل تصادفی		طبقه بندی کننده
عمومی	فردی	عمومی	فردی	
۲/۹۲	۲/۳۴	۲/۳۸	۱/۸۲	LIC
۱/۷۸	۱/۱۳	۱/۲۶	۰/۹۱	PWC
۱/۸۶	۱/۱۷	۱/۲۵	۰/۸۸	SVM

در صورتی که مقدار  $Mean(\bar{D})$  برای هر فرد در رابطه (۱۴) تعریف شود "سطح آستانه فردی" و در صورت اعمال روی تمام افراد "سطح آستانه مشترک" نامیده می‌شود. در این آزمایش‌ها تعداد ۱۰ امضاء از دیگر افراد حقیقی به طور تصادفی انتخاب و به عنوان جاعل تصادفی معرفی شدند.

مقایسه روش‌های طبقه‌بندی الگوها، برتری روش پنجره پارزن را به ویژه در جاعلان ماهر نسبت به روش خطی و SVM در زمینه کاهش خطای تفکیک الگوها نشان می‌دهد. از سوی دیگر به دلیل یکسان نبودن توزیع آماری خطای جاعلان برای هر فرد حقیقی، سطح آستانه بهینه به منظور تشخیص و طبقه‌بندی جاعل برای تمام افراد حقیقی برابر نخواهد بود و بنابراین استفاده از سطح آستانه خاص برای هر فرد، به خطای کمتری منجر می‌شود.

شکل ۸ منحنی خطاهای نوع اول (FAR) و نوع دوم (FRR) را بر حسب یکدیگر در گروه جاعلان تصادفی و ماهر در شرایط سطح آستانه مشترک نمایش می‌دهد.



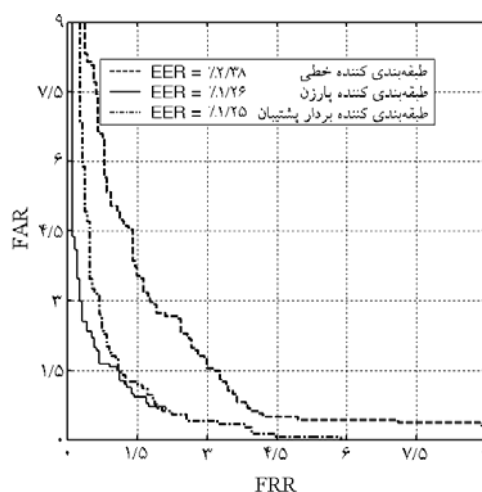
ب

در الگوهای حقیقی (شکل‌های ۸-الف و ج) مقادیر ویژگی  $\Delta\theta$  نزدیک به هم بوده حال آن‌که در الگوی جعلی که توسط یک جاعل ماهر تهیه شده، با وجود شباهت‌هایی که در فضای موقعیت با الگوی حقیقی دارد ولی  $\Delta\theta$  های آن کاملاً از امضای حقیقی متمایزند.

برای مقایسه و برآورد فاصله یا شباهت الگوها، ابتدا با استخراج ویژگی‌ها در گروه الگوهای مرجع؛ مقادیر میانگین و انحراف معیار هر ویژگی محاسبه می‌شود. با فرض توزیع آماری نرمال برای هر ویژگی، می‌توان فاصله آماری هر ویژگی را با الگوهای مرجع سنجید و آنگاه فاصله ویژگی  $i$  ام در الگوی آزمون و مرجع محاسبه می‌شود:

$$\Delta\theta_{si} = \theta(\text{Min}(p_{si})) - \theta(\text{Max}(p_{si-1})) \quad (15)$$

برای طبقه‌بندی الگوها از روش خطی، ماشین بردار پشتیبان<sup>۳۰</sup> (SVM) با هسته RBF<sup>۳۱</sup> و طبقه‌بندی کننده پنجره پارزن<sup>۳۲</sup> (PWC) استفاده شده است. مجموعه دادگان برای فرایند آموزش و آزمایش به این صورت تقسیم شد که تعداد ۵ امضای حقیقی و ۵ نمونه امضای جعلی ماهرانه در مرحله آموزش و باقی امضاها و مجموعه امضاها جاعل تصادفی برای آزمایش طبقه‌بندی کننده است. نتایج حاصل در جدول ۱ نمایش داده شده است. در این جدول خطاها در شرایط سطح آستانه فردی و مشترک و به ازای جاعلان ماهر و تصادفی به دست آمده‌اند. شایان ذکر است که نرخ خطای یکسان<sup>۳۳</sup> (EER) نقطه‌ایست که دو خطای نرخ پذیرش اشتباه<sup>۳۴</sup> (FAR) و نرخ رد اشتباه<sup>۳۵</sup> (FRR) با یکدیگر برابر می‌شوند.



الف

شکل ۸- منحنی خطای FAR بر حسب FRR در شرایط سطح آستانه عمومی (مشترک). الف) جاعل تصادفی؛ ب) جاعل ماهر

<sup>30</sup> Support Vector Machine

<sup>31</sup> Radial Basis Function

<sup>32</sup> Parzen Window

<sup>33</sup> Equal Error Rate

<sup>34</sup> False Acceptance Rate

<sup>35</sup> False Rejection Rate

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله با ارائه مدل قطب- صفر مبتنی بر تبدیل کسینوسی گسسته سیگنال سرعت، نشان داده شد که علاوه بر دقت مدل در بازآفرینی سیگنال و استخراج ضربه‌های نوشتاری، این مدل قادر به تعریف ویژگی‌های گوناگونی برای مسئله تصدیق امضاء و شناسایی افراد جاعل و حقیقی است. به دلیل تغییرپذیری درونی الگوهای امضای یک فرد حقیقی، بهره‌گیری از ویژگی‌هایی که قابلیت اثرناپذیری از این تغییرات را داشته و مشخصه‌های ذاتی و اصلی امضاء را نیز حفظ نماید، ضروریست. از سوی دیگر فاز قطب‌های مدل متأثر از دو عامل مقدار بیشینه سرعت هر ضربه نوشتاری و زمان وقوع آن است و بنابراین با لحاظ اختلاف فاز قطب‌های متوالی، می‌توان اثر تأخیرهای غیریکسان در ضربه‌های نوشتاری برای امضاهای متعدد یک فرد حقیقی را حذف کرد و شباهت ذاتی را جدا از تفاوت‌های سطحی ملاک عمل قرار داد. با استخراج چنین ویژگی‌هایی و بهره‌گیری از ویژگی‌های کلی ضرایب تبدیل DCT، می‌توان قابلیت سیستم تصدیق در تفکیک امضاهای حقیقی و جعلی را بهبود بخشید.

## مراجع

- [1] Plamondon R., Lorette G., Automatic signature verification and writer identification: The state of the art; *Pattern Recognition*; 1989; 22: 107-131.
- [2] Plamondon R., Srihari S. N., On-line and off-line handwriting recognition: A comprehensive survey; *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intelligence*, 2000; 22 (1): 63-84.
- [3] Plamondon R., Parizeau M., Signature verification from position, velocity and acceleration signal: A comparative study; *Proc. of 9th Int. Conference on Pattern Recognition Italy*, 1988; 1: 260-265.
- [4] Fierrez-Aguilar J., Nanni L., Lopez-Penalba J., Ortega-Garcia J., Maltoni D., An on-line signature verification system based on fusion of local and global information; *Audio and Video Based Biometric Person Authentication*; Lecture Note in Computer Science; Springer; Berlin, 2005: 523-532.
- [5] Nanni L., Experimental comparison of one-class classifier for online signature verification; *Neurocomputing*; 2006; 69: 869-873.
- [6] Faundez-Zanuy M., On-line signature recognition based on vq-dtw; *Pattern Recognition*; 2007, 40 (3): 981-992.
- [7] Vivaracho-Pascual C., Faundez-Zanuy M., Pascual J. M., An efficient low cost approach for on-line signature verification based on length normalization and fractional distances; *Pattern Recognition*, 2009; 42: 183-193.

مقایسه بین روش‌های مختلف تصدیق امضاء به علت استفاده از پایگاه دادگان غیریکسان دشوار است. بنابراین نتایج را با آن دسته از تحقیق‌هایی که در آنها از دادگان پایگاه اینترنتی SVC2004 و SigSA استفاده شده است، مقایسه خواهیم کرد. در اولین رقابت بین‌المللی تصدیق امضای پویا که با شرکت بیش از ۱۵ گروه صنعتی و دانشگاهی صورت گرفت، بهترین نتیجه EER برای جاعلان ماهر ۲/۸۴٪ به دست آمد [۲۹]. در کار پژوهشی دیگری که جایزه بهترین پژوهش دوره دکترا را در زمینه فناوری اطلاعات کشور اسپانیا دریافت کرد، با استفاده از ۹ ویژگی سیگنالی و استفاده از مدل مخفی مارکوف مقدار خطا ۲/۷۹٪ برای جاعل ماهر به دست آمد [۳۰]. البته این گروه در تحقیق دیگری و با پایگاه اطلاعاتی MCYT<sup>۳۶</sup> شامل ۳۳۰ فرد حقیقی، با استفاده از ترکیب ویژگی‌های سیگنالی و پارامتری به خطای ۲/۱۲٪ در حالت سطح آستانه فردی دست یافت [۳۰]. همچنین در تحقیق دیگری که با استفاده از تغییرات ویژگی‌های سیگنالی انجام شد؛ خطای EER برابر ۳/۳۹٪ در گروه جاعلان ماهر به دست آمد [۳۱]. در پژوهش راگوت<sup>۳۷</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۹ بر روی دو پایگاه دادگان SVC2004 و MCYT، خطای EER به ترتیب برابر ۱/۹۴٪ و ۳/۵٪ به دست آمد [۳۲]. یانی کوگلو<sup>۳۸</sup> و خولماتوف<sup>۳۹</sup> بر پایه ویژگی‌های حاصل از اعمال تبدیل فوری به مختصات مکانی الگو بر روی دادگان دو پایگاه SigSA و MCYT، خطای EER را به ترتیب ۲/۶٪ و ۷/۷٪ برای جاعلان ماهر گزارش کردند [۳۳].

با توجه به نتایج مطالعات یاد شده می‌توان دریافت اعمال یک روش به دادگان تهیه شده در کشورهای مختلف، گاه نتایج بسیار متفاوتی را به دست می‌دهد که حاکی از تأثیر زبان و نوع الگوهای مرسوم افراد یک کشور برای ترسیم امضاء است. برای مثال نوع امضاء و خط افراد چینی متشکل از تعداد زیادی ضربه نوشتاری در مقایسه با دیگر ملیت‌هاست و این امر جعل را برای جاعلان چینی نیز دشوارتر می‌سازد. نتایج مطالعه حاضر که با بهره‌گیری از افراد با زبان و ملیت‌های مختلف حاصل شده در مقایسه با تحقیق‌های مشابه عملکرد مناسب راهکار اتخاذی را در طبقه‌بندی امضاهای حقیقی و جعلی نشان می‌دهد.

<sup>36</sup> Ministerio de Ciencia y Tecnologia

<sup>37</sup> Ragot

<sup>38</sup> Yanikogla

<sup>39</sup> Kholmatov

- [۲۲] رشیدی سعید، فلاح علی، توحیدخواه فرزاد؛ احراز اصالت هویت فرد با استفاده از مدلسازی منحنی سرعت الگوی امضاء؛ ششمین کنفرانس بین‌المللی انجمن رمز؛ دانشگاه اصفهان؛ ۱۳۸۸: ۲۶۹-۲۷۶.
- [۲۳] رشیدی سعید، فلاح علی، توحیدخواه فرزاد؛ مقایسه ویژگی‌های سیگنالی با استفاده از الگوریتم اصلاح شده DTW در مسئله تصدیق امضای پویا؛ مجله مهندسی پزشکی زیستی، ۱۳۸۹؛ ۴ (۲): ۱۳۵-۱۴۸.
- [۲۴] رشیدی سعید، فلاح علی، توحیدخواه فرزاد؛ سیستم تصدیق امضای پویای دو مرحله‌ای مبتنی بر ویژگی‌های پارامتری و سیگنالی؛ شانزدهمین کنفرانس مهندسی پزشکی ایران؛ دانشگاه تهران؛ ۱۳۸۸.
- [25] Lacquaniti F., Terzuolo C.A., Viviani P., The law relating kinematics and figural aspects of drawing movements; *Acta Psychologica*, 1983; 54: 115-130.
- [26] Plamondon R., Maarse F.J., An evaluation of motor models of handwriting; *IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics*, 1989; 19 (5): 1060-1072.
- [27] Murthy I.S.N., Durga Prasad G.S.S., Analysis of ECG from pole-zero model; *IEEE Trans. on Biomedical Eng.*, 1992; 39 (7): 741-751.
- [28] Madhukar B., Murthy I.S.N., ECG data compression by modeling; *Computational Biomedical Res.*, 1993; 26: 310-317.
- [29] Yeung D. Y., Chang H., Xiong Y., George S., Kashi R., Matsumoto T., Rigoll G., SVC2004: First international signature verification competition; In *Proc. of Int. Conf. on Biometric Authentication*; Springer LNCS-3072, 2004: 16-22.
- [30] Fierrez-Aguilar J., Adapted Fusion Schemes for Multimodal Biometric Authentication; PHD Thesis; Univ. Madrid, 2006.
- [31] Doroz R., Porwik P., Para T., Wrobel K., Dynamic Signature Recognition Based on Velocity Change of Some Features; *Int. J. Biometrics*, 2008; 1 (1): 47-62.
- [32] Ragot N., Fortune J., Vincent N., Cardot H., Study of temporal variability in on-line signature verification; *The 11th Int. Conference on Frontiers in Handwriting Recognition*; Montreal Canada, 2008: 556-561.
- [33] Yanikoglu B., Kholmatov A., On-line signature verification using Fourier descriptors; *J. on Advances in Signal Processing*, 2009.
- [8] Nanni L., Lumini A., Advanced methods for two-class problem formulation for on-line signature verification; *Neurocomputing*; 2006, 69: 854-877.
- [9] Nanni L., Lumini A., A novel local on-line signature verification system; *Pattern Recognition Letters*, 2008; 29 (5): 559-568.
- [10] Yanikoglu B., Kholmatov A., On-line signature verification using fourier descriptors; *J. on Advances in Signal Processing*; In Press.
- [11] Yi J., Lee C., Kim J., Online signature verification using temporal shift estimated by the phase of gabor filter; *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005; 53: 776-783.
- [12] Jain A.K., Griess F.D., Connell S.D., Online signature verification; *Pattern Recognition*; 2002; 35 (12): 2963-2972.
- [13] Kholmatov A., Yanikoglu B., Identity authentication using improved online signature verification method; *Pattern Recognition Letters*, 2005; 26 (15): 2400-2408.
- [14] Ly Van B., Garcia-Salicetti S., Dorizzi B., On using the viterbi path along with hmm likelihood information for on-line signature verification; *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics Part B, Special Issue on Recent Advances in Biometric Systems*, 2007; 37 (5): 1237-1247.
- [15] Fierrez J., Garcia J. O., Ramos D., Rodriguez J. G., HMM-based on-line signature verification: Features extraction and signature modeling; *Pattern Recognition Letters*, 2007; 28 (16): 2325-2334.
- [16] Mohankrishnan N., Paulik M.J., Khalil M., Online signature verification using a nonstationary autoregressive model representation; *Proc. Of the IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems*; Chicago, 1993: 2303-2306.
- [17] Lee W.S., Mohankrishnan N., Paulik M.J., Improvement segmentation through dynamic time warping for signature verification using a neural network classifier; *Int. Conference on Image Processing*, Michigan, 1998: 929-933.
- [18] Thumwarin P., Suthithummathat N., Matsuura T., Online signature verification based on time-frequency characteristics of barycenter trajectory; *4th Int. Conference on Electrical, Computer, Telecommunications and Information Technology*, 2007: 521-524.
- [۱۹] رشیدی سعید، فلاح علی، توحیدخواه فرزاد؛ تصدیق امضاء از دیدگاه فرضیه کنترل حرکات ماهرانه؛ مجله مهندسی پزشکی زیستی؛ ۱۳۸۶؛ ۱ (۴): ۲۶۹-۲۸۰.
- [20] SVC. The First International Signature Verification Competition; <http://www.cs.ust.hk/svc2004>.
- [21] Kholmatov A., Yanikoglu B., Susig: an on-line signature database, associated protocols and benchmark results; *Pattern Analysis & Applications*, 2008: 20-26.