

An analytical Model for Investigation of Human Head Impact and Study of Its Governing Equations

Sh. Mansoorbaghaei^{1*}, M. Haghayegh², M. Rajaai³

¹ PhD Candidate, Mechanical Engineering School, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, shahab_baghaei@iust.ac.ir

² M.Sc Graduated, Mechanical Engineering School, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, Haghayegh_majid@yahoo.com

³ Assistant Professor, Mechanical Engineering School, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, s_rajaai@yahoo.com

Abstract

An analytical method to predict the response of the inclined impact of a fluid filled elastic spherical shell having an arbitrary thickness with an elastic toroid is investigated in this paper which can be a model for analytical evaluation of blunt impact on the human head. The study is performed under a combination of Hertzian contact theory and the local effect of membrane and bending of the shell in order to state the implicit equation to determine the transmitted force. With respect to the analytical responses, it is concluded that transmitted force decreases and contact duration increases by increasing of attack angle in constant initial velocity. In addition, closed form solution is presented to obtain impact parameters including the duration, the maximum transferred load and the maximum acceleration of the shell which particularly important for the researchers. Therefore investigation of the important quantities of the impact problem with closed form solution is possible. On the other hand, limiting cases will be discussed in next step and the concluded results are validated by finite element methods to verify the response of the model. In this step, a good agreement between analytical responses and numerical results is observed that reveals the correctness of analytical equations. In the final step of this research, obtained results are compared with experimental data.

Keywords: Fluid filled spherical shell, Elastic toroidal object, Impact, Hertz theory, Membrane and bending effect.

*Corresponding author

Address: Shahab Mansoorbaghaei, Mechanical Engineering School, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.
Tel: +98 21 77491228-9
Fax: +98 21 77240488
E-mail: shahab_baghaei@iust.ac.ir

ارائه یک مدل تحلیلی به منظور بررسی پدیده ضربه به سر انسان و مطالعه معادلات حاکم بر آن

شهاب منصور بقایی^{۱*}، مجید حقایق^۲، سید محمد رجایی^۳

^۱ دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران shahab_baghaei@iust.ac.ir

^۲ کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران Haghayegh_majid@yahoo.com

^۳ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران s_rajaai@yahoo.com

چکیده

در این مقاله روشی تحلیلی برای پیش‌بینی پاسخ برخورد مایل یک پوسته کروی حاوی سیال با ضخامت دلخواه با یک جسم چنبره‌ای الاستیک ارائه می‌شود که می‌تواند مدلی برای بررسی تحلیلی ضربه به سر انسان باشد. مدل مبتنی بر ترکیبی از شرایط تماسی هرتز و اثر موضعی خمشی و غشائی به منظور به‌دست آوردن رابطه‌ای ضمنی برای تعیین نیروی انتقالی است. با استفاده از پاسخ‌های حاصل از روابط تحلیلی می‌توان چنین نتیجه گرفت که در یک سرعت مشخص با افزایش زاویه حمله، نیروی انتقالی کاهش و مدت زمان برخورد افزایش می‌یابد. همچنین روابط صریح حاصل از حل بسته برای پدیده ضربه ارائه شده تا مشخصات ضربه شامل مدت زمان تماس، حداکثر نیروی انتقالی و حداکثر شتاب پوسته که اهمیت ویژه‌ای برای محققان دارد، به‌دست آیند. بنابراین بررسی کمی‌های مهم پدیده ضربه به صورت یک حل بسته امکان‌پذیر می‌شود. از طرفی در مورد حالات حدی معادلات نیز بحث شده است و اعتبارسنجی مدل پیشنهاد شده به وسیله روش اجزاء محدود انجام شده است. نتایج، انطباق قابل قبولی بین پاسخ‌های تحلیلی با پاسخ‌های حاصل از حل عددی نشان می‌دهد که بیان‌کننده صحت روابط تحلیلی به‌دست آمده است.

کلیدواژگان: پوسته کروی حاوی سیال، جسم چنبره‌ای الاستیک، ضربه، نظریه هرتز، اثر خمشی-غشائی.

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، نارمک، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

تلفن: ۷۷۴۹۱۲۲۸، دورنگار: ۷۷۲۴۰۴۸۸، پیام نگار: shahab_baghaei@iust.ac.ir

۱- مقدمه

اجزاء محدود را برای محاسبه جابه‌جایی نسبی مغز و مجموعه نسبت به یکدیگر در اثر ضربه مورد استفاده قرار داد. این مدل شامل اجزای مختلف مغز و مجموعه مانند ماده سفید و خاکستری مغز، لایه‌های سه‌گانه استخوان جمجمه و مایع درون‌مغزی بود. دب^۱ و همکاران یک مدل تحلیلی غیرخطی به صورت جرم متمرکز و فنر^{۱۱} را برای ضربه مغزی با هدف تحلیل برخورد سر با پوشش‌های به‌کار رفته در درون خودرو و نحوه کاهش HIC^{۱۲} برای طراحی مقدماتی و ایمن پوشش‌های اتاق خودرو ارائه کردند [۸]. جانسون^{۱۳} و یانگ^{۱۴} مدل تحلیلی پاسخ فشار درون مغزی را حین ضربه بیان کردند. آنها با استفاده از معادلات سه‌بعدی الاستیسیته یک حل صریح^{۱۴} را برای پاسخ فشار درونی سر پیشنهاد دادند. البته در مدل به کار رفته آنها ساده‌سازی‌های هندسی انجام گرفته بود اما نتیجه حاصل یک حل بسته^{۱۵} برای پیش‌بینی فشار درون مغزی^{۱۶} (ICP) بود [۹].

در مقاله حاضر روابطی برای مشخصات اساسی ضربه شامل حداکثر نیروی انتقالی، شتاب حداکثر و مدت زمان برخورد به‌دست می‌آید. هرچند این مدل مبتنی بر فرضیات ساده‌کننده است، اما می‌تواند نتایج مهمی در مورد پاسخ سر انسان به ضربه ارائه دهد. حل تحلیلی پدیده‌های فیزیکی و مطالعات ریاضی روابط حاصل و نهایتاً ارائه یک حل بسته همواره مورد توجه مهندسان است، زیرا در این شرایط ماهیت ریاضی پدیده مورد نظر مشخص شده و متغیرهایی که در آن دخالت دارند مورد بررسی قرار می‌گیرند و می‌توان پاسخ مسئله را در شرایط دیگر پیش‌بینی کرد. اگرچه انگیزه اولیه این کار مطالعه پاسخ سر انسان به ضربه است ولی مدل تحلیلی ارائه شده می‌تواند در محدوده مسائل مهندسی که شامل پاسخ سازه‌های پوسته‌ای حاوی سیال به ضربه هستند، به کار رود.

۲- تئوری‌های مرتبط

یک پوسته کروی حاوی سیال با جرم m_{sh} با سرعت V_{sh} به‌طور مایل به یک جسم چنبره‌ای^{۱۷} شکل به جرم m_e با

تحقیقات زیادی در مورد نحوه وقوع و چگونگی پیشگیری از آسیب وارده به سر انجام گرفته است. اگرچه آمار دقیقی از مرگ افراد، در اثر این آسیب‌ها وجود ندارد ولی برآوردها نشان می‌دهند هر ساله در سراسر جهان از هر ۱۰۰۰۰۰ نفر حدود ۱۵ الی ۳۰ نفر به این دلیل جان خود را از دست می‌دهند. اگر به‌طور میانگین نرخ مرگ و میر ناشی از آسیب مغزی را ۲۲ نفر به ازای ۱۰۰۰۰۰ نفر جمعیت در نظر بگیریم با فرض اینکه جمعیت جهان ۶ میلیارد نفر باشد این مقدار سالانه بیش از ۱/۲ میلیون نفر در سرتاسر دنیا است [۱]. به علت اهمیت موضوع، تحقیقات وسیعی به‌صورت آزمایشگاهی، تحلیلی یا عددی به منظور شناسایی پاسخ سر انسان به ضربه صورت گرفته است. انگین^۱ مدلی تحلیلی ارائه کرد که شامل خاصیت خمشی - غشائی پوسته بود و پاسخ را برای یک کره پرشده از سیال به‌دست آورد که تحت یک بار دلتا قرار می‌گرفت [۲]. گلد اسمیت^۲ و کنز^۳ این مطالعات را برای بارهایی با اعمال در مدت زمانی طولانی‌تر ادامه دادند [۳]. سرانجام یانگ^۴ مدلی را توسعه داد که در آن یک پوسته کروی حاوی سیال با کره‌ای توپر برخورد می‌کرد و با استفاده از آن معادلات ضمنی برای حداکثر نیروی انتقالی، مدت زمان برخورد و شتاب حداکثر سر ارائه کرد [۴]. زاو^۵ یک مدل تحلیلی ارتعاشی جرم با فنر معادل برای بررسی برخورد سر انسان با یک صفحه الاستیک تخت را مطالعه کرد [۵]. هدف از این مطالعه تعیین شدت آسیب، نیروی ضربه‌ای و شتاب منتقل شده و تغییر شکل کشسان در مانع مقابل بود. از طرفی محققان رویکرد عددی و روش اجزاء محدود را برای هندسه غیرمنظم و مواد غیرخطی به منظور مطالعه پدیده ضربه به سر و مطالعه پاسخ آن آغاز کردند. روان^۶ [۶] جزئیات آناتومیکی شامل پوست سر، رابط دورا^۷، غشاء فالکس^۸ و بافت مغزی را شبیه‌سازی کرد و خواص مکانیکی مغز و پوست سر را ویسکوالاستیک و سایر بافت‌ها را به‌صورت الاستیک در نظر گرفت. ایمن^۹ [۷] مدلی

¹ Engin⁵ Zhao⁹ Aiman¹³ Johnson¹⁷ Toroidal Object² Goldsmith⁶ Ruan¹⁰ Deb¹⁴ Explicit Solution³ Kenner⁷ Dura mater¹¹ Lumped¹⁵ Closed form Solution⁴ Young⁸ Falx Cerebri¹² Head Injury Criteri¹⁶ Intra Cranial Pressure

۱-۱-۲- سفتی تماسی هرتز (K_H)

بافرض مدل تماسی هرتز، رابطه نیرو- تغییرشکل مابین دو جسم تعیین می‌شود [۴]:

$$F = K_H \Delta x_H^{3/2} \quad (1)$$

در اینجا F نیروی انتقالی حاصل از تماس اجسام، Δx_H تغییر شکل متقابل دو جسم و K_H سفتی تماسی است که در معادله (۲) ارائه شده است:

$$K_H = \frac{4}{3} q_k \cdot R^{*1/2} \cdot E^* \quad (2)$$

که در آن:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1-\nu_e^2}{E_e} + \frac{1-\nu_{sh}^2}{E_{sh}} \right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{R_{sh}} + \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R'_e} \right) \quad (4)$$

۱-۱-۲- سفتی خمشی-غشائی

برای پوسته کروی خالی نازک، حداکثر تغییر شکل (Δx_{sh}) در اثر نیروی اعمال شده F که به صورت فشار یکنواخت روی یک محدوده کروی کوچک با شعاع a وارد می‌شود ($a/R_{sh} \ll 1$) با استفاده از رابطه (۵) می‌آید:

$$F = K_{sh} \cdot \Delta x_{sh} \quad (6)$$

به این معنی که بر اثر اعمال نیروی F بر روی پوسته کروی، خیز الاستیکی^{۲۱} معادل Δx_{sh} به وجود می‌آید. شایان توجه است که ضریب حجمی سیال تأثیری بر سفتی تماسی پوسته (K_{sh}) ندارد [۴]. بدین ترتیب در مسئله مورد نظر دو تغییرشکل حین تماس به وجود می‌آید که ناشی از اثر هرتز و پوسته کروی است، بنابراین تغییرشکل کل یا به عبارتی خیز کلی ایجاد شده در پوسته مجموع این دو پدیده است.

۱-۲-۲- مدل تحلیلی: ارائه معادله‌ای ضمنی^{۲۲} برای تعیین

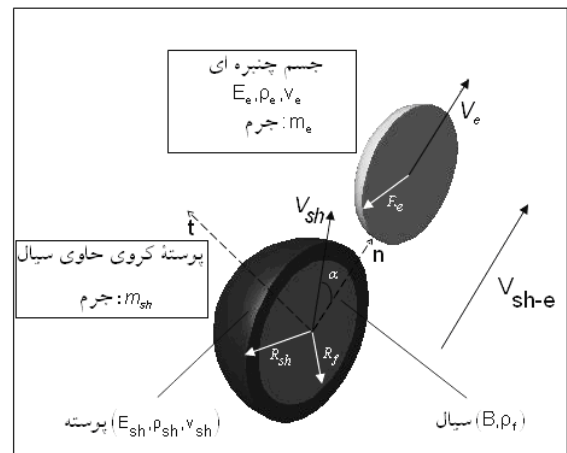
$$F_{max}$$

دو جسم در نظر گرفته شده با یکدیگر برخورد می‌کنند. حین تماس، لحظه‌ای وجود دارد که دو جسم به حداکثر فشردگی رسیده و بعد از آن فرایند بازگشت اتفاق می‌افتد. با فرض

سرعت V_e که در شکل ۱ آمده است برخورد می‌کند. شایان ذکر است جسم چنبره‌ای جسمی است که در نقطه تماسش در برخورد با جسمی دیگر دارای دو شعاع انحناء مختلف عمود بر هم باشد، در حالی که این دو شعاع در کره با هم مساوی‌اند. شعاع خارجی پوسته R_{sh} و ضخامت آن h در نظر گرفته شده است. خواص مادی پوسته به صورت همگن و همسانگرد با ضریب کشسانی E_{sh} ، ضریب پواسون ν_{sh} و چگالی ρ_{sh} فرض می‌شود. پوسته توسط سیالی با چگالی ρ_f و ضریب حجمی B^{18} پر شده است که شعاع خارجی سیال R_f است (شعاع داخلی پوسته). شعاع جسم چنبره‌ای شکل در نقطه تماس به ترتیب R_e و R'_e در نظر گرفته شده است که در شکل ۱ شعاع دوم جسم چنبره‌ای (R'_e) در صفحه‌ای قرار دارد که عمود بر صفحه شامل R_e است. خواص جسم چنبره‌ای نیز به صورت همگن و همسانگرد با ضریب کشسانی E_e ، ضریب پواسون ν_e و چگالی ρ_e و زاویه حمله^{۱۹} نیز α فرض شده است.

۱-۲-۱- قوانین برخورد

در این مسئله، حین تماس اجسام ۲ پدیده اتفاق می‌افتد: - تغییرشکل ناشی از برخورد تماسی که از نظریه هرتز^{۲۰} تبعیت می‌کند. - تغییرشکل ناشی از خاصیت خمشی-غشائی حاصل از پوسته کروی.



شکل ۱- برخورد مایل پوسته کروی حاوی سیال و جسم چنبره‌ای با زاویه حمله α (توجه: n راستای برخورد دو جسم و مختصات $n-t$ در صفحه تقارن پوسته است)

¹⁸ Bulk Modulus

¹⁹ Attack Angle

²⁰ Hertz Theory

²¹ Elastic deflection

²² Implicit equation

$$\Delta x_{sh} = \frac{F_{max}}{K_{sh}} \quad (10)$$

$$\Delta x_H = \left(\frac{F_{max}}{K_H} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

با جایگذاری روابط (۹) تا (۱۱) در رابطه (۷) و پس از مرتب‌سازی، معادله (۱۲) حاصل می‌شود:

$$\Delta U = \frac{F_{max}^2}{K_{sh}} + \frac{4}{5} \frac{F_{max}^{\frac{5}{3}}}{K_H^{\frac{2}{3}}} \quad (12)$$

که در آن:

$$\Delta U = m_{sh} V_{sh}^2 \cos^2 \alpha + m_e V_e^2 - \frac{(m_{sh} V_{sh} \cos \alpha + m_e V_e)^2}{m_{sh} + m_e} \quad (13)$$

رابطه (۱۲) بیانی ضمنی و تقریبی برای تعیین حداکثر نیروی انتقالی حین ضربه است که هر دو اثر تغییر مکان تماسی هرتز در پوسته و جسم چنبره‌ای و اثر خمش و غشاء در پوسته را شامل می‌شود. معادله (۱۲) می‌تواند به صورت عددی بر حسب F_{max} حل شود و در نتیجه تغییر شکل حداکثر و حداکثر شتاب پوسته حاوی سیال به دست آید بنابراین با توجه به اینکه تغییر شکل کل برابر با مجموع دو اثر هرتز و خمشی - غشایی است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{max} = \Delta x_{sh} + \Delta x_H = \frac{F_{max}}{K_{sh}} + \left(\frac{F_{max}}{K_H} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (14)$$

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m_{sh}} \quad (15)$$

همچنین برای به دست آوردن زمان برخورد می‌توان حرکت را به صورت یک حرکت هماهنگ ساده با یک سفتی خطی مؤثر K_{effec} در نظر گرفت، زیرا شواهد تجربی نشان می‌دهد که شتاب و نیروی ضربه‌ای حاصل برخورد دو جسم ماهیتی مشابه با یک نیم موج سینوسی دارند، بنابراین:

$$K_{effec} = \frac{F_{max}}{\Delta x} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{sh}} + \frac{1}{K_H^{\frac{2}{3}} \cdot F_{max}^{\frac{1}{3}}} \right)} \quad (16)$$

حال با توجه به معادلات مربوطه می‌توان T_p را به دست آورد:

$$T_p = \pi \sqrt{\frac{m^*}{K_{effec}}} \quad (17)$$

پایستار بودن سیستم و با نوشتن اصل پایستگی انرژی مکانیکی برای حالت قبل از برخورد و شرایط حداکثر فشردگی حین تماس داریم:

$$\frac{1}{2} m_{sh} V_{sh}^2 + \frac{1}{2} m_e V_e^2 = \frac{1}{2} K_{sh} \Delta x_{sh}^2 + \frac{2}{5} K_H \Delta x_H^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2} (m_{sh} + m_e) V_{sh-e}^2 + \frac{1}{2} m_{sh} (V_{sh} \sin \alpha)^2 \quad (7)$$

در رابطه (۷) Δx_{sh} تغییر شکل در اثر خاصیت غشاء و خمش پوسته، Δx_H تغییر شکل تماسی هرتز و V_{sh-e} سرعت مشترک سیستم پوسته - جسم چنبره‌ای در نقطه حداکثر فشردگی هستند. شایان ذکر است که در طرف راست معادله (۷)، جمله دوم حاصل از انرژی تغییر شکل به واسطه اثر هرتز است که از طریق انتگرال‌گیری از رابطه نیرو - تغییر شکل به دست می‌آید. باید توجه کرد که دو جسم زمانی که به حداکثر فشردگی می‌رسند مجموعاً در حالت توقف قرار نمی‌گیرند بلکه هر دوی آنها تحت این شرایط دارای سرعت مشترک لحظه‌ای هستند که با V_{sh-e} نشان داده می‌شود. از طرفی با توجه به شکل ۱ برخورد دو جسم در راستای n اتفاق می‌افتد و عبارت $\frac{1}{2} m_{sh} (V_{sh} \sin \alpha)^2$ انرژی جنبشی پوسته در راستای t در حین برخورد است. حال با استفاده از اصل پایستگی اندازه حرکت^{۲۳} داریم:

$$m_{sh} V_{sh-n} + m_e V_e = (m_{sh} + m_e) V_{sh-e-n} \quad (8)$$

رابطه (۸) برای راستای n نوشته شده است. طرف چپ این معادله برای حالت قبل از برخورد، و طرف راست آن برای شرایط حداکثر فشردگی دو جسم حین تماس است. با توجه به شکل ۱ چون برخورد در راستای n اتفاق می‌افتد در رابطه (۸)، مؤلفه‌ای از سرعت پوسته در راستای n قبل از برخورد بوده و V_{sh-e-n} سرعت مشترک دو جسم حین برخورد در راستای n است. با جایگذاری V_{sh-e-n} در رابطه (۸) و حل آن بر حسب V_{sh-e-n} داریم:

$$V_{sh-e} = \frac{m_{sh} V_{sh} \cos \alpha + m_e V_e}{m_{sh} + m_e} \quad (9)$$

از طرفی مقادیر Δx_{sh} و Δx_H به صورت مستقیم از رابطه حداکثر نیروی انتقالی (F_{max}) به دست می‌آیند.

²³ Momentum Conservation

بسیار نازک تبدیل می شود یعنی $K_H \rightarrow \infty$. با این فرض معادلات (۱۲) تا (۱۵) و (۱۷) به صورت زیر به دست می آیند:

$$\Delta U = \frac{F_{\max}^2}{K_{sh}} \quad (23)$$

$$F_{\max} = \sqrt{\frac{2.3E_{sh}h^2\Delta U}{R_{sh}(1-\nu_{sh}^2)^{\frac{1}{2}}}} \quad (24)$$

$$\Delta x_{sh} = \frac{F_{\max}}{K_{sh}} = \sqrt{\frac{R_{sh}(1-\nu_{sh}^2)^{\frac{1}{2}}\Delta U}{2.3E_{sh}h^2}} \quad (25)$$

$$a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m_{sh}} = \sqrt{\frac{2.3E_{sh}h^2\Delta U}{m_{sh}^2R_{sh}(1-\nu_{sh}^2)^{\frac{1}{2}}}} \quad (26)$$

$$T_p = \pi \sqrt{\frac{m^*}{K_{sh}}} = \pi \sqrt{\frac{m^*R_{sh}(1-\nu_{sh}^2)^{\frac{1}{2}}}{2.3E_{sh}h^2}} \quad (27)$$

در حالت دوم از اثر پوسته در مقابل پدیده هرتز صرف نظر می شود. در واقع تحت این شرایط پوسته کروی به یک کره توپر تبدیل می شود به عبارت دیگر $K_H \ll K_{sh}$ یعنی $K_H \rightarrow \infty$. در این حالت، مسئله برخورد کلاسیک هرتز حاصل می شود:

$$\Delta U = \frac{4}{5} \frac{F_{\max}^{\frac{5}{3}}}{K_H^{\frac{2}{3}}} \quad (28)$$

$$F_{\max} = \left(\frac{5}{4} K_H^{\frac{2}{3}} \Delta U \right)^{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3} \left(\frac{15}{16} \right)^{\frac{3}{5}} q_k^{\frac{2}{5}} R^{\frac{1}{5}} E^{\frac{2}{5}} \Delta U^{\frac{3}{5}} \quad (29)$$

$$\Delta x_H = \left(\frac{F_{\max}}{K_H} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{15}{16} \right)^{\frac{2}{5}} \frac{\Delta U^{\frac{2}{5}}}{q_k^{\frac{2}{5}} R^{\frac{1}{5}} E^{\frac{2}{5}}} \quad (30)$$

$$a_{\max} = \frac{4}{3} \left(\frac{15}{16} \right)^{\frac{3}{5}} q_k^{\frac{2}{5}} \frac{R^{\frac{1}{5}}}{m_{sh}} E^{\frac{2}{5}} \Delta U^{\frac{3}{5}} \quad (31)$$

برای محاسبه T_p با فرض حرکت هماهنگ ساده و سفتی خطی (K_{linear}) داریم:

$$K_{linear} = \frac{F_{\max}}{\Delta x_H} = \frac{4}{3} \left(\frac{15}{16} \right)^{\frac{1}{5}} q_k^{\frac{4}{5}} R^{\frac{4}{5}} E^{\frac{4}{5}} \Delta U^{\frac{1}{5}} \quad (32)$$

در نتیجه مقدار تقریبی T_p برابر است با:

$$T_p = \pi \sqrt{\frac{m^*}{K_{linear}}} = 2.74 \left(\frac{m^{\frac{5}{2}}}{q_k^2 R^* E^* \Delta U^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (33)$$

که در آن:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_{sh}} + \frac{1}{m_e} \quad (18)$$

در این مرحله با توجه به اینکه شتاب محاسبه شده است می توان معیار آسیب سر را به دست آورد. کمیت نامبرده که بیانی از شدت ضربه به سر است معادله ای بسیار مهم در بررسی و تحلیل ضربات وارد شده است و میزان خطر ایجاد شده بر اثر ضربه را پیش بینی می کند. این معیار به وسیله رابطه زیر به دست می آید:

$$HIC = \max(t_1, t_2) \left[(t_2 - t_1) \left[\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2.5} \right] \quad (19)$$

عبارت $\max(t_1, t_2)$ مشخص می کند که فاصله زمانی بین t_1 و t_2 باید به گونه ای باشد که عبارت داخل کروشه را حداکثر نماید. این معیار در طراحی صحیح کلاه ایمنی، کیسه هوای خودرو، جاذب های انرژی و کمربند ایمنی موجود در وسائل نقلیه کاربرد بسیاری دارد.

با توجه به اینکه شتاب سر را می توان به صورت نیم موج سینوسی فرض کرد، خواهیم داشت:

$$a(t) = \frac{F_{\max}}{m_{sh}} \text{Sin} \left(\pi \frac{t}{T_p} \right) \quad (20)$$

با جایگذاری رابطه (۲۰) در (۱۹) و برای $0 < t < T_p$ می توان از طریق حل همزمان روابط (۲۱) و (۲۲) مقادیر زمانی که رابطه (۱۹) را حداکثر می کند به دست آورد:

$$\frac{\partial(HIC)}{\partial t_2} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial(HIC)}{\partial t_1} = 0 \quad (22)$$

با به دست آمدن t_1 و t_2 می توان مقدار حداکثر HIC را محاسبه کرد.

۳-۲- بررسی حالات حدی

دو حالت حدی وجود دارد: حالت اول، صرف نظر کردن از اثر تماسی هرتز در مقابل اثر پوسته و حالت دوم صرف نظر کردن از اثرات پوسته در مقابل پدیده هرتز.

در حالت اول فرض می شود که $K_H \ll K_{sh}$ و از اثر هرتز صرف نظر می شود. در واقع پوسته کروی به یک غشاء

۴-۲- بیانی صریح برای نیروی انتقالی و مدت زمان

تماس

اگرچه معادله ضمنی که توسط رابطه (۱۲) داده شده است می‌تواند بر حسب F_{\max} حل شود و سایر پارامترهای ضربه نیز محاسبه گردند اما می‌توان یک سری روابط تقریبی به صورت صریح^{۲۴} بیان کرد تا متغیرهایی را که در کمیت و مشخصه‌های مهم ضربه اثرگذار هستند، در عبارات مربوطه لحاظ کرد. برای بیان روابط صریح باید به تعریف یک فرض ساده کننده خطی بودن سفتی تماسی هر تیز پرداخت که توسط رابطه (۳۲) بیان شده است. سفتی خطی تقریبی سیستم K'_{effec} به صورت ترکیبی از سفتی خطی هر تیز (رابطه ۳۲) و سفتی پوسته (رابطه ۶) است که در قالب معادله (۳۴) تعریف می‌شود:

$$K'_{\text{effec}} = \frac{K_{\text{linear}} K_{\text{sh}}}{K_{\text{linear}} + K_{\text{sh}}} = \frac{q_k^{\frac{4}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{2}{5}} E^{\frac{4}{5}} \Delta U^{\frac{1}{5}} E_{\text{sh}} h^2}{\left[\frac{1}{2.3} q_k^{\frac{4}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{2}{5}} E^{\frac{4}{5}} \Delta U^{\frac{1}{5}} R_{\text{sh}} \sqrt{1-v_{\text{sh}}^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{16}{15} \right)^{\frac{1}{5}} E_{\text{sh}} h^2 \right]} \quad (34)$$

باید خاطر نشان کرد که استفاده از رابطه (۳۴) برای به دست آوردن سفتی سیستم، معادل با حل معادله (۱۲) برای F_{\max} و به دست آوردن سفتی خطی مؤثر K'_{effec} از رابطه (۱۶) نیست. برای تعیین حل بسته برای مسئله، جمله دوم سمت راست معادله (۱۲) به وسیله معادله (۳۲) به رابطه خطی تبدیل شده و با در نظر گرفتن معادله (۳۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = \frac{F_{\max}^2}{K'_{\text{effec}}} \quad (35)$$

بنابراین:

$$F_{\max} = \frac{q_k^{\frac{2}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{1}{5}} E^{\frac{2}{5}} \Delta U^{\frac{3}{5}} E_{\text{sh}}^{\frac{1}{2}} h}{\left[\frac{1}{2.3} q_k^{\frac{4}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{2}{5}} E^{\frac{4}{5}} \Delta U^{\frac{1}{5}} R_{\text{sh}} \sqrt{1-v_{\text{sh}}^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{16}{15} \right)^{\frac{1}{5}} E_{\text{sh}} h^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (36)$$

$$a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m_{\text{sh}}} \quad (37)$$

$$\Delta x = \frac{F_{\max}}{K'_{\text{effec}}} = \sqrt{\frac{\Delta U \cdot R_{\text{sh}} (1-v_{\text{sh}}^2)^{\frac{1}{2}}}{2.3 E_{\text{sh}} h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{16}{15} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{\Delta U^{\frac{4}{5}}}{q_k^{\frac{4}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{2}{5}} E^{\frac{4}{5}}}} \quad (39)$$

$$T_p = \pi \sqrt{\frac{m^*}{K'_{\text{effec}}}} = \pi \sqrt{\frac{m^* \cdot R_{\text{sh}} (1-v_{\text{sh}}^2)^{\frac{1}{2}}}{2.3 E_{\text{sh}} h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{16}{15} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{m^*}{q_k^{\frac{4}{5}} R_{\text{sh}}^{\frac{2}{5}} E^{\frac{4}{5}} \Delta U^{\frac{1}{5}}}} \quad (39)$$

بدین ترتیب می‌توان حل صریحی برای کمیت مهم ضربه به دست آورد و دریافت که در پدیده ضربه چه متغیرهایی و به چه میزان در مقدار نیروی انتقالی و شتاب ایجاد شده و مدت زمان تماس، اثرگذار هستند. البته این روش با قدری ساده‌سازی همراه بود اما ویژگی بسیار مهم آن تعیین روابطی است که میزان وابستگی مشخصه‌های این پدیده را با متغیرهای قابل اندازه‌گیری از قبیل جرم، سرعت اولیه، ضخامت پوسته، شعاع پوسته و غیره به‌طور صریح و مشخص نشان می‌دهد، در صورتی که در حل عددی وابستگی به این متغیرها و میزان اثر آنها بدین گونه امکان پذیر نیست. بنابراین این روابط برای بررسی‌های کمی یک پدیده پیچیده اهمیت بسیار زیادی برای محققان دارد.

۳- تأیید پاسخ معادلات با استفاده از تحلیل اجزاء

محدود

به‌منظور تأیید پاسخ‌های حاصل از حل معادلات تحلیلی، از روش اجزاء محدود صریح استفاده می‌شود. این روش امکان تحلیل سریع مسائل دینامیکی با تغییرشکل‌های بزرگ در مدت زمان‌های کوتاه، مسائل شبه استاتیکی با تغییرشکل‌های بزرگ و عوامل غیرخطی متعدد و مسائل پیچیده تماس و امکان تحلیل برخورد را در اختیار کاربران قرار می‌دهد. در این روش با استفاده از انتگرال‌گیری معادلات مربوطه از روی شتاب، سرعت و تغییر مکان به دست می‌آید. با به دست آمدن تغییر مکان، کرنش قابل محاسبه است. با استفاده از کرنش و معادلات ساختاری، تنش و از تنش، نیرو به دست می‌آید. در کدهای اجزاء محدود صریح سه‌بعدی غیرخطی از دیدگاه لاگرانژی بهره برده و معادلات حرکت در یک بازه زمانی دلخواه با استفاده از روش اختلاف میانی حل می‌شوند. برای انجام تحلیل اجزاء محدود حاضر از نرم افزار انسیس-ال-اس- داین^{۲۵} استفاده شده است. این برنامه برای شبیه سازی

²⁴ Explicit

²⁵ Ansys/Ls-Dyna

۳-۲- مش بندی و خواص مواد

در این تحقیق برای مش بندی کلیه اجزاء از المان منشوری توپر^{۲۶} استفاده شده است. نکته‌ای که در حل مسائل تماس و ضربه باید رعایت شود این است که در مش بندی برای اجزایی که با یکدیگر در تماس بوده و با هم برخورد دارند تا حد امکان باید از یک نوع المان استفاده شود زیرا درجات آزادی عناصر مختلف با هم تفاوت دارد و در نتیجه نوع تغییر شکل‌ها و معادلات اجزاء محدود حاکم بر آنها نیز متفاوت است، بنابراین محاسبات مربوط به چنین مسئله‌ای بسیار وقت گیر، پیچیده و جواب‌های به دست آمده عمدتاً دارای خطای زیادی خواهد بود. عنصر منشوری، عنصری است که فقط در تحلیل‌های دینامیک صریح کاربرد داشته و برای مدل کردن سه بعدی ساختارهای جامد به کار می‌رود. تعداد اجزاء در مدل نیمه سر با در نظر گرفتن ۳۰۰ عنصر برای مجموعه و ۲۰۰۰ عنصر برای مغز ۲۸۷۶ عدد و در مدل نیمه جسم چنبره‌ای ۵۷۶ عدد است. در شکل ۲ مدل استفاده شده در تحلیل اجزا محدود آمده است.

در این تحقیق رفتار مجموعه با استفاده از منابع موجود، الاستیک خطی در نظر گرفته شد [۲]. در نتیجه ضریب کشسانی (E_{sh})، جرم حجمی (ρ_{sh}) و ضریب پواسون (ν_{sh}) آن به ترتیب 1379 GPa ، 2140 kg/m^3 و 0.25 در نظر گرفته شدند. با توجه به آنکه جرم حجمی و ضریب حجمی آب به بافت مغزی بسیار نزدیک است، بسیاری از محققان از خواص آب برای تحلیل‌های خود استفاده می‌کنند، بنابراین $\rho_{sh} = 1002 \text{ kg/m}^3$ و $B = 2/18 \text{ GPa}$ خواهد بود [۲]. ضربه زننده از جنس فولاد با خواص $E_e = 207 \text{ GPa}$ ، $\rho_e = 7850 \text{ kg/m}^3$ و $\nu_e = 0.25$ در نظر گرفته شد.

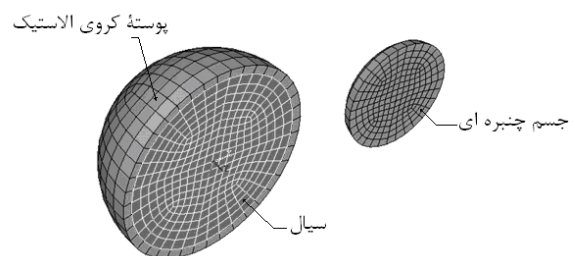
۳-۳- جزئیات تحلیل

پس از مش بندی مدل به روش منظم، تماس میان مجموعه سر و ضربه زننده تعریف شد. از سه نوع تماس اصلی موجود، تماس سطح به سطح و از میان زیرمجموعه‌های آن، تماس خودکار^{۲۸} ASTS که از الگوریتم‌های تماسی بسیار قوی است انتخاب شدند و سر به عنوان هدف و جسم چنبره‌ای به عنوان

تصادف بسیار مناسب است و در آن یک محاسبه دینامیکی به چندین بازه زمانی کوچک تقسیم و برای هر بازه زمانی بردار جابه‌جایی و مقادیر تنش و کرنش محاسبه می‌شود.

۳-۱- مدلسازی

برای مدل کردن پوسته کروی به عنوان سر، از دو کره هم مرکز استفاده شده است. مطابق با مرجع [۲] ابتدا دو کره کوچک‌تر به شعاع $Rf = 0.0761 \text{ m}$ به عنوان مغز و یک کره بزرگ‌تر به شعاع $Rsh = 0.08382 \text{ m}$ به عنوان مجموعه ترسیم شدند. سپس یکی از کره‌های کوچک‌تر از کره بزرگ‌تر کم شد. برای کاهش زمان انجام تحلیل به وسیله نرم‌افزار، مدل به دو نیمه تقسیم شد که نسبت به صفحه ساژیتال میانی کاملاً متقارن بود. سپس به منظور ایجاد مش منظم با تعریف نقاط و ایجاد سطوح، مدل به صورت دستی به چهار قسمت مساوی تقسیم شد. برای مدلسازی جسم چنبره‌ای که در ناحیه برخورد دارای دو شعاع متفاوت است، نرم‌افزار MDT^{۲۶} به کار رفت. پس از ساخت مدل در MDT، با پسوند .sat ذخیره شد و به تحلیلگر اجزاء محدود معرفی گردید. جسم ساخته شده به عنوان برخورد کننده در ناحیه برخورد دارای دو شعاع $R/e = 0.045 \text{ m}$ و $Re = 0.03 \text{ m}$ بود. برای کاهش زمان تحلیل، مدل نسبت به صفحه ساژیتال میانی به دو نیمه کاملاً متقارن تقسیم شد و با تعریف نقاط و سطوح برای ایجاد مش منظم، به چهار قسمت مساوی تبدیل شد. فاصله میان جسم چنبره‌ای و پوسته کروی 0.5 mm در نظر گرفته شد. ضروریست در صفحه‌ای که مدل به دو بخش متقارن تبدیل می‌شود حتماً قید تقارن در نظر گرفته شود.

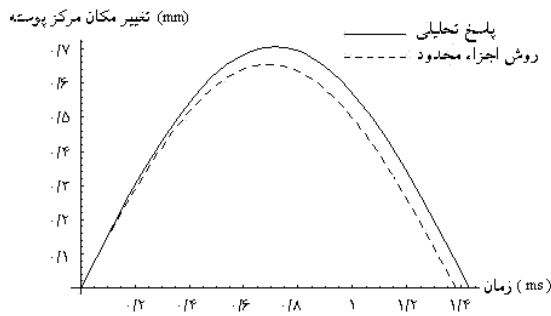


شکل ۲- مدل برخورد مایل جسم چنبره‌ای با پوسته کروی در تحلیل اجزاء محدود

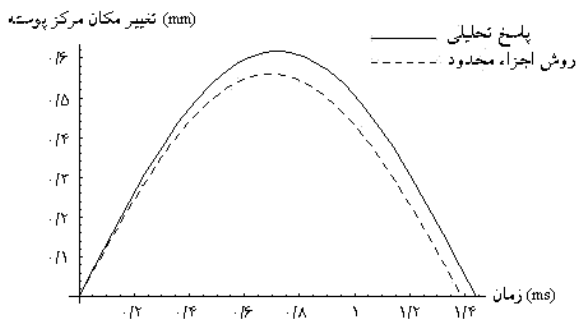
²⁶ Mechanical Desktop

²⁷ SOLID 164 Eleman

²⁸ Automatic Surface To Surface



شکل ۳- نمودار زمان-تغییر مکان مرکز پوسته حین برخورد برای $V=1/5\text{m/s}$ و $\alpha=0^\circ$ و مقایسه آن با روش اجزاء محدود



شکل ۴- نمودار زمان-تغییر مکان مرکز پوسته حین برخورد برای $V=1/5\text{m/s}$ و $\alpha=30^\circ$ و مقایسه آن با روش اجزاء محدود

ضربه زنده تعریف شدند. شرط مرزی تقارن به گره‌های موجود در صفحه XZ (صفحه ساژیتال میانی) سر و جسم ضربه زنده اعمال شد. در این بخش ۱۲ حالت مختلف مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. زوایای حمله به ترتیب ۰، ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه و سرعت اولیه پوسته کروی ۱/۵، ۲ و ۲/۵ متر بر ثانیه فرض می‌شوند. جسم چنبره‌ای نیز به صورت ساکن تعریف می‌شود. در ادامه به بررسی دو حالت پرداخته و نتایج مربوط به بقیه حالات در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

در حالت اول سرعت اولیه ۱/۵m/s و زاویه حمله صفر و در حالت دوم سرعت اولیه ۱/۵m/s و زاویه حمله ۳۰° در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از روابط تحلیلی (روابط ۸ و ۹) کمیت‌های مورد نظر محاسبه می‌شوند و نمودار زمان-تغییر مکان مرکز پوسته حاصل در دو حالت مختلف در شکل‌های ۳ و ۴ آمده است. از طرفی با توجه به مقدار شتاب می‌توان با استفاده از روابط (۱۹)، (۲۱) و (۲۲)، مقدار آسیب سر را مشخص کرد، که برای حالت در نظر گرفته شده، شکل‌های ۵ و ۶ سطوح ترسیمی مربوطه را نمایش می‌دهند. جدول ۲ نیز مقادیر خیز پوسته، حداکثر نیروی انتقالی و مدت زمان تماس را برای ضخامتهای مختلف با استفاده از حل معادلات (۱۲)، (۱۴) و (۱۷) ارائه می‌کند.

جدول ۱- مقایسه نتایج تحلیلی با روش اجزاء محدود در شرایط مختلف

زاویه حمله ۴۵°			زاویه حمله ۳۰°			زاویه حمله ۱۵°			زاویه حمله ۰°			α V_0	
F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)	F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)	F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)	F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)		
۷۴/۹	۱/۴۶	۰/۵۱۲	۹۲/۷۲	۱/۴۴	۰/۶۱۷	۱۰/۴	۱/۴۳	۰/۶۳۸	۱۰/۷۸	۱/۴۳	۰/۷۰۶	تحلیلی عددی ٪ خطا	۱/۵ (m/s)
۸۵/۰۹	۱/۳۸	۰/۴۵۷	۱۰/۶	۱/۳۹	۰/۵۶	۱۱/۰۹	۱/۳۹	۶/۳۳	۱۱/۴	۱/۳۸	۰/۶۵۵		
٪۱۳	٪۵	٪۱۲	٪۱۲	٪۳	٪۱۰	٪۶	٪۲	٪۷	٪۵	٪۳	٪۷		
۱۰/۱۴	۱/۴۳	۰/۶۶۹	۱۲/۵۴	۱/۴۲	۰/۸۰۷	۱۴/۰۷	۱/۴	۰/۸۹۴	۱۴/۵۸	۱/۴۱	۰/۹۲۴	تحلیلی عددی ٪ خطا	۲ (m/s)
۱۱/۸۷	۱/۳۹	۰/۶۱	۱۳/۴۶	۱/۳۹	۰/۷۶	۱۵/۰۹	۱/۳۹	۰/۸۷۴	۱۴/۸۴	۱/۳۹	۰/۸۷۵		
٪۱۷	٪۳	٪۹	٪۷	٪۲	٪۶	٪۷	٪۰/۷	٪۵	٪۱/۷	٪۱	٪۵		
۱۲/۸۱	۱/۴۱	۰/۸۲۳	۱۵/۸۴	۱/۳۹	۰/۹۹۵	۱۷/۷۶	۱/۳۹	۱/۱	۱۸/۴۲	۱/۳۸	۱/۱۴	تحلیلی عددی ٪ خطا	۲/۵ (m/s)
۱۴/۴۶	۱/۳۹	۰/۷۷۷	۱۶/۸۲	۱/۳۹	۰/۹۵۷	۱۸/۶۲	۱/۳۹	۱/۰۶	۱۸/۸۵	۱/۳۹	۱/۰۹		
٪۱۲	٪۱	٪۶	٪۶	٪۰/۶	٪۴	٪۴/۸	٪۰	٪۳/۷	٪۲	٪۰/۰۷	٪۴		

۴-مقایسه نتایج حاصل از روش تحلیلی با شواهد

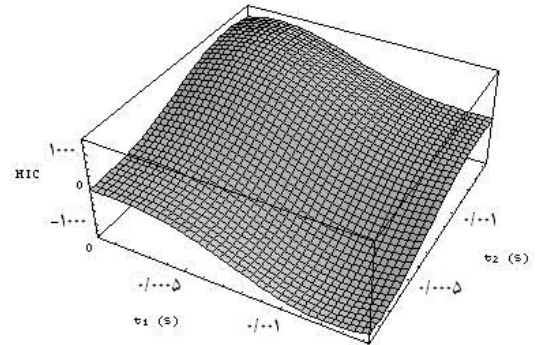
تجربی

به منظور مقایسه پاسخ‌های به‌دست آمده از روش تحلیلی این کار تحقیقاتی، نتایج حاصل از معادلات، با تحقیقات یانگ مقایسه شد. یانگ در سال ۲۰۰۵، مدلی تحلیلی را برای شرایط برخورد مستقیم مرکزی با یک کره توپر الاستیک پیشنهاد کرد و معادلات ضربه را برای این مسئله به‌دست آورد [۱۰]. سپس در یک فعالیت آزمایشگاهی، یک مدل فیزیکی سر انسان را با استفاده از فناوری نمونه‌سازی سریع تهیه کرد. در این مدل، آب از طریق گذرگاه نخاعی به داخل جمجمه تزریق می‌شد سپس با نصب شتاب‌سنج‌ها و کرنش‌سنج‌ها روی جمجمه و قرار دادن آن روی بستری مناسب، نمونه تحت ضربه قرار می‌گرفت. در آزمایش‌های انجام گرفته نیروی انتقالی و مدت زمان تماس اندازه‌گیری شده و در نهایت نتایج به‌دست آمده از این روش با نتایج تحلیلی مقایسه شدند و تطابق خوبی بین جواب‌ها ملاحظه گردید.

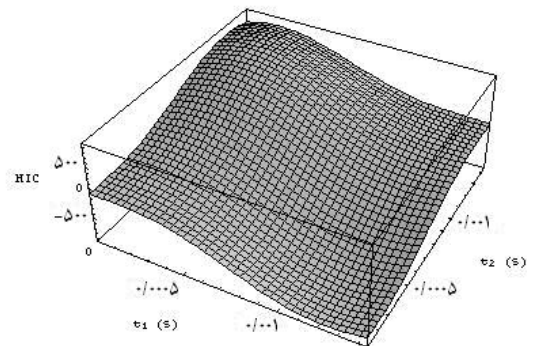
با توجه به اینکه مدل تحلیلی پیشنهاد شده در این تحقیق، حالت تعمیم یافته مدل یانگ است، نتایج معادلات تحلیلی در این کار تحقیقاتی برای حالت برخورد با یک جسم کروی توپر الاستیک مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج حاصل از این شرایط با پاسخ معادله به‌دست آمده از کار یانگ مقایسه شده است. جدول ۳ نتایج رابطه تحلیلی یانگ را نشان می‌دهد با این شرط که ضربه زنده، کره‌ای به شعاع $R=0.03m$ فرض شود.

جدول ۳- نتایج معادله تحلیلی یانگ برای شرایطی که ضربه زنده، کره‌ای به شعاع $0.03m$ باشد، پاسخ‌های حاصل با نتایج مقاله حاضر تطابق کامل دارد.

پاسخ	مرجع	پاسخ	مرجع	پاسخ	مرجع	پاسخ	مرجع
رابطه (۱۷)	[۴]	رابطه (۱۴)	[۴]	رابطه (۱۲)	[۴]	رابطه (۱۱)	[۴]
T (ms)	T (ms)	ΔX (mm)	ΔX (mm)	F (KN)	F (KN)	V_0 (m/s)	
۱/۳	۱/۳	۰/۶۳۶	۰/۶۳۶	۱۱/۶۵	۱۱/۶۵	۱/۵	
۱/۲۹	۱/۲۹	۰/۸۳۹	۰/۸۳۹	۱۵/۶۶	۱۵/۶۶	۲	
۱/۲۸	۱/۲۸	۱/۰۴	۱/۰۴	۱۹/۶۸	۱۹/۶۸	۲/۵	



شکل ۵- سطح ترسیم شده معیار آسیب سر بر حسب زمان‌های t_1 و t_2 برای سرعت اولیه $1/5 m/s$ و زاویه حمله 0° (مقدار حداکثر معیار آسیب به وسیله رابطه (۱۹)، $1339/9$ است)



شکل ۶- سطح ترسیم شده معیار آسیب سر بر حسب زمان‌های t_1 و t_2 برای سرعت اولیه $1/5 m/s$ و زاویه حمله 30° (مقدار حداکثر معیار آسیب حاصل از رابطه (۱۹)، $923/9$ است)

جدول ۲- تعیین مشخصه‌های ضربه در ضخامت‌های متفاوت برای پوسته

سرعت اولیه (m/s)	ضخامت (mm)	زاویه حمله 0°			زاویه حمله 30°		
		F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)	F_{Max} (KN)	T_p (ms)	ΔX_{Max} (mm)
۱/۵	۷	۹/۹۲	۱/۵۳	۰/۷۵	۸/۵۳	۱/۵۴	۰/۶۵
	۷/۵	۱۰/۵۲	۱/۴۶	۰/۷۲	۹/۰۴	۱/۴۷	۰/۶۳
	۸	۱۱/۱۱	۱/۴	۰/۶۹	۹/۵۴	۱/۴۲	۰/۶۱
۲	۷	۱۳/۴	۱/۵	۰/۹۸	۱۱/۵۳	۱/۵۱	۰/۸۶
	۷/۵	۱۴/۲۳	۱/۴۴	۰/۹۴	۱۲/۲۴	۱/۴۵	۰/۸۲
	۸	۱۵/۰۴	۱/۳۸	۰/۹۱	۱۲/۹۳	۱/۳۹	۰/۷۹
۲/۵	۷	۱۶/۹	۱/۴۹	۱/۲۱	۱۴/۵۵	۱/۵	۱/۰۶
	۷/۵	۱۷/۹۷	۱/۴۲	۱/۱۶	۱۵/۴۶	۱/۴۳	۱/۰۲
	۸	۱۹/۰۱	۱/۳۶	۱/۱۲	۱۶/۳۵	۱/۳۷	۰/۹۸

معادلات حاکم بر هر عنصر است که با حل دستگاه معادلات به دست آمده، مقادیر گره‌ای برای هر عنصر حاصل می‌گردد، برای حل این معادلات، حلگرهای متفاوتی بر مبنای روش‌های مختلف عددی موجود هستند و هر یک از آنها از روش ریاضی خاصی برای حل عددی مسئله استفاده می‌کند، این روش‌ها که هر یک دارای نقاط قدرت و ضعف متفاوتی هستند، می‌توانند پاسخ‌های متفاوتی را نتیجه دهند. از طرفی نوع عنصر مورد استفاده در تحلیل هم اثرگذار است چرا که بر اساس نوع عنصر انتخابی، معادلات حاکم بر آن نیز می‌تواند متفاوت باشد زیرا مراتب مختلف عناصر استفاده شده در تحلیل اجزاء محدود دارای معادلات متفاوتی هستند و هر یک از آنها دارای درجه‌ای از ساده‌سازی در روابطشان هستند. بنابراین حل به دست آمده از روش اجزاء محدود با حل حاصل از روش تحلیلی که در آن از تمام روابط ساختاری و قوانین حاکم بر مسئله، بی‌کم و کاست استفاده شده است متفاوت خواهد بود. دلیل دیگر وجود خطا اینست که در روش عددی نسبت اختلاف فشار به تغییرات حجم در واحد حجم سیال در نظر گرفته می‌شود در صورتی که در حل تحلیلی به دلیل بررسی مسئله در سرعت‌های پایین، از این امر صرف نظر شده است. در گام آخر، نتایج به دست آمده از معادلات با یکی از مراجع معتبر مورد مقایسه قرار گرفت و از صحت نتایج معادلات اطمینان حاصل شده که در جدول ۳ ارائه شده است.

از طرف دیگر با افزایش سرعت پوسته کروی در یک زاویه حمله ثابت، با توجه به جدول ۱، نیروی انتقالی افزایش و مدت زمان برخورد کاهش می‌یابد. همچنین در یک سرعت ثابت با افزایش زاویه حمله، نیروی انتقالی و تغییر شکل کاهش و مدت زمان برخورد افزایش می‌یابد.

به علاوه مدل تحلیلی ارائه شده قابل به‌کارگیری برای پوسته‌های حاوی سیال و پوسته‌های خالی نیز هست. بنابراین روش بیان شده برای تحلیل سازه‌ها نیز کاربرد خواهد داشت. برای پایان می‌توان گفت که مطالعه تحلیلی پدیده ضربه مغزی امکان‌پذیر است و با این مطالعه، زمینه مطالعات بعدی و بررسی‌های آتی روی آسیب‌های سر ناشی از ضربه فراهم

به بیان دیگر جدول ۳، تطابق نتایج تحلیلی کار حاضر با نتایج به دست آمده از معادلات تحلیلی یانگ را نشان می‌دهد. در این جدول، پاسخ معادلات مقاله حاضر که برای حالت تعمیم یافته (استفاده از قانون عمومی هرتز، در نظر گرفتن جسم چنبره‌ای با فرض زوایای حمله مختلف) به دست آمده با نتایج معادلات مرجع [۴] مقایسه می‌شود، تا از صحت معادلات ارائه شده اطمینان حاصل گردد.

تحت این شرایط ملاحظه می‌شود که نتایج کار حاضر انطباق کاملی با نتایج معادلات یانگ دارد، بنابراین با توجه به این تطابق بسیار مناسب، می‌توان به اعتبار نتایج حاصل از این پژوهش اطمینان نمود.

۵- نتیجه‌گیری

روابط تحلیلی برای پوسته کروی حاوی سیال به دست آمدند. رابطه تحلیلی اساسی به دست آمده یک معادله ضمنی بود که با حل آن می‌توان نیروی انتقالی ضربه را محاسبه کرد، دلیل ضمنی بودن این معادله پیچیدگی پدیده برخورد و غیرخطی بودن مسئله تماس است. از طرفی در گام دوم، مدل تحلیلی مبتنی بر جداسازی تغییر شکل تماسی هرتز از تغییر شکل‌های غشائی و خمشی موضعی به منظور ایجاد بیانی صریح برای پارامترهای کلیدی ضربه شامل حداکثر نیروی انتقالی، شتاب حداکثر پوسته و مدت زمان برخورد است. این خواسته نیز با انجام ساده‌سازی در رابطه هرتز حاصل شد تا بتوان حل بسته مسئله مطرح شده را ملاحظه نمود. این کار، گام بزرگی در بررسی تحلیلی پدیده ضربه مغزی است زیرا بستر مناسبی برای مطالعه محققان به منظور بررسی میزان وابستگی مشخصه‌های اساسی ضربه به متغیرهای اولیه و قابل اندازه‌گیری فراهم شده است.

در مرحله بعدی پاسخ‌های حاصل از حل تحلیلی با روش اجزاء محدود مقایسه شد و اعتبار آن مورد تأیید قرار گرفت که در جدول ۱ ملاحظه شد. علت مشاهده تفاوت بین جواب‌های تحلیلی و عددی در اینست که حل حاصل از روش عددی با استفاده از ال-اس داینا به دست می‌آید نتیجه حل دستگاه معادلات به دست آمده از ترکیب مجموعه

- blunt head impacts; Journal of Sound and Vibration; 2003; 267: 1107-1126.
- [5] Gui-fan Zh., Hui-feng T., Xing-wen D., Method of model analysis for flexible head impacting with elastic plane; Journal of Applied mathematics and mechanics, 2003; 24 (3): 363-372.
- [6] Ruan J.S., Khalil T.B., King A.I., Dynamic responses of the human head to impact by 3D FE analysis; Biomechanical Engineering; 1994; 116: 44-50.
- [7] Al-Bsharat A., Hardy W.N., Yang K.H., Khalil T.B., King A.I., Brain/Skull Relative Displacement Magnitude Due To Blunt Head Impact: New Experimental Data and Model; Proceeding of 43rd Stapp Car Crash Conference; 1999; Technical paper No: 99sc22: 350-360
- [8] Deb A., Ali T., A lumped parameter based approach for simulation of automotive headform impact with countermeasures, International Journal of Impact Engineering 2004; 30: 521-539.
- [9] Johnson E.A.C & Young P.G., The analysis of pressure response in head injury; Stapp car crash Journal; 2006; Paper No: 2006-01-2368.
- [10] Johnson E.A.C & Young P.G., On the use of a patient specific rapid-prototyped model to simulate the response of the human head to impact and comparison with analytical and finite element models; Journal of Biomechanics; January 2005; 38: (1): 39-45.

شده است. بنابراین با تحقیقات بیشتر روی مدل‌های تحلیلی و تکامل آنها می‌توان پاسخ‌های مناسبی از این پدیده پیچیده به دست آورد که در نهایت برای ارائه معیارهای جدید آسیب سر به منظور طراحی مناسب وسایل نقلیه ایمن و دستگاه‌های محافظتی به کار می‌رود.

مراجع

- [1] Kleiven S., Finite Element Modeling of the Human Head; Ph.D. dissertation; 2002; Department of Aeronautics, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- [2] Engin A.E., The axi-symmetric response of a fluid-filled spherical shell to a local radial impulse—a model for head injury; Journal of Biomechanics; 1969; 2: 325-341.
- [3] Kenner V.H., Goldsmith W., Dynamic loading of a fluid filled spherical shell; International Journal of Mechanical Science; 1972; 14: 557-568.
- [4] Young P.G., An analytical model to predict the response of fluid-filled shells to impact—a model for