

## Hyperelastic Model to Study the Mechanical Behavior of LAD Coronary Artery

M. Alizadeh<sup>1\*</sup>, I. Mohebbi Nejad<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Assistant professor, Mechanical Engineering School, Iran University Of Science and Technology, Tehran, Iran

<sup>2</sup> M.Sc Graduated, Mechanical Engineering School, Iran University Of Science and Technology, Tehran, Iran,  
i\_mohebbinejad@mecheng.iust.ac.ir

---

### Abstract

Mechanical characteristic of arteries is very important for stent producing and cardiovascular implants. In this study mechanical behavior of a piece of left anterior descending coronary artery with specified dimension and separated layers which was prepared by holtzapfel and tested under tensile test has been considered. Ogden hyperelastic model has been implemented for the experimental data and related parameters were obtained. These parameters have been optimized. The obtained results showed that by using the same experimental data the Ogden model can be fitted well with holtzapfel model and the errors fall within acceptable range.

**Keywords:** Hyper elastic, Soft tissues, Strain energy potential, Ogden theory, Optimization

---

\* Corresponding author

**Address:** Mansour Alizadeh, Department of Mechanical Engineering, Iran University Of Science and Technology, Hengam Ave., Resalat Squ., Tehran, Iran.  
**Tel:** +98 21 77240540  
**Fax:** +98 21 77240488  
**E-mail:** ma\_alizadeh@iust.ac.ir

## ارائه یک مدل هایپر الاستیک برای رفتار مکانیکی دیواره رگ کروناری LAD انسان

منصور علیزاده<sup>۱\*</sup>، ایمان محبی نژاد<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، گروه بیومکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

i\_mohebbinejad@mecheng.iust.ac.ir

### چکیده

تعیین خواص مکانیکی رگ اهمیت زیادی برای تولید استنت و به‌طور کلی ایمپلنت‌های قلب و عروق دارد. در این مطالعه خواص مکانیکی بخشی از رگ فرود آینده کروناری مورد بررسی قرار گرفته است که در ابعاد مشخص بوده و لایه‌های آن از هم جدا شده بودند و به‌وسیله هولتز اپفل تحت آزمایش کشش قرار گرفته بود. تئوری هایپر الاستیک اگدن در مورد این اطلاعات آزمایشگاهی اجرا شد؛ این تکه رگ به صورت ریاضی مدل شد و پارامترهای مربوط بهینه شده‌اند. نتایج حاصل نشان دادند که تئوری اگدن، با اعمال بر اطلاعات آزمایشگاهی یکسان در مقایسه با تئوری مورد استفاده به‌وسیله هولتز اپفل همپوشانی خوبی داشته و خطای قابل قبولی دارند.

واژه‌های کلیدی: هایپر الاستیک، بافت‌های نرم، تابع انرژی کرنشی پتانسیل، تئوری اگدن، بهینه کردن

\*عده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، میدان رسالت، خیابان هنگام، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه بیومکانیک

تلفن: ۰۲۱۳۵۵۳۰۶، ۷۷۲۴۰۵۴۰، دورنگار: ۰۹۱۲۱۳۵۵۳۰۶، پیام‌نگار: ۷۷۲۴۰۴۸۸، ma\_alizadeh@iust.ac.ir

## ۱- مقدمه

استفاده عملی از روش‌های اجزاء محدود را تشریح کنند اندک هستند.

با توجه به اینکه رگ انسان شامل ۳ لایه درونی، میانی و خارجی است، به نظر می‌رسد که درک بهتر از خواص مکانیکی آن مستلزم جدا کردن لایه‌های آن از یکدیگر و بررسی لایه به لایه باشد. ویتو و دمیری<sup>۴</sup> اولین کسانی بودند که به بررسی پاسخ اطلاعات لایه‌های جدا شده میانی و خارجی آئورت سگ‌سانان پرداختند [۵]. در مطالعه دیگری ریچاردسون و کینی<sup>۵</sup> طی کشش هم‌محور لایه داخلی اندازه‌گیری‌هایی درباره رگ LAD<sup>۶</sup> کروناری انجام دادند [۱۷]. آنها از این مطالعه دریافتند تمایز غیرقابل چشم‌پوشی در خواص مکانیکی لایه درونی، میانی و بیرونی این رگ وجود دارد.

بنابراین تلاش شده است که در بلند مدت درک بهتری از سازوکارهای درگیر در روش PTCA و همچنین طراحی بهتر استنت‌ها حاصل شود [۱]. از آنجا که رگ کروناری نقش بسیار مهمی در کارکرد قلب دارد مطالعه حاضر برای بررسی رفتار این رگ با استفاده از اطلاعات آزمایشگاهی صورت گرفته است و هدف از انجام این کار ارائه یک مدل ریاضی برای بررسی رفتار رگ است.

رفتار و خواص مکانیکی برخی بافت‌های نرم نسبت به رفتار معمول بافت‌های نرم دیگر تفاوت دارد بنابراین به نظر می‌رسد مدل‌های الاستیک پیچیده‌تری برای مواد بیولوژیک لازم باشند. پیش‌بینی رفتار مکانیکی چنین بافت‌هایی می‌تواند بسیار ارزشمند باشد. برخی از آنها یک رابطه غیرخطی بین تنش و کرنش (حتی در کمترین کرنش‌ها) نشان می‌دهند [۱]. مهمتر این که برخی بافت‌های بیولوژیکی مانند عضلات حتی در کرنش‌های بالا خواص الاستیکشان را حفظ می‌کنند. این مواد رفتار غیرخطی و بسیار پیچیده‌ای برای تنش و کرنش از خود نشان می‌دهند. بنابراین تابع پتانسیل انرژی کرنشی<sup>۷</sup> خاصی برای چنین مواد و پدیده‌هایی باید طراحی شود. مثال معمول برای موادی که چنین رفتاری دارند لاستیک طبیعی است. همچنین بسیاری از پلیمرها بالای یک دمای بحرانی رفتار لاستیکی از خود نشان می‌دهند. پاسخ آنها غیرخطی

از مهمترین اهداف مباحث مکانیک جامدات در سیستم گردش خون، بررسی رفتار مکانیکی-بیولوژیکی آن در حالت سلامتی و بیماری است که می‌تواند در توصیف بهتر عملکرد و ساختار این سیستم بر اساس قوانین مکانیک و به دست آوردن اطلاعات بنیادین به منظور درمان‌های بالینی بیماری‌های قلب و عروق و همچنین برای طراحی کاشتنی‌های عروق از قبیل استنت‌ها، پیوندها و همچنین مهندسی بافت مفید باشد [۱]. به‌عنوان مثال در سال ۲۰۰۲ میلادی، ۶۵۷۰۰۰ آژیوپلاستی کروناری زیرپوست<sup>۳</sup> (PTCA) در ایالات متحده آمریکا انجام شد [۱]. برای درک بهتر این سازوکار و طراحی استنت، ضروری است خواص مکانیکی و همچنین نقش هر لایه از رگ کروناری به صورت جداگانه برای تعمیم آن به یک مدل محاسباتی بررسی گردد [۱].

تاکنون بیشتر مطالعات درباره خواص مکانیکی رگ کروناری حیوانات انجام گرفته است [۲-۸]. به علاوه برای یک لایه خارجی و میانی کلاژنی (شامل ماهیچه صاف و مقداری الاستین)، دیواره رگ کروناری ممکن است شامل یک لایه پیچیده درونی باشد که در سال‌های اول زندگی انسان سریع‌تر رشد می‌کند و سپس به تدریج با سرعت کمتری به رشد خود ادامه می‌دهد [۹]. این فرایند در حیوانات دیده نمی‌شود. تفاوت بنیادین دیگر رگ کروناری حیوانات و انسان در این است که در افراد مسن لایه درونی کشش مکانیکی بیشتری نسبت به افراد جوان از خود نشان می‌دهد و حال آنکه این پدیده در حیوانات اتفاق نمی‌افتد [۱۰]. بنابراین اطلاعات رگ حیوانات برای موارد کاربردی بشر نظیر طراحی استنت‌ها، پیوندهای عروقی و یا بافت‌های جایگزین نمی‌تواند به اندازه کافی مفید باشد. به خصوص از دیدگاه مکانیکی، پیوندها باید از نظر خواص مواد با بافت پیوندگیرنده مطابقت داشته باشند، در غیر این صورت با بافت پیوند گیرنده، پیوند برقرار نمی‌کنند [۱]. از آنجا که اطلاعات آزمایشگاهی کمی در مورد رگ کروناری انسان در مطالعات انجام شده دیده می‌شود [۱۱-۱۸]، مدل‌های بنیادین سه بعدی که بتوانند پاسخ غیرخطی و ناهمگن مواد و همچنین

<sup>۱</sup> Implant<sup>۴</sup> Vito & Demiray<sup>۲</sup> Stent<sup>۵</sup> Richardson and Keeny<sup>۳</sup> Percutaneous transluminal coronary angioplasty<sup>۶</sup> Left anterior descending<sup>۷</sup> Strain energy potential

بوده و بدون وابستگی به گذشته‌شان و همچنین سرعت تغییر شکلشان تغییر می‌کند.

هدف دیگر این مقاله مدل کردن هر لایه از رگ کروناری به عنوان یک ماده هایپراالاستیک است. برای این منظور مدل‌های هایپراالاستیک مختلفی وجود دارند که می‌توانند رابطه بین بار و جابه‌جایی را مشخص کنند. برخی از این مدل‌ها در ادامه ذکر خواهند شد.

## ۲- روش

### ۲-۱- معرفی برخی مدل‌های هایپراالاستیک

#### ۲-۱-۱- مدل نئوهوک<sup>۸</sup>

این مدل ساده‌ترین مدل هایپراالاستیک است (رابطه ۱). این مدل بر اساس نامتغیر اول کرنش بیان می‌شود [۱۸].

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \quad (1)$$

$\bar{I}_1$  در رابطه (۱) نامتغیر اول کرنش<sup>۹</sup> و  $J_{el}$  کرنش حجمی الاستیک<sup>۱۰</sup> نامیده می‌شود.

$D_1$  ضریب تراکم‌پذیری و  $C_{10}$  ضریب وابسته به دما و جنس ماده هستند.

#### ۲-۱-۲- مدل مونی ریویلین<sup>۱۱</sup>

این مدل از مدل نئوهوک پیشرفته‌تر است (رابطه ۲) به طوری که بر اساس نامتغیرهای اول و دوم کرنش بیان می‌شود [۱۸].

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \quad (2)$$

در این مدل  $\bar{I}_1$  و  $\bar{I}_2$  نامتغیر اول و دوم کرنش،  $C_{10}$  و  $C_{01}$  ضرایب وابسته به جنس و دما،  $J_{el}$  کرنش حجمی الاستیک و  $D_1$  ضریب تراکم‌پذیری هستند.

#### ۲-۱-۳- مدل اگدن<sup>۱۲</sup>

این مدل به‌جای استفاده از نامتغیرهای کرنش، دانسیته انرژی کرنشی را به صورت جملاتی از کشش‌های اصلی<sup>۱۳</sup> بیان می‌کند [۱۸].

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} (\bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_2^2 + \bar{\lambda}_3^2 - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_1} (J_{el} - 1)^{2i} \quad (3)$$

در این رابطه‌ها  $\lambda_i$  کشش‌های اصلی،  $\alpha_i$  و  $\mu_i$  متغیرهای مربوط به خواص ماده،  $J_{el}$  کرنش حجمی الاستیک و  $D_1$ ها ضریب تراکم‌پذیری هستند. این سری می‌تواند تا  $N = 6$  گسترش یابد. همان‌طور که در رابطه (۳) مشاهده می‌شود مدل اگدن مستقیماً بر اساس کشش‌های اصلی بیان می‌شود. در این مقاله مدل اگدن برای مدل کردن رگ کروناری مورد توجه قرار گرفته شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود در تئوری‌های فوق، انرژی پتانسیل کرنشی بر اساس تغییر شکل بیان شده است.

#### ۲-۱-۴- مدل هولتزافل و گسر<sup>۱۴</sup>

هولتز افل و گسر اخیراً مدلی را ارائه داده‌اند که در آن، هر نمونه از رگ تراکم ناپذیر فرض شده است به طوری که [۱]:

$$\lambda_r \lambda_\theta \lambda_z = 1$$

همچنین  $\lambda_r$ ،  $\lambda_\theta$  و  $\lambda_z$  کشش‌های اصلی تغییرشکل به ترتیب در راستاهای محیطی، شعاعی و طولی هستند. این محققان یک تابع انرژی کرنشی  $\psi$  (بر واحد حجم) برای مدل کردن ویژگی‌های عمومی مکانیکی بافت‌های عروقی معرفی می‌کنند [۱]:

$$\psi = \mu(I_1 - 3) + \frac{k_2}{k_2} (\exp\{k_2[(1-\rho)(I_1 - 3)^2 + \rho(I_4 - 1)^2]\} - 1) \quad (4)$$

به طوری که  $I_4 > 1$  و  $I_1 = \lambda_\theta^2 + \lambda_z^2 + (\lambda_r \lambda_\theta)^2$  نامتغیرها هستند.  $k_2 > 0$  و  $\rho \in [0, 1]$  متغیرهای بی‌بعد و  $\mu > 0$  و  $k_2 > 0$  متغیرهای شبه‌تنش<sup>۱۵</sup> هستند.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود این مدل دارای ۵ متغیر است که با اعمال اطلاعات آزمایشگاهی می‌توان آنها را به دست آورد، از طرفی معمولاً اطلاعات موجود، مشتمل بر تنش بر حسب تغییرشکل است. بنابراین لازم است که رابطه تنش بر حسب تغییرشکل به دست آید تا از طریق آن بتوان به تابع پتانسیل انرژی کرنشی دست یافت.

<sup>8</sup> Neo-Hookean  
<sup>12</sup> Ogden

<sup>9</sup> First strain invariant  
<sup>13</sup> Principal stretches

<sup>10</sup> Elastic volume strain  
<sup>14</sup> Holzapfel & Gesser

<sup>11</sup> Mooney Rivlin  
<sup>15</sup> Stresslike

## ۲-۲-۲- رابطه تنش و کرنش برای مدل آگدن

مدل هایپرلاستیک آگدن که در رابطه (۳) آمده است می تواند تا جمله ششم بسط یابد [۱۸].

برای به دست آوردن رابطه بین تنش و کرنش از قوانین بنیادین الاستیک استفاده می شود. یعنی برای به دست آوردن تنش، از تابع انرژی پتانسیل کرنشی بر حسب تغییر شکل مشتق می گیریم. این عملیات برای حالت های مختلف اعمال بار در قسمت بعد آورده شده است [۱۸].

۲-۲-۱- حالت کشش هم محور<sup>۱۶</sup>

در صورتی که از تابع پتانسیل انرژی کرنشی بر حسب کشش مشتق گرفته شود تنش حاصل می شود. شایان ذکر است که در این حالت دو کشش اصلی دیگر بر حسب کشش اصلی هم محور طبق رابطه ارائه شده به دست آمده اند. رابطه (۵) ارتباط مستقیم تنش بر حسب کشش اصلی در حالت کشش هم محور را بیان می کند.

$$T_v = \frac{\partial U}{\partial \lambda_v} \quad (5)$$

$$\lambda_1 = \lambda_v, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_v^{-\frac{1}{2}}, \lambda_v = 1 + \varepsilon_v$$

$$T_v = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} \left( \lambda_v^{\alpha_i-1} - \lambda_v^{-\frac{1}{2}\alpha_i-1} \right)$$

$T_v$  تنش در کشش هم محور و  $\lambda_v$  کشش هم محور است [۱۸].

۲-۲-۲- حالت کشش دو محوره<sup>۱۷</sup>

در این حالت دو کشش اصلی با یکدیگر برابر و کشش اصلی دیگر طبق رابطه ارائه شده بر حسب آن دو به دست آمده است. رابطه (۶) ارتباط مستقیم تنش بر حسب کشش اصلی در حالت کشش دو محوره را بیان می کند.

$$T_B = \frac{\partial U}{\partial \lambda_B} \quad (6)$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_B, \lambda_3 = \lambda_B^2, \lambda_B = 1 + \varepsilon_B$$

$$T_B = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} \left( \lambda_B^{\alpha_i-1} - \lambda_B^{-2\alpha_i-1} \right)$$

$T_B$  تنش در کشش دو محوره و  $\lambda_B$  کشش در حالت دو محوره است [۱۸].

۳-۲-۲- برش خالص<sup>۱۸</sup>

در این حالت یکی از کشش های اصلی برابر ۱ و دو کشش اصلی دیگر طبق رابطه ارائه شده به دست آمده اند. رابطه (۷) ارتباط مستقیم تنش بر حسب کشش اصلی در حالت برش خالص را نشان می دهد.

$$T_B = \frac{\partial U}{\partial \lambda_B}$$

$$\lambda_1 = \lambda_s, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = \lambda_s^{-1}, \lambda_s = 1 + \varepsilon_s \quad (7)$$

$$T_B = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i} \left( \lambda_B^{\alpha_i-1} - \lambda_B^{-\alpha_i-1} \right)$$

$T_s$  تنش در برش خالص و  $\lambda_s$  کشش اصلی در برش خالص است [۱۸].

## ۳- آزمایش ها

در این مطالعه تلاش شده است از اطلاعات آزمایشگاهی برای به دست آوردن تابع پتانسیل انرژی کرنشی آگدن به منظور مدل کردن بخشی از رگ کروناری LAD استفاده شود. برای این منظور از اطلاعات آزمایشگاهی اندازه گیری شده به وسیله هولتز اپفل و همکاران استفاده شده است [۱]. اندازه گیری ها درباره LAD یک جسد در طول ۲۴ ساعت پس از مرگ انجام شد. این اندازه گیری ها برای هر لایه به طور جداگانه و در دو راستای طولی و محیطی انجام شده و طی آن تنش بر حسب کشش ثبت شده است. این نتایج در شکل های ۱ تا ۳ برای هر لایه به طور جداگانه آمده است. شرح حال آن فرد پیش از مرگش در جدول ۱ آمده است. هولتز اپفل و همکاران در مطالعه خود نشان داده اند که لایه درونی در افراد مسن نسبت به افراد جوان ضخیم تر و سخت تر می شود [۱].

جدول ۱- شرح حال آزمودنی در مطالعه هولتز اپفل و همکاران [۱]

سن	جنس	سوابق بیماری	دلیل مرگ
۶۴	زن	کیست کلیوی	نوعی عفونت ادراری
رسوبات چربی در عروق			
عروق کلیوی	عروق مغزی	کروناری	آئورت
√	—	√	√

<sup>16</sup> Uniaxial stress mode

<sup>17</sup> Biaxial stress mode

<sup>18</sup> Pure shear mode

محوری با چاقوئی تیز بریده شد تا بتوان آن را به صورت مستطیلی مسطح در آورد. برای اطمینان از حفظ شکل مستطیلی رگ، این فرایند در هر لحظه به وسیله خطکش دقیقی کنترل شد. سپس طول، عرض و ضخامت آن با استفاده از ویدئو اکستنسومتر<sup>۲۰</sup> اندازه‌گیری شد. بعد از آن لایه‌ها با استفاده از یک تیغ کالبد شکافی از یکدیگر جدا شدند. بر اساس مطالعات انجام شده قبلی جداسازی لایه‌های رگ در حیوانات و یا انسان‌های جوان کاری بسیار دشوار و یا غیرممکن است. این امر به دلیل ضخامت بسیار کم لایه درونی است. اما برای افراد مسن با توجه به ضخیم‌تر شدن لایه درونی امری امکان پذیر است [۱].

### ۳-۲- اندازه‌گیری تغییر شکل

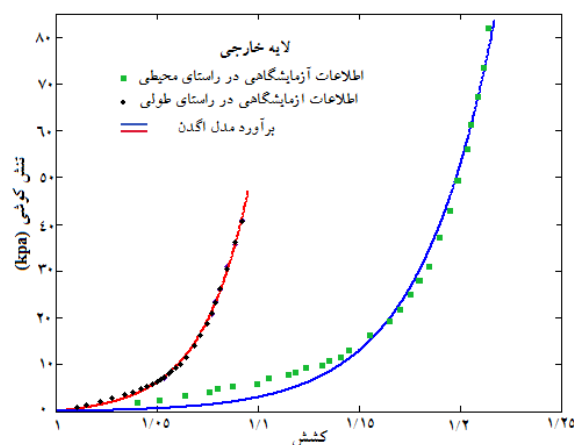
تعیین اندازه تغییر شکل به وسیله یک آسیب شناس صورت گرفت. این فرد با اندازه‌گیری فاصله بین دو گره سطحی جراحی<sup>۲۱</sup> (ساخته شده از فیبرهای جراحی<sup>۲۲</sup>) پس از هر بار کشش، طول جدید رگ کشیده شده را تعیین نمود و با تقسیم نمودن طول به دست آمده به طول قبلی میزان کشش را به دست آورد. لازم به ذکر است که برای متعادل‌سازی، این تکه رگ در دمای  $37 \pm 0.1^\circ\text{C}$  و در محلول فیزیولوژیکی با غلظت نمک ۰/۹٪ نگهداری می‌شد [۱].

### ۳-۳- اندازه‌گیری تنش

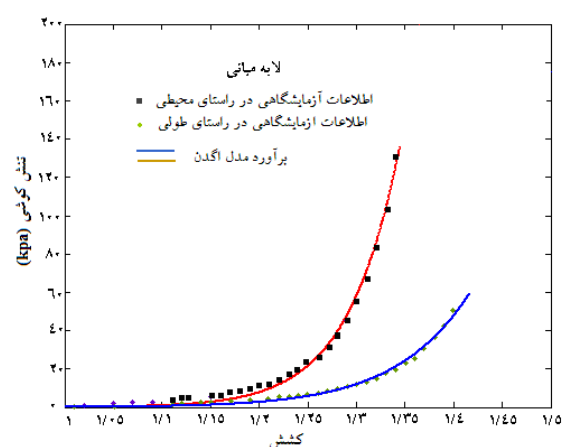
کشش هم‌محور نمونه آزمون به وسیله دستگاه کشش با دقت بالا و کنترل‌شونده با کامپیوتر<sup>۲۳</sup> مخصوص نمونه‌های کوچک بیولوژیکی، اندازه‌گیری شد. صحت اطلاعات اندازه‌گیری شده به وسیله یک کنترل کننده دیجیتال خارجی بررسی شد. همچنین تغییر شکل مربوطه در هر لحظه ثبت شد [۱].

## ۴- نتایج

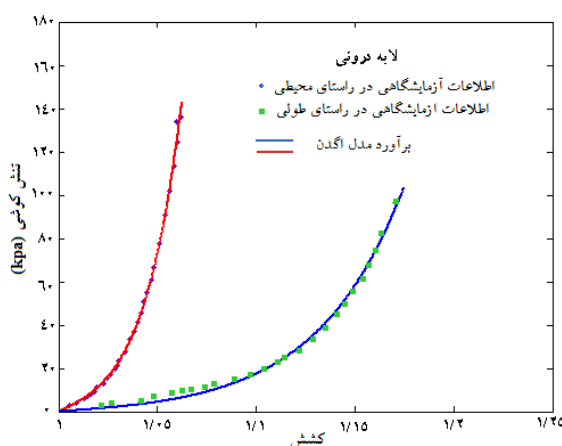
بر اساس اندازه‌گیری‌های حاصل از روش‌های ذکر شده به وسیله هولتزاففل این تکه رگ دارای طول، عرض و ضخامت به ترتیب حدود ۷/۲۱، ۲/۸۱ و ۱/۲ میلی‌متر و همچنین هر یک از لایه‌های خارجی، میانی و درونی دارای



شکل ۱- نمودار تنش بر حسب کشیدگی لایه بیرونی



شکل ۲- نمودار تنش بر حسب کشیدگی لایه میانی



شکل ۳- نمودار تنش بر حسب کشیدگی لایه درونی

### ۳-۱- آماده‌سازی لایه‌ها و تعیین ابعاد

پس از برداشتن رگ، هرس کردن و همچنین پاک ساختن آن از چربی‌ها و جدا کردن آن از بافت‌های اطراف در آزمایشگاه گراتز<sup>۱۹</sup> اتریش به وسیله هولتزاففل، این تکه رگ در راستای

<sup>19</sup> Gratz

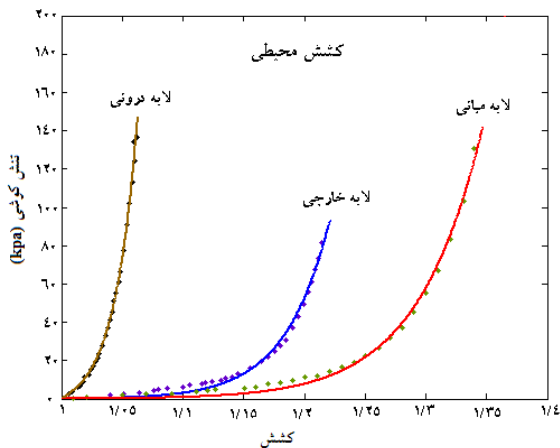
<sup>20</sup> Video extensometer

<sup>23</sup> Computer-controlled screw driven high precision tensile testing machine

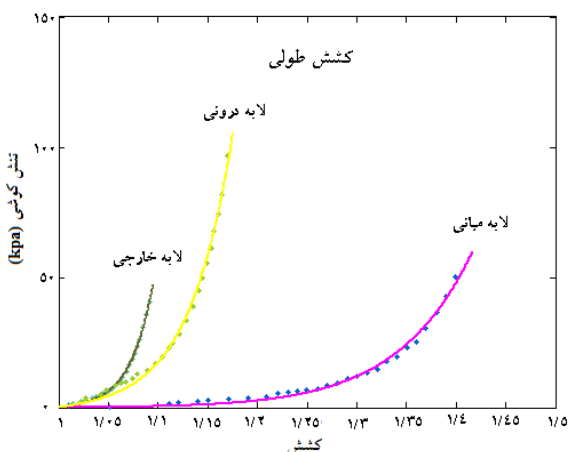
<sup>21</sup> superficial surgical knots

<sup>22</sup> Surgical fibers

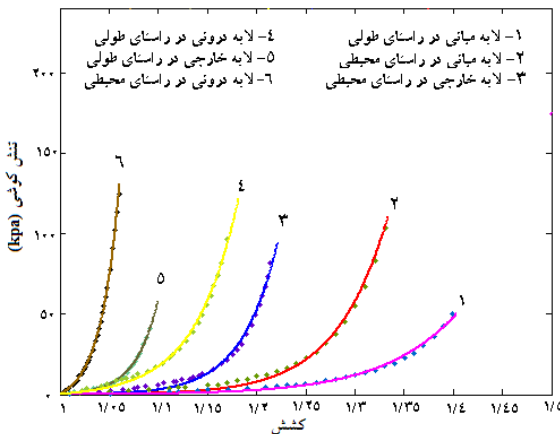
داده‌های تجربی و منحنی به‌دست آمده با استفاده از تئوری اگدن برای لایه‌های بیرونی، میانی و درونی به ترتیب در شکل‌های ۱، ۲ و ۳ آمده است. با مشاهده این نمودارها می‌توان دریافت که رفتار لایه‌ها در کشش طولی و محیطی با یکدیگر تفاوت دارد. نمودار کشش لایه‌ها در راستای طولی و محیطی به صورت جداگانه در شکل‌های ۴ تا ۶ آمده است.



شکل ۴- نمودار کشش محیطی برای هر سه لایه



شکل ۵- کشش طولی برای هر سه لایه



شکل ۶- کشش طولی و محیطی برای هر سه لایه

ضخامت به ترتیب حدود ۰/۳۴، ۰/۶۲ و ۰/۲۴ میلی‌متر بودند [۱]. همچنین نتایج اندازه‌گیری تنش و کشش در شکل‌های ۱ تا ۳ برای هر لایه و در هر جهت آمده است.

### ۲-۴- مدل‌سازی

برای مدل کردن این اطلاعات از تئوری هایپرا الاستیک اگدن (رابطه ۳) استفاده شده است. شایان ذکر است که در این مطالعه، رگ به‌عنوان یک ماده غیرقابل تراکم فرض شده است. بنابراین در رابطه (۳)، از جمله مربوط به تراکم‌پذیری صرف‌نظر شده است. از آنجا که در اطلاعات موجود تنش بر حسب کشش است و همچنین کشش هم‌محور اتفاق افتاده است، از رابطه (۴) استفاده شده است و با اعمال اطلاعات موجود متغیرها به دست آمده‌اند. در این رابطه سری برای جمله اول ( $N=1$ ) بسط یافته و ضرائب  $\alpha_1$  و  $\mu_1$  برای هر یک از لایه‌ها و در دو راستای طولی و محیطی به‌طور جداگانه محاسبه شده و نتایج حاصل ثبت شده‌اند. این متغیرها با استفاده از روش لونیبرگ<sup>۲۴</sup> و با استفاده از نرم‌افزار MATLAB<sup>۲۵</sup> بهینه شده‌اند و نتایج حاصل در جدول ۲ گردآوری شده‌اند.

اساس این روش بر مبنای تغییر ضرائب است به طوری‌که مجموع مربعات خطاهای اطلاعات نسبت به منحنی حاصل حداقل شود. روش لونیبرگ جمع مربعات خطاها را در نظر گرفته و با حداقل کردن آنها بهترین متغیر را ارائه می‌کند. روش حداقل کردن به این صورت است که ابتدا برای هر متغیر مقداری در نظر گرفته می‌شود و سپس با تغییر این ضرائب به حداقل جمع مربعات خطاها می‌رسیم. در صورتی‌که  $R^2=1$  باشد خطای حاصل صفر خواهد بود [۱۹].

جدول ۲- نتایج حاصل از تئوری اگدن برای اطلاعات آزمایشگاهی

لایه بیرونی	لایه میانی	لایه درونی	
$\alpha_2=148/4$	$\alpha_2=459/6$	$\alpha_2=40/35$	راستای طولی
$\mu_2=48/23$	$\mu_2=19/76$	$\mu_2=27/81$	
$R^2=0/9976$	$R^2=0/9898$	$R^2=0/9949$	
$\alpha_2=502/7$	$\alpha_2=662/2$	$\alpha_2=26/25$	راستای محیطی
$\mu_2=33/75$	$\mu_2=26/15$	$\mu_2=58/51$	
$R^2=0/9891$	$R^2=0/993$	$R^2=0/9975$	

<sup>24</sup> Standard nonlinear Levenberg-Marquardt algorithm

<sup>25</sup> Mathematical Laboratory

## ۵- بحث و نتیجه گیری

یکی از اهداف مهم مکانیک جامدات قلب و عروق، تعیین خواص مکانیکی رگ تحت بارگذاری‌های مختلف و در شرایطی است که لایه درونی شامل رسوبات کلسترولی نباشد. به خصوص در افراد مسن، که دیواره رگی آنها غیریکنواخت و ناهمگن می‌شود [۱]. بنابراین نیاز است قوانین بنیادین مکانیک در بهتر توصیف کردن این بافت استفاده شود. به ویژه در مورد رگ کروناری که از نظر بالینی و نیز برای صنایع تولیدی نظیر تولید استنت اهمیت زیادی دارد.

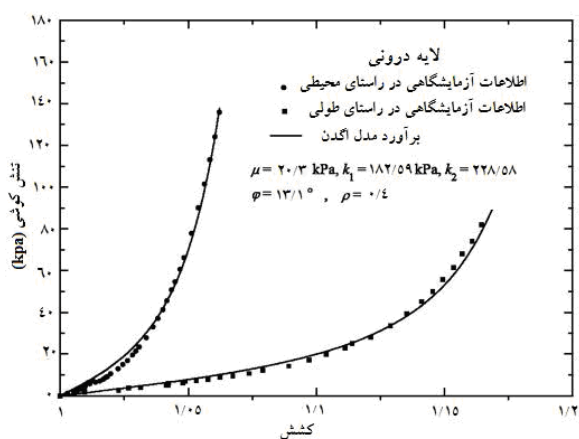
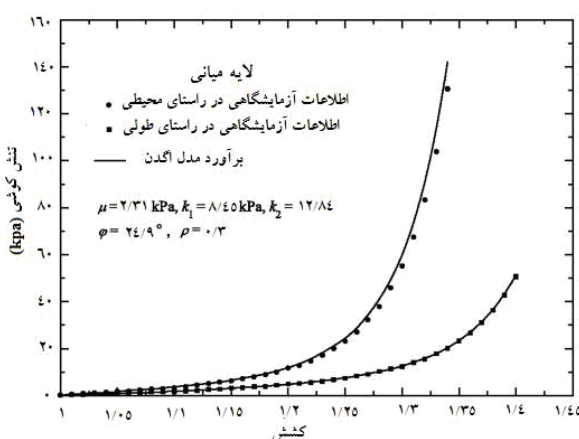
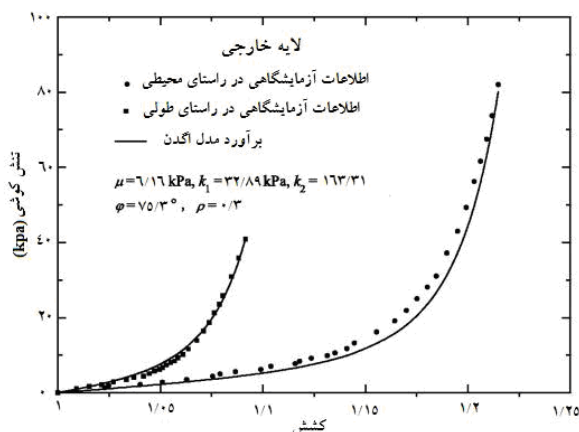
همان‌طور که پیش از این ذکر شد، هدف این مطالعه یافتن یک مدل ریاضی است که با استفاده از آن بتوان این خواص را پیش‌بینی کرد. همچنین مدل هایپرلاستیک آگدن برای دستیابی به این هدف استفاده شده است. نتایج این مدل در جدول ۲ مشاهده می‌شود، که در آن  $\mu_1$  و  $\alpha_1$  بیانگر رفتار مکانیکی رگ مورد نظر است.

با اعمال اطلاعات تجربی بر تئوری آگدن و بهینه‌سازی پارامترها با استفاده از روش لوبنبرگ و به‌دست آوردن آنها و همچنین ترسیم نمودارهای مربوطه (شکل‌های ۱ تا ۳)، مشاهده می‌شود که تئوری آگدن برای هر ۳ لایه و همچنین هر ۳ جهت با اطلاعات تجربی مطابقت مطلوبی دارد.

شکل ۷ بیانگر مدل هولتز-اپفل با استفاده از اطلاعات استفاده شده در این مقاله است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، شکل‌های ۱ تا ۳ نشان می‌دهند مدل آگدن نیز با توجه به خطای به‌دست آمده، همپوشانی خوبی داشته است.

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود تمام  $R^2$ ها به عدد یک نزدیک هستند. بنابراین خطای به دست آمده بسیار مناسب است.

با بررسی شکل‌های ۱ تا ۳ مشاهده می‌شود که قسمتی از این نمودارها خواص خطی زیادی از خود نشان می‌دهند. در شکل ۱ مشاهده می‌شود که برای کشش‌های بیشتر از ۱/۱۷ در راستای محیطی و همچنین برای کشش‌های بزرگتر از ۱/۰۶ در راستای طولی لایه خارجی را می‌توان خطی فرض کرد. همچنین لایه درونی در راستای محیطی و برای کشش‌های بزرگتر از ۱/۰۴ این خاصیت را داراست.



شکل ۷- مدل هولتز اپفل و اطلاعات آزمایشگاهی [۱]

با توجه به شکل‌های ۴ تا ۶ و همچنین استناد به جمله هولتز اپفل مبنی بر اینکه لایه درونی در راستای محیطی سخت‌ترین لایه است [۱] و همچنین رجوع به جدول ۲ می‌توان دریافت که لایه درونی در راستای محیطی بیشترین مقدار  $\mu_1$  و کمترین مقدار  $\alpha_1$  را داراست. از طرفی با در نظر گرفتن نسبت  $\mu_1$  به  $\alpha_1$  در جدول ۲ و همچنین شکل‌های مذکور می‌توان دریافت که هر چه این نسبت بیشتر باشد سختی بیشتر می‌شود. شایان ذکر است در مدل آگدن این



- nonatherosclerotic intimal thickening and related constitutive modeling. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 2005; 289: 2048-2058.
- [2] Lu X., Pandit A., and Kassab G.S., Biaxial incremental homeostatic elastic moduli of coronary artery: two-layer model. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 2004; 287: 1663-1669.
- [3] Patel D.J. and Janicki J.S., Static elastic properties of the left coronary circumflex artery and the common carotid artery in dogs. *Circ Res*, 1970; 27: 149-158.
- [4] Lu X., Yang J., Zhao J.B., Gregersen H., and Kassab G.S. Shear modulus of porcine coronary artery: contributions of media and adventitia. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 2003; 285: 1966-1975.
- [5] Vito R.P. and Demiray H. A two-layered model for arterial wall mechanics. *Proc 35th Annu Conf Eng Med Biol*, September 1982.
- [6] Kang T., Resar J., and Humphrey J.D. Heat-induced changes in the mechanical behavior of passive coronary arteries. *J Biomech Eng*, 1995; 117: 86-93.
- [7] Gow B.S., Schonfeld D., and Patel D.J. The dynamic elastic properties of the canine left circumflex coronary artery. *J Biomech*, 1974; 7: 389-395.
- [8] Bund S.J., Oldham A.A., and Heagerty AM. Mechanical properties of porcine small coronary arteries in one-kidney, one-clip hypertension. *J Vasc Res*, 1996; 33: 175-180.
- [9] Velican C. and Velican D. Study of coronary intimal thickening. *Atherosclerosis*, 1985; 56: 331-344.
- [10] Schulze-Bauer C.A.J. and Holzapfel G.A. Determination of constitutive equations for human arteries from clinical data. *J Biomech*, 2003; 36: 185-169.
- [11] Born G.V.R. and Richardson P.D. Mechanical properties of human atherosclerotic lesions. In: *Pathology of Human Atherosclerotic Plaques*, edited by Glagov S., Newman W.P., and Schaffer S.A. New York: Springer-Verlag, 1990, 413-423.
- [12] Carmines D.V., McElhaney J.H., and Stack R., A piecewise non-linear elastic stress expression of human and pig coronary arteries tested in vitro. *J Biomech*, 1991; 24: 899-906.
- [13] Gow B.S. and Hadfield C.D. The elasticity of canine and human coronary arteries with reference to postmortem changes. *Circ Res*, 1979; 45: 588-594.
- [14] Hayashi K., Igarashi Y., and Takamizawa K., Mechanical properties and hemodynamics in coronary arteries. In: *New Approaches in Cardiac Mechanics*, edited by Kitamura K, Abè H, and Sagawa K. Tokyo: Gordon and Breach, 1986, 285-294.
- [15] Ozolanta I., Teter G., Purinya B., and Kasyanov V. Changes in the mechanical properties, biochemical contents and wall structure of the human coronary arteries with age and sex. *Med Eng Phys*, 1998; 20: 523-533.
- [16] Richardson P.D. and Keeny S.M. (Editors). *Anisotropy of Human Coronary Artery Intima*. Worcester, MA: Worcester Polytechnic Institute, 1989, 205-206.
- [17] Richardson P.D. and Keeny S.M. (Editors). *Anisotropy of Human Coronary Artery Intima*. Worcester, MA: Worcester Polytechnic Institute, 1989, p. 205-206.
- [18] ABAQUS. User Manual, Version 6.5. Hibbit and Sorensen, Inc.: Providence, RI, 2004.
- [19] Wikipedia, (2009), Levenberg-Marquardt algorithm, [http://en.wikipedia.org/wiki/Levenberg-Marquardt\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Levenberg%E2%80%93Marquardt_algorithm).

مقادیر به ازای  $N=1$  به دست آمده است. در مرجع [۱۸] ذکر شده است که با بالا بردن مقادیر  $N$  مقدار خطای به دست آمده کمتر شده و منحنی تطبیق بهتری پیدا خواهد کرد، اما موجب محدودیت‌هایی برای اندازه‌گیری اطلاعات خواهد شد. زیرا تعداد پارامترهای بیانگر خواص مکانیکی افزایش می‌یابد و در این صورت تعداد آزمایش‌ها باید بیشتر شود.

با توجه به اینکه نتایج به دست آمده از مدل آگدن به ازای  $N=1$  در همپوشانی با اطلاعات آزمایشگاهی هولتز اپفل خطای کم و قابل قبولی را ارائه می‌دهد (جدول ۲) و همچنین با توجه به شکل ۷ که بیانگر نتایج مدل هولتز اپفل با استفاده از اطلاعاتی مشابه با آنچه که برای مدل آگدن استفاده شد، است و این مدل هم نتایج قابل قبولی را ارائه داده است، ضروری است که به تفاوت‌های این دو مدل با یکدیگر پرداخته شود.

مدل آگدن به ازای  $N=1$  دارای ۳ پارامتر است (معادله ۳) که با فرض تراکم‌پذیری به ۲ پارامتر تقلیل خواهد یافت ولی مدل هولتز اپفل (معادله ۴) دارای ۵ پارامتر مستقل از یکدیگر است. بنابراین به نظر می‌رسد که با این اطلاعات و با توجه به دو پارامتری بودن مدل آگدن این مدل مناسب باشد.

علاوه بر این، با بررسی نتایج به دست آمده به نظر می‌رسد در نظر گرفتن ۲ راستا برای هر لایه به صورت جداگانه، برای توصیف خواص مکانیکی هر لایه از رگ کروناری بهترین روش برای مدل کردن آن نباشد. از طرفی رفتار غیرخطی و ناهمگن برای تمام لایه‌ها در تغییرشکل‌های کوچک مشاهده می‌شود [۱].

بنابراین پیش‌بینی می‌شود روشی که بتواند رگ را به عنوان یک ماده ناهمگن مدل کند نتیجه بهتری در برداشته باشد. بنابراین چنانچه بخواهیم برای هر لایه فقط یک مدل بیان کنیم که هر دو راستا را پوشش دهد به بهینه کردن همزمان متغیرها نیاز است که در این صورت هر چه تعداد متغیرها کمتر باشد بهینه‌سازی آسان‌تر صورت می‌پذیرد.

## مراجع

- [1] Holzapfel G.A., Sommer G Ch.T., Gasser, and Regitnig P., Determination of layer-specific mechanical properties of human coronary arteries with