

## How Does CNS Address the Kinetic Redundancy in Lumbar Spine? Three Dimensional Isometric Exertions with 18 Hill Muscle Fascicles at L<sub>4</sub>/L<sub>5</sub> Level of Lumbar Region

E. Rashedi <sup>1\*</sup>, M.R. Nassajian <sup>2</sup>, B. Nasseroleslami <sup>3</sup>, M. Parnianpour <sup>4,5</sup>

<sup>1</sup> PhD Candidate, Mechanical Engineering School, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

<sup>2</sup> M.Sc student, School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran,  
nassajian@mech.sharif.edu

<sup>3</sup> PhD Candidate, Bioengineering Unit, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK,  
bahman.nasseroleslami@strath.ac.uk

<sup>4</sup> Associate Professor, Mechanical Engineering School, Sharif University of Technology, Tehran, Iran,  
parnianpour@sharif.edu

<sup>5</sup> Professor, Department of Information and Industrial Engineering, Hanyang University, Ansan, Gyeonggi-do, Rep. of Korea, mohamad@hanyang.ac.kr

### Abstract

Human motor system is organized for execution of various motor tasks in different and flexible ways. This is mainly achieved by the way that CNS uses the redundancy in musculoskeletal system. The kinetic redundancy in human musculoskeletal systems is a significant property by which CNS achieves many complementary goals. Following the definition and role of uncontrolled manifold for movement kinematics, the kinetic redundancy concept is explored in mathematical terms. The null space of the kinetically redundant system when certain joint Moment and/or Stiffness are needed is derived and discussed. The mathematical methods have already been developed and applied to a simpler planar model. However in this paper, the aforementioned concepts were illustrated, using a 3-dimensional 3-degree of the freedom biomechanical model of spine with 18 anatomically oriented Hill-type-model muscle fascicles. The results can shed light to the interaction mechanisms in activation patterns of muscles, seen in various tasks and exertions and can provide a significant understanding for future studies and clinical practices related to low back disorders.

**Keywords:** Redundancy; Central nervous system; Null space; Lumbar region; Musculoskeletal system

\* Corresponding author

Address: Ehsan Rashedi, Mechanical Engineering School, Sharif University of Technology, PO box: 11365-9567; Tehran, Iran

Tel: +98 21 66165559, +98 21 66581505

Fax: +98 21 66100021

E-mail: rashedi@mech.sharif.edu

## سیستم اعصاب مرکزی چگونه مسئله نامعینی را در ناحیه کمری حل می‌کند؟ مدل‌سازی ۱۸ عضله‌ای تمرین ایزومتریک در سطح مهره ۵/L۷ ناحیه کمری بر اساس مدل هیل

احسان راشدی<sup>۱\*</sup>، محمدرضا نساجیان<sup>۲</sup>، بهمن ناصرالاسلامی<sup>۳</sup>، محمد پرنیانپور<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران nassajian@mech.sharif.edu

<sup>۳</sup> دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی زیست، دانشگاه استرانکلاید، گلاسکو، اسکاتلند، انگلستان bahman.nasserolslami@strath.ac.uk

<sup>۴</sup> استاد مدھو دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران parianpour@sharif.edu

<sup>\*</sup> استاد دانشکده اطلاعات و مهندسی صنایع، دانشگاه هانیانگ، آنسان، جیانگیزو، جمهوری کره mohamad@hanyang.ac.kr

### چکیده

سیستم حرکتی انسان برای اجرای اجرای وظایف حرکتی مختلف از راههای گوناگون و قابل انعطافی سازماندهی شده است. این موضوع اساساً به وسیله راههایی انجام می‌شود که سیستم اعصاب مرکزی برای حل مسئله نامعینی در سیستم اسکلتی عضلانی به کار می‌گیرد. در واقع، نامعینی سیستمیکی در سیستم اسکلتی عضلانی انسان یک خصوصیت برجسته است که به وسیله آن سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند به اهداف بسیاری دست پیدا کند. در این مطالعه ضمن ارائه تعاریف و بیان نقش مانیفولد کترول نشده برای مینماتیک حرکت، مفهوم نامعینی سیستمیکی با روابط ریاضی بیان می‌شود. فضای بوج سیستم با نامعینی سیستمیکی هنگامی که گشتاور و یا سختی مشخصی نیاز است، استخراج و روی آن بحث می‌گردد. ابتدا روابط ریاضی برای یک مدل صفحه‌ای ساده‌تر استخراج شد؛ در این مدل مقایم مذکور با استفاده از یک مدل بیومکانیکی سبعدهی ۳ درجه آزادی مشخص و سپس روی یک مدل آناتومیکی هیل با ۱۸ عضله اعمال شده است. نتایج بدست آمده می‌تواند به سازوکارهای مختلف الگوی فعال‌سازی عضلات برای وظایف و اعمال نیروهای گوناگون اشاره کند و نیز می‌تواند درک قابل توجهی برای مطالعات بعدی و تمرین‌های بالینی در رابطه با اختلالات کمری ایجاد نماید.

واژه‌های کلیدی: نامعینی؛ سیستم اعصاب مرکزی؛ فضای بوج؛ ناحیه کمری؛ سیستم اسکلتی عضلانی

\*مهندسر مکاتبات:

نشانی: تهران، خیابان آزادی، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، تهران، ایران، صندوق پستی: ۱۱۳۹۵-۹۵۶۷

تلفن: ۰۱۰۰۰۵۰۵۸۱۵۰۵، فاکس: ۰۱۰۰۰۲۱، پام نگار: rashedi@mech.sharif.edu

## ۱- مقدمه

من شوند (م بین معنای که جگونه نیروهای داخلی عضلات باید مقداردهی شوند تا گشتاورهای خارجی شرایط تعادل را ارضاء ننمایند) [۷]

در عمل، متغیرها و ملاحظات بیشتری در رابطه با هر عمل موجود است، مانند دقت لازم، سختی و انتظام مورد نیاز با خستگی عضلانی [۸]

در این مقاله توصیف جامع ریاضی برای کنترل همزمان نیرو و سختی برای یک مفصل شرح داده خواهد شد و ملاحظات لازم در مورد متغیرهای کنترل شده و کنترل نشده بیومکانیکی مورد بحث قرار خواهد گرفت. بعد از توضیع مقدماتی برای عمل یک عضله منفرد بر حسب فعالیتهای عضلات آگونیست<sup>۱</sup>، تولید نیرو و فرمول بندی سختی برای کمر استخراج خواهد شد. حل سیستم معادلات نامعین از طریق بهینه‌سازی و مانیفولد<sup>۲</sup> کنترل نشده بدست آمده، و مفهوم نامعین بوسیله فضای پوچ سیستم معادلات توضیع داده خواهد شد. حل یک مدل ساده کمر به عنوان یک مثال برای روشن شدن سه استراتژی مختلف استفاده شده و گشتاور تولید شده، سختی کمر و نیروهای عکس العمل مفاسد در موارد مختلف مقایسه خواهد شد.

## ۲- روش تحقیق

## ۲-۱- تعادل نیرو

برای یک مفصل ساده با مجموعه‌ای از عضلات آگونیست و آتناگونیست<sup>۳</sup>، ایجاد فعالیت مخالف می‌تواند به صورت کمی از طریق داده‌های تجربی و به صورت کمی از طریق آنالیزهای لازم در مدل‌های بیومکانیکی بدست آید. با وجود این، برای یک مفصل پیچیده با عضلات مختلف، حتی بیان نقش کمی فعالیت‌های عضلانی آگونیست یا آتناگونیست نیز دشوار است [۸] زیرا دیاگرام آزاد شامل تمام عضلات مربوط باید تحلیل شود تا روابط ریاضیاتی لازم برای برقراری شرایط تعادل بدست آیند. در ضمن همه خصوصیات فیزیولوژیکی و هندسی عضلات باید در نظر گرفته شوند (جدول ۱) [۹-۱۵]

به منظور محاسبه نیروها در مفاسد بین مهره‌ای در ستون فقرات برای جلوگیری از آسیب ناشی از اضافه بار، اندازه‌گیری نیروی موجود در عضلات ضروری است. با توجه به اینکه نیروهای عضلات در محیط زنده در دسترس نیستند استفاده از مدل‌های ریاضی بمنظور تخمین نیروی عضلات اجتناب ناپذیر است. مشکل اصلی، یافتن نحوه فعالیت عضلات مختلف در برقراری تعادل در ستون فقرات است که به دلیل نامعین ناشی از فراولنی عضلات موجود اتفاق می‌افتد. بمنظور حل این مشکل از سه روش عده برای حل مسئله معروف نامعین استفاده می‌شده است. این روش‌ها عبارت‌اند از: بهینه‌سازی [۱، ۲]<sup>۴</sup>، مدل‌های EMG<sup>۵</sup> [۳] و مدل‌های تلقیقی از دو روش اخیر [۶]

در کار گروه پومرو<sup>۶</sup>، که روابط ریاضی استفاده شده در آن با تحقیق حاصل شده‌هایی دارد، از یک مدل عضلات تنه بر پایه فرضیه تحریک درونی عضله<sup>۷</sup> استفاده شده است. در این مدل، ضمن جلوگیری از اعمال اضافه بار بر ستون فقرات، بار موجود بر روی ستون فقرات در محدوده نیروی قابل تحمل برای مفاسد بین مهره‌ای قابل می‌گیرد. در ضمن، این مدل هم‌فعالی<sup>۸</sup> عضله را نیز در نظر گرفته و توانسته است وضعیت‌های استاتیکی گوناگون عضلات را در مفاسد بین مهره‌ای مختلف و مقادیر متفاوت بار، شیمیازی کند. همچنین، بدون استفاده از مدل‌های EMG نیروهای عضلانی را در مقایسه با داده‌های EMG دقیق‌تر از سایر مدل‌ها تخمین بزنده است [۱۵]

نامعین‌های سبیکتی موجود در سیستم اسکلتی عضلانی بدل انسان مزایای بسیاری دارد زیرا سبب می‌شود سیستم اعصاب مرکزی برای به انجام رسانیدن یک عمل در خواست شده، امکان استفاده از روش‌های مختلفی داشته باشد [۱۶] از نقطه نظر محاسباتی این موضوع یک چالش ریاضیاتی است در ضمن این موضوع هنوز در حال بررسی است که جگونه این درجهات از ارادی اضافه برای انجام وظایفی خاص مدیریت

<sup>۱</sup> Electromyography  
<sup>۲</sup> Agonist

<sup>۳</sup> Porrero  
<sup>۴</sup> Manfold

<sup>۵</sup> Proprioception  
<sup>۶</sup> Antagonist

<sup>۷</sup> Coactivation

خطول ۱- مختصات ابتدا و انتهای عضلات (در سمت راست: R و در سمت چپ: L)، طول و سطح مقطع عضلات برای ۱۸ دسته عضله  
نوتیفی که عضلات در بودار Q قرار گرفته‌اند، از آن دو نت تعبیر مرکز

PCSA <sup>*</sup> (m <sup>2</sup> )	طول (mm)	موقعیت انتهای عضله			موقعیت ابتدای عضله			ردیف	عنده
		x (m)	y (m)	z (m)	v (mm)	w (mm)			
۰.۰۰۱۰	۰.۲۰۰	-۰.۷۰	-۰.۱۷۵	-۰.۰۹۵	-۰.۰۳۰	-۰.۱۲۴	-۰.۰۹۰	R-A-R	۱
۰.۰۰۱۰	۰.۱۶۰	-۰.۱۲۵	-۰.۱۲۵	-۰.۰۲۷	-۰.۱۳۰	-۰.۰۱۲	-۰.۰۳۰	EOL-R	۲
۰.۰۰۰۹	۰.۱۸۲	-۰.۱۰۵	-۰.۱۲۱	-۰.۰۳۱	-۰	-۰.۱۲۴	-۰.۰۹۶	EO2-R	۳
۰.۰۰۰۹	۰.۱۳۲	-۰.۰۷۰	-۰.۱۱۵	-۰.۰۰۶	-۰.۱۲۰	-۰.۰۲۱	-۰.۰۰۷	IOI-R	۴
۰.۰۰۰۸	۰.۱۱۵	-۰	-۰.۰۷۰	-۰.۰۰۹	-۰.۱۲۰	-۰.۰۰۷	-۰.۰۰۹	IO2-R	۵
۰.۰۰۱۱	۰.۱۸۱	-۰.۰۰۸۴	-۰.۲۱۶	-۰.۰۰۷۸	-۰.۰۰۸	-۰.۰۰۰۸	-۰.۰۰۰۸	IL-R	۶
۰.۰۰۱۷	۰.۱۷۱	-۰.۰۵۰	-۰.۲۵۶	-۰.۰۰۷۸	-۰.۰۳۳	-۰.۰۰۰۹	-۰.۰۰۰۹	LT-R	۷
۰.۰۰۰۷	۰.۲۰۲	-۰.۱۲۰	-۰.۲۹۵	-۰.۰۰۰۴	۰.۹۰	-۰.۰۲۱	-۰.۰۰۷۶	LD1-R	۸
۰.۰۰۰۷	۰.۲۰۳	-۰.۱۲۰	-۰.۲۹۵	-۰.۰۰۰۴	-۰.۰۳۰	-۰.۰۱۸	-۰.۰۰۵۰	LD2-R	۹
۰.۰۰۱۰	۰.۲۰۰	-۰.۰۰۷۰	-۰.۱۷۵	-۰.۰۰۹	-۰.۰۰۰۳	-۰.۰۱۲	-۰.۰۰۹۰	R-A-L	۱۰
۰.۰۰۱۰	۰.۱۶۰	-۰.۱۲۵	-۰.۱۲۵	-۰.۰۰۳۴	-۰.۱۳۰	-۰.۰۱۲	-۰.۰۳۰	EOL-L	۱۱
۰.۰۰۰۹	۰.۱۸۲	-۰.۰۱۰۵	-۰.۱۲۱	-۰.۰۳۱	-۰	-۰.۱۲۴	-۰.۰۹۶	EO2-L	۱۲
۰.۰۰۰۹	۰.۱۳۲	-۰.۰۰۷۰	-۰.۱۱۵	-۰.۰۰۵	-۰.۱۲۰	-۰.۰۲۱	-۰.۰۰۰۷	IOI-L	۱۳
۰.۰۰۰۸	۰.۱۱۵	-۰	-۰.۰۷۰	-۰.۰۰۹	-۰.۱۲۰	-۰.۰۰۱۲	-۰.۰۰۹۶	IO2-L	۱۴
۰.۰۰۱۱	۰.۱۸۱	-۰.۰۰۸۴	-۰.۲۱۶	-۰.۰۰۷۸	-۰.۰۰۸	-۰.۰۰۰۸	-۰.۰۰۰۸	IL-L	۱۵
۰.۰۰۱۷	۰.۱۷۱	-۰.۰۰۵۰	-۰.۲۵۶	-۰.۰۰۷۸	-۰.۰۳۳	-۰.۰۰۰۹	-۰.۰۰۰۹	LT-L	۱۶
۰.۰۰۰۷	۰.۲۰۲	-۰.۱۲۰	-۰.۲۹۵	-۰.۰۰۰۴	-۰.۰۳۰	-۰.۰۱۸	-۰.۰۰۵۰	LD1-L	۱۷
۰.۰۰۰۷	۰.۲۰۳	-۰.۱۲۰	-۰.۲۹۵	-۰.۰۰۰۴	-۰.۰۳۰	-۰.۰۱۸	-۰.۰۰۵۰	LD2-L	۱۸

\*Physiological Cross Sectional Area

LD: latissimus dorsi. LT: longissimus thoracicus. IL: iliocostalis lumborum. IO: inferior oblique. EO: external oblique. RA: rectus abdominis

$$f(l) = 5.1 - 29 \left( \frac{l}{l_0} + 56 \left( \frac{l}{l_0} \right)^2 - 41 \left( \frac{l}{l_0} \right)^3 + 10 \left( \frac{l}{l_0} \right)^4 \right) \quad (2)$$

$$f_r(l) = \exp \left( -10.671 + 7.675 \frac{l}{l_0} \right) \quad (3)$$

در این معادلات  $\alpha$  سطح فعالیت عضلات و  $\sigma_{max}$  حداقل استرس قابل قبول عضله است که مقنار آن در ادبیات بین ۳۵۰ تا ۱۰۰۰ kPa گزارش شده است [۲]. در این مطالعه مقدار حداقل استرس عضله ۵۵ kPa در نظر گرفته شده است.

با استفاده از این داده‌ها برای  $m$  عضله در مدل، معادله تعادل زیر استخراج می‌شود.

$$\Delta_{\text{sum}} = b_m \quad (4)$$

در معادله (۴) برای عضله  $i$  ام رابطه (۵) برقرار است:

برای شرح سیستم مختصات کمر قراردادهایی به وسیله جامعه بین‌المللی بیومکانیک پیشنهاد شده است [۱۰]. محور  $z$  خطی است که از مراکز صفحات انتهایی بالایی و پایینی مهده من گذرد و در جهت سر قرار می‌گیرد. محور  $x$  خطی است همود بر صفحه ساجیتال که جهت آن به سمت راست است و در نهایت محور  $y$  خطی است عمود بر دو محور  $x$  و  $z$  که در جهت قدامی قرار گرفته است. مدل برای مطالعه تلاش‌های ایزومنتریک<sup>۱</sup> در موقعیت ایستادن قائم ارائه می‌شود. حال با در نظر گرفتن روابط طول-نیرو و سرعت-نیرو و نیز نیروی غیرفعال<sup>۲</sup> عضلات، روابط زیر معادلات لازم برای نیروی عضلات را بیان می‌کنند [۱۲، ۱۱، ۳، ۲]:

$$\frac{f}{f_{max}} = \alpha f(l) f(l) + f_m(l), \quad f_m = \sigma_m PCSA \quad (5)$$

<sup>1</sup>Isometric

<sup>2</sup>Passive

سطر و ۱۸ ستون را شامل می‌شود. هر سطر  $\mathbf{A}_i$ ، نمایندهٔ حداکثر توزیع عضلات برای ایجاد یک مؤلفه خاص گشتاور است و هر ستون، نشان‌دهندهٔ حداکثر گشتاورهایی است که عضلهٔ می‌تواند تولید کند.

برای این مدل بردارهای حداکثر قابلیت تولید گشتاور برای هر عضله در شکل ۱-الف نشان داده شده است. تصویر این بردارها در صفحهٔ چرخش محوری<sup>۱۱</sup> بر حسب خمث جانبی<sup>۱۲</sup>، صفحهٔ خمث رو به جلو<sup>۱۳</sup> بر حسب خمث جانبی و صفحهٔ خمث رو به جلو بر حسب چرخش محوری، به ترتیب در شکل‌های ۱-ب؛ ۱-ج و ۱-د نشان داده شده است.

### ۳-۲-فضای پوج و قیدهای فیزیولوژیکی

روش بهینه‌سازی بالا مجموعه‌ای از سطح فعالیت عضلات را به ما می‌دهد. ممکن است هدف سیستم اعصاب مرکزی این باشد که با ثابت نگهداشتن مقدار گشتاور، الگوی سطح فعال‌سازی عضلات را تغییر دهد تا از خستگی عضلات جلوگیری کند، اگرچه، این حالت ممکن است منجر به مقادیر بالاتری ازتابع هدف گردد [۱۷].

به عبارت دیگر، نامعینی اجازه طرح این سؤال را می‌دهد که: چه تغییراتی در سطح فعالیت عضلات می‌تواند ایجاد شود، در حالیکه گشتاور تغییر نیابد؟ این مطلب می‌تواند به مفهوم "فضای پوج" اشاره کند. مانیفولد کنترل نشده ساخته شده به وسیلهٔ بردارهای پایه، می‌تواند بدون اینکه تغییری در گشتاورهای خارجی ایجاد کند، تغییر در سطح فعال‌سازی عضلات را اجازه دهد.

فضای پوج فقط به خصوصیات فیزیکی مدل که در  $\mathbf{A}$  آمده است بستگی دارد. برای تعیین مانیفولد کنترل نشده نیاز است مجموعهٔ معادلات زیر را حل کنیم [۱۸].

$$\mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (11)$$

این مجموعه از معادلات خطی همگن می‌تواند به صورت معادلهٔ ماتریس و بردار لحاظ شود.  $\mathbf{y}$  می‌تواند به عنوان بردار منفرد راست<sup>۱۴</sup> متناظر با یک مقدار منفرد صفر در نظر گرفته شود. یک عدد نامنفی حقیقی  $\lambda$  یک مقدار منفرد برای  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}_i = \sum_{j=1}^{18} f(j) (\mathbf{f}(j)) (\mathbf{r}^j \times \mathbf{r}^j), \quad i=1,2,\dots,18 \quad (5)$$

که در رابطهٔ فوق  $f(j) = \sigma_{PCS4_j}$  و  $PCS4_j$  سطح مقطع فیزیولوژیک عضلهٔ هستند.  $(\mathbf{r}^j, \mathbf{r}^j) = \mathbf{b}_j$  بازوهای گشتاوری و  $|F^j| = F^j / F^0 = \alpha_j$  مؤلفه‌های واحد نیروی عضله‌ی هستند.  $\alpha_j$  سطح فعالیت عضلهٔ آن و  $\mathbf{b}_j$  برابر با:

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{external} - \mathbf{b}_{passive} \quad (6)$$

$\mathbf{b}_{external}$  گشتاور خارجی در هریک از جهت‌های  $x$  و  $z$  است و  $\mathbf{b}_{passive}$  گشتاور ایجاد شده به وسیلهٔ بخش غیرفعال و نیروی عضله‌ی است

$$\mathbf{b} = \sum_{j=1}^{18} f(j) (\mathbf{r}^j \times \mathbf{r}^j) \quad (7)$$

برای این مدل ۱۸ قییر عضله‌ی استفاده شده است، بنابراین در مدل مورد بحث،  $m=18$  و معادلهٔ (۴) به شکل

$$\mathbf{A}_{m \times 18} \mathbf{q}_{18 \times 1} = \mathbf{b}_{18 \times 1} \quad (8)$$

این مدل قادر نیست نگاشت گشتاورهای مورد نیاز را طی اعمال نیروهای عمومی سه بعدی حل کند، اما برای سادگی فقط اعمال نیروهای ایزومنتریک در نظر گرفته شده‌اند (همان‌طور که در مطالعات دیگر این ملاحظه به کار گرفته شده است [۱۶-۱۳]).

### ۲-۲-روش بهینه‌سازی

برای یافتن سطح فعالیت عضلات در رابطهٔ (۷) برای یک گشتاور خاص، روش بهینه‌سازی برای حداقل کردن  $\mathbf{r}^T \mathbf{r}$  فعالیت عضلات استفاده شده است. تابع هدف در رابطهٔ (۹) آورده شده است.

$$f(\mathbf{q}) = \min \left( \sum_{i=1}^{18} \alpha_i^2 \right) \quad (9)$$

این تابع هدف بر قیدهای زیر اعمال شده است:

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{b}, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad i=1,\dots,18 \quad (10)$$

سطوح فعال‌سازی به وسیلهٔ گشتاور مورد نظر تعیین می‌شود، و مقادیر آنها بین ۰ و ۱ محدود شده است.

$\mathbf{A}$  ماتریسی است که بر مبنای هندسه و فیزیولوژی عضلات در جدول مفصل  $M_{18 \times 18}$  محاسبه شده است، که ۳

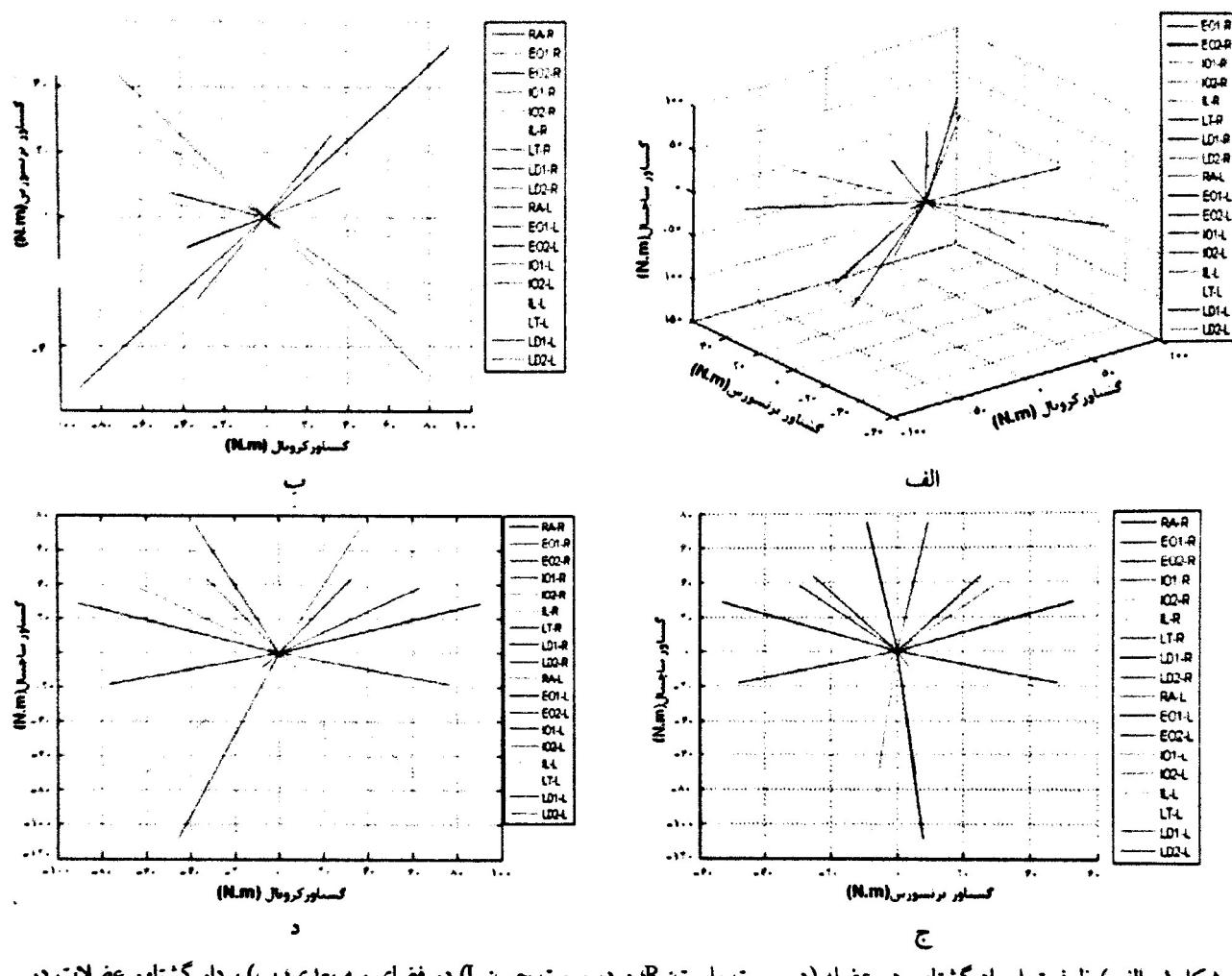
<sup>10</sup>Norm

<sup>11</sup>Right singular vector

<sup>12</sup>Axial rotation

<sup>13</sup>Lateral bending

<sup>14</sup>Forward bending



شکل ۱- (الف) ظرفیت ایجاد گشتاور هر عضله (در سمت راست: R و در سمت چپ: L) در فضای سه بعدی؛ (ب) بردار گشتاور عضلات در صفحه چرخش محوری بر حسب خمث جانبی؛ (ج) بردار گشتاور عضلات در صفحه خمث رو به جلو بر حسب خمث جانبی؛ (د) تصویر بردار گشتاور عضلات در صفحه خمث رو به جلو بر حسب چرخش محوری

دو زیر فضا در فضای سطح فعالیت عضلات وجود دارند که بردارهای یکه<sup>۱۶</sup> هر دو در  $\mathbb{U}$  نمایش داده می‌شوند: فضای پوج و فضای عمود براین فضا. حرکت در راستای بردارهای یکه فضای پوج، تغییری در مقدار گشتاور ایجاد نمی‌کند؛ در حالی که حرکت در راستای بردارهای عمود بر فضای پوج، سبب تغییرات مؤثر در مقدار گشتاور خارجی می‌شود.

درجه نامعینی سیستم برابر با تعداد بردارها در فضای پوج است. در اینجا چون سه معادله و ۱۸ مجھول وجود دارد، بنابراین درجه نامعینی برابر ۱۵ خواهد بود و در نتیجه ۱۵ بردار یکه در فضای پوج خواهیم داشت. هر یک از این بردارها در فضای پوج یک جهت کلیدی برای نامعینی مذکور

است اگر و فقط اگر، بردارهایی با اندازه واحد  $\mathbb{U}$  و  $\mathbb{V}$  موجود باشند به طوری که:

$$\mathbf{A}\mathbb{U} = \mathbb{U}\mathbb{U} \quad (12)$$

بردارهای  $\mathbb{U}$  و  $\mathbb{V}$  بردارهای منفرد چپ و راست برای  $\mathbb{A}$  نامیده می‌شوند.

با استفاده از روش تجزیه مقدار منفرد<sup>۱۵</sup> برای ایجاد فضای پوج، ماتریس  $\mathbb{A}$  طبق رابطه (۱۳) به سه ماتریس تجزیه خواهد شد.

$$\mathbf{A} = \mathbf{S}_{3 \times 18} \mathbf{V}_{18 \times 18}^T \mathbf{U}_{18 \times 18} \quad (13)$$

مولفه‌های قطری  $\mathbb{S}$  لزوماً با مقادیر منفرد  $\mathbb{A}$  برابر خواهند بود و ستون‌های  $\mathbb{U}$  و  $\mathbb{V}$  بردارهای منفرد راست و چپ برای مقادیر منفرد در ستون‌های متناظر در  $\mathbb{S}$  خواهند بود.

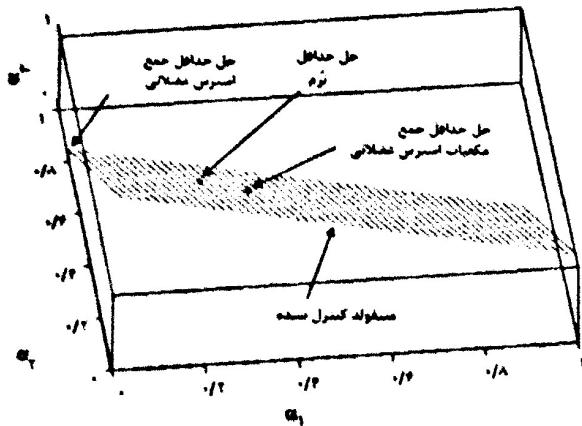
<sup>۱۵</sup>Singular value decomposition

<sup>۱۶</sup>Unit vector

فعالسازی عضلات در جهت فضای مثبت را بدون تغییر گشتاور خارجی در پی خواهد داشت. برای روشن تر شدن این مفهوم، مانیفولد کنترل نشده در شکل ۲ نمایش داده شده است. فرض کنید که مدل فقط شامل سه عضله اول برای تولید گشتاور حول سطح مهره  $L_{\text{flex}}$  است (جدول ۱). هدف سیستم اعصاب مرکزی رسیدن به گشتاور فلکسیون<sup>۱۷</sup>  $-80 \text{ N.m}$  در جهت  $\alpha$  است. بنابراین، در این مورد فقط یک معادله تعادل و سه مجہول وجود خواهد داشت (رابطه ۱۵).

$$\mathbf{A}_{1,2,3} = -80 \text{ N.m} \quad (15)$$

شکل ۲ حل های مختلف بهینه را که روی سطح مانیفولد کنترل نشده قرار می گیرند، نمایش می دهد. این شکل نشان می دهد که انتخاب حل بهینه  $\alpha^*$  در ساختن مانیفولد کنترل نشده اثری ندارد. در این مثال سه تابع هدف برای بهینه سازی استفاده شده که شامل حداقل جمع استرس عضلات، حداقل نرم و حداقل جمع مکعبات استرس عضلات بوده است. به طور خلاصه می توان گفت که نقاط روی این سطح تمام بی نهایت حل موجودند که سطح فعالسازی عضلات را مثبت نگه می دارند. هر نقطه غیرواقع روی این صفحه، شرایط تعادل را برقرار نخواهد کرد.



شکل ۲- مانیفولد کنترل نشده و نتایج بهینه سازی برای سه تابع هدف: حداقل نرم، حداقل جمع استرس عضلات و حداقل جمع مکعبات استرس عضلات. در این مثال، سه عضله عمل کننده روی یک مفصل، مدل شده اند تا مفهوم به شکل دیداری قابل نمایش باشد. بنابراین ماتریس های موجود در اینجا ساختار  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  دارند.

در فضای فعالیت عضلات است. شایان ذکر است که ۳ ستون اول  $\mathbf{A}$  بردارهای یکه زیرفضای عمود بر فضای پوج را نشان داده و بقیه ستون های  $\mathbf{A}$ ، نماینده بردارهای یکه فضای پوج برای  $\alpha^*$  می باشد. البته باید در این مورد به موضوع دیگری نیز توجه کرد و آن اینکه، ممکن است مؤلفه های منفی در بعضی از بردارهای پایه فضای پوج وجود داشته باشد. که اضافه کردن هر ترکیبی از این بردارها به سطح فعالسازی عضلات، تغییری در مقدار گشتاور ایجاد نکند، اما باعث ایجاد فعالیت منفی برای بعضی عضلات شود، که البته این امر قابل قبول نیست. باید توجه داشت که استفاده از روش بهینه سازی، نفعه ای در فضای فعالیت ارائه می دهد، که تابع هدف را کمینه کرده و تعادل و قیدهای فیزیولوژیک را لرضا می کند (رابطه ۱۰). این نقطه در یک ابرمکعب<sup>۱۸</sup> بعدی خواهد بود که تمام فضای کاری را پوشش می دهد. در این صورت ۱۵ خط وجود دارد که از نقطه مورد نظر در جهت بردارهای یکه فضای پوج می گذرند. فقط قسمتی از این خطوط که داخل این ابرمکعب قرار دارند، می توانند جواب های قابل قبول ایجاد کند. در این صورت فعالیت جدید و مثبت برای عضلات ایجاد می کند، بدون اینکه سبب تغییر در مقدار گشتاور خارجی گردد. برای اعمال این مفهوم معادله خط زیر باید برقرار باشد:

$$\frac{x_i - \alpha_1}{\epsilon_{1,i}} = \frac{x_i - \alpha_2}{\epsilon_{2,i}} = \dots = \frac{x_i - \alpha_{15}}{\epsilon_{15,i}} = r, \quad i = 1\dots 18, j = 1\dots 15 \quad (14)$$

در معادله بالا  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{15}$  سطح فعالیت عضلات است که به وسیله روش بهینه سازی به دست می آید.  $\epsilon_{1,i}, \epsilon_{2,i}, \dots, \epsilon_{15,i}$  مؤلفه های دکارتی ۱۵ بردار فضای پوج،  $r$ ، است و  $x_1, x_2, \dots, x_{18}$  متغیرها در فضای سطح فعالسازی عضلات هستند. هدف پیدا کردن محدوده قابل قبول برای متغیر  $r$  است که با در نظر گرفتن محدود بودن متغیرهای مستقل ( $x_i$ ) در فاصله ۰ و ۱ بدست می آید. اگر چنین محدوده ای برای  $r$  وجود داشت، هر عدد ثابتی از این محدوده می تواند انتخاب و در  $r$  ضرب شده و به فعالیت عضلاتی که از بهینه سازی به دست آمده، اضافه شود. استفاده از همین روش برای بقیه بردارهای فضای پوج، تغییر سطح

<sup>17</sup> Hyper cube

<sup>18</sup> Flexion

زاویه مفصل است. فرض شده است که  $d_{m,3}$  ماتریس بازوی گشتاورهاست، که به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial l_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial l_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_3}{\partial \theta_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial l_m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial l_m}{\partial \theta_2} & \frac{\partial l_m}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

که در  $\underline{l}_i = \partial l_i / \partial \theta_i$ ،  $i = 1, 2, 3$  طول عضله و زاویه مفصلی متناظر است. بر طبق معادله برگمارک<sup>۲۰</sup>،  $k_{m,m} = q \cdot (f_m / l_m)$ ،  $k_{m,m}$  سختی اسکالار<sup>۲۱</sup> خطی برای عضله  $m$  است

$$(k_{m,m} = \partial F_m / \partial l_m)$$

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_{mm} \end{bmatrix} \quad (19)$$

برای بدست آوردن ماتریس سختی  $\underline{K}$  برای بدن به عنوان تابعی از سختی عضلات و هندسه:

$$K_{ij} = \frac{\partial M_i}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (\sum_m F_m d_{m,i})}{\partial \theta_j} \quad (20)$$

در این رابطه  $\underline{F}$  و  $\underline{d}$  اندیس‌هایی برای تشریح سختی در سیستم مختصات بدن هستند و  $m$  اندیسی برای عضله  $m$  است ( $F$  نیروی عضلانی است).

$$K_{ij} = \sum_m \left( \frac{\partial F_m}{\partial \theta_j} d_{m,i} + F_m \frac{\partial d_{m,i}}{\partial \theta_j} \right) \quad (21)$$

با فرض ناچیز بودن ترم‌های درجه دو  $\frac{\partial d_{m,i}}{\partial \theta_j}$ ، به

خصوص در حالت استاتیکی، داریم:

$$K_{ij} = \sum_m \left( \frac{\partial F_m}{\partial \theta_j} d_{m,i} \right) = \sum_m (k_{m,m} d_{m,i}) \quad (22)$$

با استفاده از ماتریس بالا،  $\underline{K}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\underline{K} = \underline{d}^T \underline{k} \underline{d} \quad (23)$$

به عنوان یک حالت ساده شده، فرض می‌شود که المان‌های قطعی  $\underline{K}$ ، المان‌های گنتر شده سختی باشد، که با  $\underline{\theta}$  در (۱۶) نشان داده شده است. این المان‌ها، عناصر غالب بر اساس پیکربندی عضلات در سیستم‌اند.  $\underline{\theta}$  به

خصوصیات مانیفولد کنترل نشده (جهت بردار عمود بر آن در فضا) فقط به ماتریس  $\underline{M}$  بستگی دارد. مقادیر مختلف گشتاور، این سطح را به بالا و پایین حرکت می‌دهد، اما بردار نرمال سطح مانیفولد کنترل نشده، بدون تغییر باقی می‌ماند.

## ۴-۲-سختی زاویه‌ای<sup>۱۹</sup>

این فرضیه که سختی عضلات می‌تواند به طور مؤثری به عنوان تابعی از نیروی عضلات و طول آنها تخمین زده شوند، در مطالعات پایداری کمر به خوبی نشان داده شده است [۱۹، ۲۰]. بر اساس بعضی از مطالعات سختی عضله با نیروی آن رابطه خطی دارد [۲۱، ۲۲]. یکی از روش‌ها برای کم کردن درجه نامعینی، اضافه کردن معادلات جدید به مجهولات (در این مورد  $\alpha$ ) سیستم اصلی معادلات است. این کار می‌تواند به وسیله اضافه کردن معادلات سختی مفصل به عنوان تابعی از سختی عضلات به مدل قبل باشد (معادله ۱۰). برای آماده‌سازی چنین معادلاتی، سختی زاویه‌ای مفصل استفاده شده است، تا به وسیله آن سه معادله اضافی ایجاد شود. در این حالت سیستم معادلات جدید در حالت کلی به شکل معادله (۱۶) در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_{3 \times m} \\ \underline{B}_{3 \times m} \end{bmatrix} \underline{a}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} \underline{b}_{3 \times 1} \\ \underline{\delta}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶) شش معادله و  $m$  مجهول وجود دارد. بنابراین، درجه نامعینی برابر  $(6 - m)$  خواهد بود. در مراجع مرتبط، این نوع فرمول‌بندی فقط برای تعادل همزمان نیرو و گشتاور استفاده شده است (اما نه برای سختی) [۲۳].

در معادله (۱۶)،  $\underline{a}$  سه‌تایی سختی مطلوب بر حسب نیوتون-متر بر رادیان است. در حالت کلی سختی زاویه‌ای به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_1}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial M_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial M_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial M_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$\underline{K}$ ، ماتریس سختی سیستم اسکلتی عضلانی سه درجه آزادی است، که در آن  $M_i = \partial M_i / \partial \theta_i$  و  $M_i$  گشتاور و

<sup>۱۹</sup>Angular Stiffness

<sup>۲۰</sup>Borgmäk's equation

<sup>۲۱</sup>Scalar

به عنوان یک حل، سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند فقط RA-L و RA-R را به کار گیرد تا چنین گشتاوری را تولید کند (شکل ۴-الف). با استفاده از روش بهینه‌سازی برای این حالت، سطح فعالیت‌های زیر برای عضلات در این مثال به دست می‌آید:

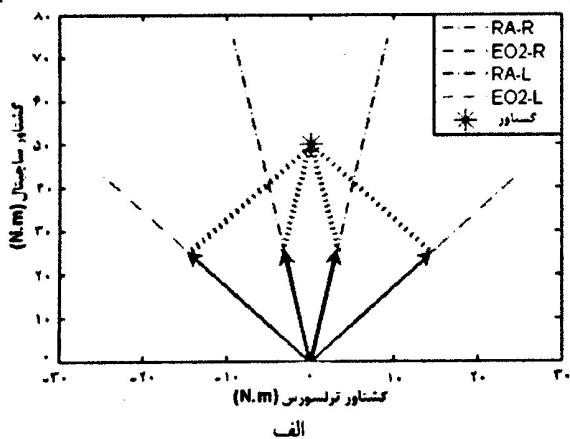
$$= [0.33 \quad 0 \quad 0]$$

از طرف دیگر سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند فقط EO2-L و EO2-R را برای ایجاد همین میزان گشتاور به کار گیرد (شکل ۴-الف). در این مورد سطح فعالیت لازم برابر است با:

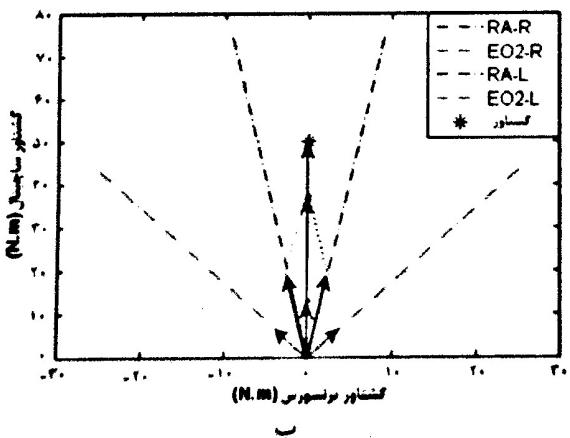
$$= [0 \quad 0 \quad 0.57 \quad 0 \quad 0]$$

حالت دیگر، استفاده از هر چهار عضله برای ایجاد گشتاور مذکور است که سطح فعالیت عضلانی لازم را به صورت زیر به دست می‌دهد (شکل ۴-ب):

$$= [0.18 \quad 0 \quad 0.26 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.18 \quad 0 \quad 0.26 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$



الف



ب

شکل ۴- حل‌های مختلف برای مقاومت ۵۰ N.m اکستانسیون به وسیله عضله (RA) و یا (EO) الف) دو حل مختلف برای ایجاد گشتاور مورد نظر؛ ب) یک حل دیگر برای ایجاد گشتاور مورد نظر با چهار عضله

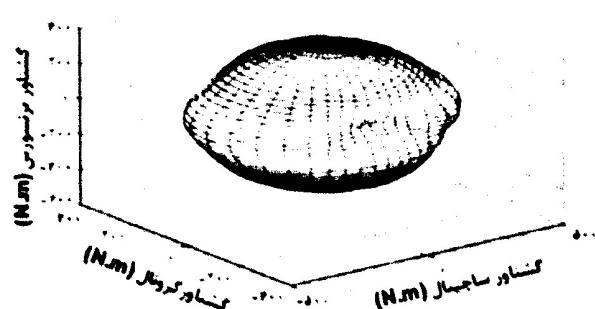
صورت رابطه (۲۴) نوشته می‌شود:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^n d_{ji}^2 \cdot k_j \quad (24)$$

که رابطه لازم برای  $B$  را در رابطه (۱۶)، هنگام ترکیب با روابط (۱) تا (۴) و رابطه برگمارک برای سختی، نتیجه می‌دهد. فرض می‌شود که  $q$  یک مقدار ثابت است و در این مطالعه، مقدار آن برابر ۸ در نظر گرفته شده است.

### ۳- شبیه‌سازی

همان‌گونه که در بالا توضیح داده شد، فضایی برای گشتاورها وجود دارد که با حداقل ظرفیت هر عضله برای تولید گشتاور محدود شده است (شکل ۳). هر نقطه خارج از این سطح غیر قابل قبول است، زیرا مستلزم مقدار فعال‌سازی بیشتر از ۱ برای عضله است و نقاط روی سطح نیز نشان‌دهنده حالتی است که حداقل فعالیت یک عضله به ۱ رسیده است. همه نقاط داخل سطح قابل قبول‌اند و با ترکیب‌های بسیاری از به کار گیری عضلات می‌توان گشتاور متناظر این نقطه را به وجود آورد. برای مثال، فرض کنید گشتاور خارجی معادل ۵۰ N.m اکستانسیون<sup>۲۲</sup> خالص در سطح مهره‌ای  $L_5/L_6$  داشته باشیم (معادل  $50^{\circ}$ ). همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، این گشتاور سه‌تایی در فضای ممکن عضلات است. قابل توجه است که انواع مختلفی از سطح فعالیت عضلات می‌توانند این گشتاور را ایجاد نمایند.



شکل ۳- فضای ممکن گشتاور برای عضلات در مدل که به عنوان محدودیت‌های مدل در تنظیمات بالینی مطرح است.

جدول ۲- سطح فعالیت عضلات که با روش بهینه‌سازی حداقل مربعات برای اعمال نیروهای خالص و ترکیبی به دست آمده است.

فعالیت عضلانی																$M_x$	$M_y$	$M_z$	نوع گشتاور
LDS-L	LDI-L	LT-L	IL-L	IO2-L	IO1-L	EO2-L	EO1-L	RA-L	LD2-R	LDI-R	LT-R	IL-R	IO2-R	IO1-R	EO2-R	EO1-R	RA-R		
+	+	+	+	+/-1	+	+/-1	+/-A	+/-B	+	+	+	+	+/-1	+	+/-A	+/-B	+/-C	R	
+/-1	+/-1	+/-1	+/-1	+	+/-3	+	+	+	+/-1	+/-1	+/-10	+/-10	+	+/-3	+	+	-50	+	F
+/-10	+/-1	+/-1	+/-1	+/-12	+/-12	+/-12	+/-18	+/-18	+/-4	+	+	+	+	+	+	+	+	50	LB
+	+	+/-2	+/-2	+	+	+/-1	+/-2	+/-2	+/-3	+/-3	+/-11	+/-6	+/-18	+/-5	+	+	+	50	AR
+	+	+	+	+/-2	+/-13	+/-10	+/-2	+/-2	+/-1	+	+/-9	+	+	+	+/-A	+	+/-12	50	E-LB
+/-2	+/-3	+/-5	+/-2	+/-2	+/-12	+/-2	+/-18	+	+/-1	+	+/-9	+	+	+	+	+	-50	F-LB	
+	+	+	+	+	+	+/-2	+/-2	+/-2	+/-1	+/-1	+	+	+/-11	+/-11	+	+	+/-13	50	E-AR
+	+	+/-1	+/-1	+	+	+/-12	+/-23	+	+/-5	+/-4	+/-12	+/-10	+/-14	+/-9	+	+	-50	F-AR	
+	+	+/-12	+/-13	+	+	+/-23	+/-18	+/-9	+/-3	+/-2	+/-6	+	+/-8	+/-2	+	+	50	LB-AR	
+	+	+	+	+	+	+/-20	+/-10	+/-26	+	+	+	+	+/-10	+/-12	+	+	+/-11	50	E-LB-AR
+	+/-1	+/-6	+/-23	+	+	+/-20	+/-16	+/-1	+/-4	+/-3	+/-19	+/-6	+/-4	+/-8	+/-28	+	-50	F-LB-AR	

\* گشتاور خمش جانبی،  $M_x$ - گشتاور چرخش محوری،  $M_y$ - گشتاور فلکسیون- اکستانسیون.

\*\* فلکسیون (F) اکستانسیون (E) خمش جانبی به سمت راست (LB) چرخش محوری چپ (AR).

یک سختی سه‌تایی تصادفی می‌تواند بر مبنای حداقل سختی زاویه‌ای مطلوب انتخاب شود:

$$\Phi = [1000 \quad 100 \quad 1000]^T N.m/rad$$

با معادل کردن همان گشتاور  $50 N.m$  اکستانسیون در مثال قبل و ثابت نگهداشتن سختی مورد نظر، بردار جدید برای سطح فعالیت عضلات با روش بهینه‌سازی حداقل نرم برابر خواهد بود با:

$$\Phi = [0.42 \quad 0 \quad 0.12 \quad 0.05 \quad 0.57 \quad 0.14 \quad 0.37 \quad 0.01 \quad 0.03 \quad 0.66 \quad 0.48 \quad 0.60 \quad 0 \quad 0.28 \quad 0.21 \quad 0.37 \quad 0 \quad 0]^T$$

با مقایسه این سطح فعالیت‌ها با سطر اول جدول ۲ می‌توان سطح فعالیت‌های اضافه به صورت هم‌فعالی یا فعالیت آتناگرنسیت را برای ایجاد سختی تعیین شده  $\Phi$  مشاهده کرد. با بدست آوردن فضای پوچ (15) و استفاده از همان روش برای پیدا کردن بازه ۱ از (1۳) بازه‌های ممکن برای ۱ (مقدار بالا و پایین بازه با (۱۱) و (۱۲) نشان داده می‌شود) برابر است با:

$$\Phi = [0 \quad 0 \quad -0.20 \quad -0.20 \quad 0 \quad 0]^T$$

این یک نتیجه معقول است و سختی زاویه‌ای سبب می‌شود که بردارهای ششم، هشتم و نهم فضای پوچ بتوانند سطح فعالیت عضله را بدون هیچ تغییری در گشتاور مورد نظر تغییر دهند (در ضمن، مثبت بودن سطح فعالیت‌ها نیز تضمین می‌شود). این مفهوم می‌تواند با مثال‌های زیر روش

با استفاده از روش بهینه‌سازی (10) برای گشتاورهای خالص و ترکیبی مختلف برای تمام ۱۸ عضله، حل بهینه حاصل می‌شود (جدول ۲). حل حداقل نرم برای معادل کردن  $50 N.m$  گشتاور اکستانسیون با بهکارگیری تمام عضلات مقادیر زیر را خواهد داد:

$$\Phi = [0.20 \quad 0.08 \quad 0.12 \quad 0 \quad 0.10 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.20 \quad 0.08 \quad 0.12 \quad 0 \quad 0.10 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

تعیین عملکرد آتناگرنسیت و یا مخالف عضلات در ضمن تمرین‌های مختلف نیازمند استدلال‌های تحلیلی جزئی تری است. این مطلب باید در جای دیگر بحث شود هرچند بحث‌های مقدماتی در این زمینه به وسیله پوتین<sup>۲۳</sup> و همکارانش [۲۴] ارائه شده است.

باید تأکید کنیم که هر چند حل حداقل نرم طبق تعریف، فعالیت عضلات مخالف را کمینه می‌کند، اما عضلات زیادی برای ایجاد عمل چرخش محوری در تمرین‌های پیجده درگیرند. هر حل دیگر برای سطوح فعالیت بالاتر، با همان ماتریس  $B$ ، باید از ترکیبی از فعالیت‌ها از فضای پوچ استفاده کرده باشد تا گشتاور ثابت بماند. اما این موضوع نیروی عکس العمل مفاصل و سختی آن را تغییر می‌دهد.

سخت مفصل باید به سیستم معادلات بالا اضافه شود. در این مدل، پیشنه سختی می‌تواند با ضرب ماتریس  $B$  در حداقل سطح فعالیت عضلات به دست آید:

$$\Phi_{\text{max}} = [2600 \quad 566 \quad 3828]^T N.m/rad$$

<sup>23</sup> Potvin

گشتاور اثر قابل ملاحظه‌ای می‌گذارد (شکل ۷-الف). اثر اعمالی روی نیروی عکس العمل مفصل با تغییر ۴ برای بعضی از بردارهای فضای پوچ بیشتر بوده است (مانند بردار نهم) (شکل ۷-ب). در مورد سوم، سختی و گشتاور به طور همزمان، مشخص شده بودند، بنابراین دامنه محدودی برای تغییر سطح فعالیت عضلات و نیروی عکس العمل مفصل وجود داشته است (شکل ۸).

#### ۴-بحث

روش ارائه شده در این تحقیق این امکان را فراهم می‌کند تا بعضی متغیرها (خروجی سیستم) را در کنترل کامل قرار دهیم، بعضی دیگر را به طور دقیق کنترل نکرده و امکان تغییر برای آنها را فراهم کنیم. این روش لزوماً به وسیله سیستم اعصاب مرکزی استفاده نخواهد شد، بلکه طرحی محاسباتی را ارائه می‌دهد که برای استفاده از عضلات در انجام وظایفه‌ای خاص، فضای فعالیت عضلانی را به دو زیرفضا تقسیم کنیم: مانیفولد کنترل نشده و زیرفضای مکمل آن. این یک ابزار مناسب خواهد بود که در آینده، به ما این امکان را خواهد داد تا به طور مثال درک کنیم که چه بخشی از EMG ثبت شده در جهت تغییر گشتاور و چه بخشی در راستای مانیفولد کنترل نشده بوده است.

در حالی که تشابه‌هایی میان روش استفاده شده در این تحقیق و فرمول‌بندی پومرو و همکارانش [۵] وجود داشت، در اینجا به صورت پایه‌ای سوالات قابل ملاحظه‌ای مطرح و نتایج مربوطه ارائه گردیده است. سیستم اعصاب مرکزی می‌تواند فعالیت عضلات را به گشتاور و سختی عضلات تصویر کند. در گذشته، روش شبهمعکوس<sup>۲۰</sup> برای تصویر کردن گشتاور مفاصل به نیروی عضلات در سیستم‌های عصبی-عضلانی نامعین استفاده شده است [۷، ۲۴، ۲۵]. نقص آن روش، در نظر نگرفتن قیدهای فیزیولوژیکی کافی روی علامت نیروی عضلات بود. عضلات مانند طناب فقط قادر به ایجاد کشش‌اند و نمی‌توانند فشار دهند.

شود. اثر تغییر سختی لازم یا مطلوب با معادل نگه داشتن گشتاور فلکسیون خارجی  $50\text{N.m}$ ، در حالت قائم در شکل ۵ نشان داده شده است، سختی‌های بالاتر با سطح فعالیت‌های بالاتر عضلات و اثرات نامطلوب بارگذاری بر روی مفصل همراه خواهد بود. این مفهوم با انجام یک سری از شبیه‌سازی‌ها بیشتر روشن می‌شود. ۱۸ عضله ذکر شده در جدول ۱ را در نظر بگیرید، سه نوع استراتژی- وظیفه مختلف به وسیله سیستم اعصاب مرکزی ممکن است در نظر گرفته شود:

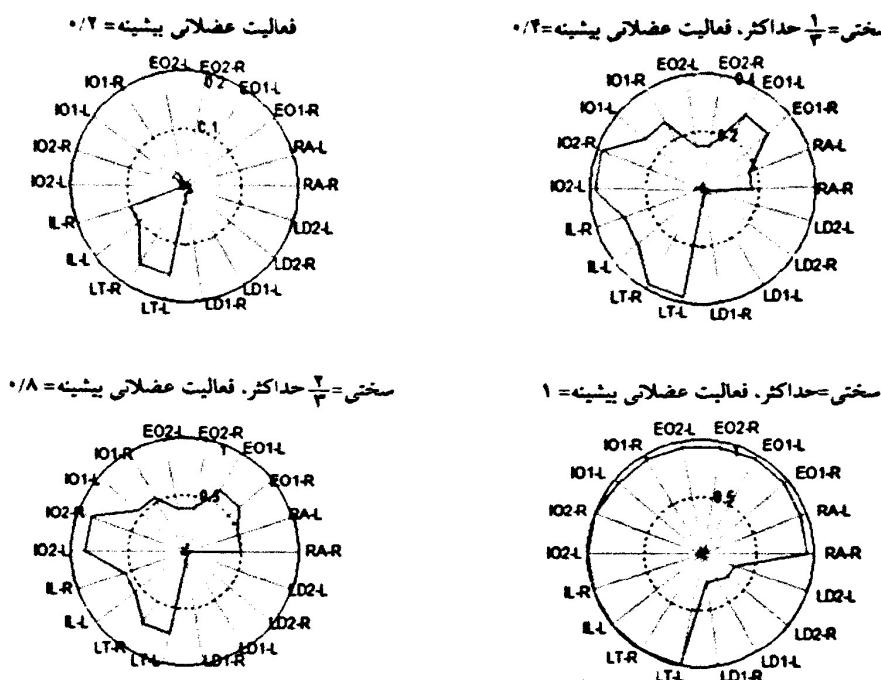
مورد اول: سیستم اعصاب مرکزی فقط مقاومت در برابر گشتاور  $50\text{N.m}$  فلکسیون را در نظر می‌گیرد ( $\theta = 0^\circ$ ) و به سختی مفاصل اهمیت نمی‌دهد.

مورد دوم: هدف سیستم اعصاب مرکزی تنظیم سختی زاویه‌ای به مقدار  $1000\text{ rad}$  است و گشتاورها را ارضاء نمی‌کند.

مورد سوم: سیستم اعصاب مرکزی می‌خواهد هر دو مورد گشتاور و سختی زاویه‌ای مفصل را مطابق مقادیر بالا، همزمان ارضاء کند.

فضای پوچ و مقادیر ( $\theta$ ) و ( $\theta$ ) برای هر بردار پایه، محاسبه و در جدول (۳) نشان داده شده است. در مورد اول انتظار داریم مقادیر مختلفی از سختی زاویه‌ای و نیروی عکس العمل مفصل را بینیم (هر چند گشتاور خارجی تغییر نمی‌کند) (شکل ۶). با توجه به اینکه نیروی عضلات بر نیروی عکس العمل مفصلی غالب است، از اثر وزن بدن در نیروی عکس العمل مفصلی در تمام حالات صرف‌نظر شده است. در مورد اول فقط یک بردار یکه فضای پوچ قابل قبول بوده و در نتیجه یک دسته  $\theta$  در شکل ۶ داریم. در مورد دوم، تمام بردارهای پایه فضای پوچ در تغییر سطح فعالیت عضلات شرکت می‌کنند (جدول ۳). در مورد سوم نیز، فقط یکی از بردارهای فضای پوچ شرکت می‌کند. در مورد اول هدف سیستم اعصاب مرکزی ایجاد گشتاور ثابت مورد نظر است. نتیجه مورد دوم جالب است. از آنجا که تغییر  $\theta$  باعث تغییر زیادی در سطح فعالیت عضلات می‌شود، در تغییر

<sup>۲۰</sup>Pseudo inverse



شکل ۵- سطح فعالیت عضلات برای سطوح مختلف سختی که برای معادل کردن گشتاور فلکسیون  $50\text{ N.m}$  مطالبه شده است  
 $(\delta_{\text{max}} = [2600 \quad 566 \quad 3828]^T \text{ N.m/rad})$

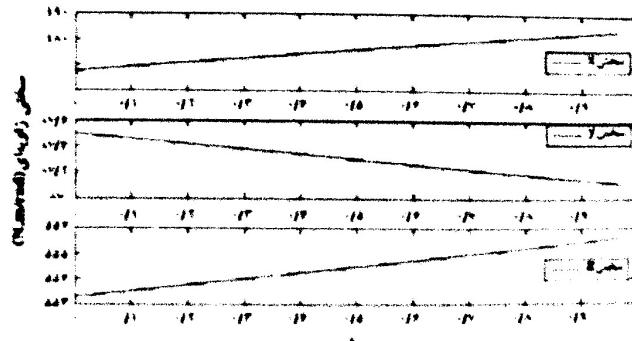
جدول ۳- مقادیر حد بالا و پایین برای (۱) در سه مورد مذکور

بردارهای پایه فضای برج															نعت کنترلی سیسمون	اعصاب مرکزی
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴		
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$t_1$	مورده اول
+	۰/۹۸	+	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	$t_4$	
-۰/۰۳	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۲	$t_1$	مورده دوم
۰/۹۸	۰/۹۸	۰/۹۰	۰/۸۰	۰/۷۹	۰/۷۸	۰/۷۷	۰/۷۶	۰/۷۵	۰/۷۴	۰/۷۳	۰/۷۲	۰/۷۱	۰/۷۰	۰/۶۹	$t_4$	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$t_1$	مورده سوم
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$t_4$	

(ب)

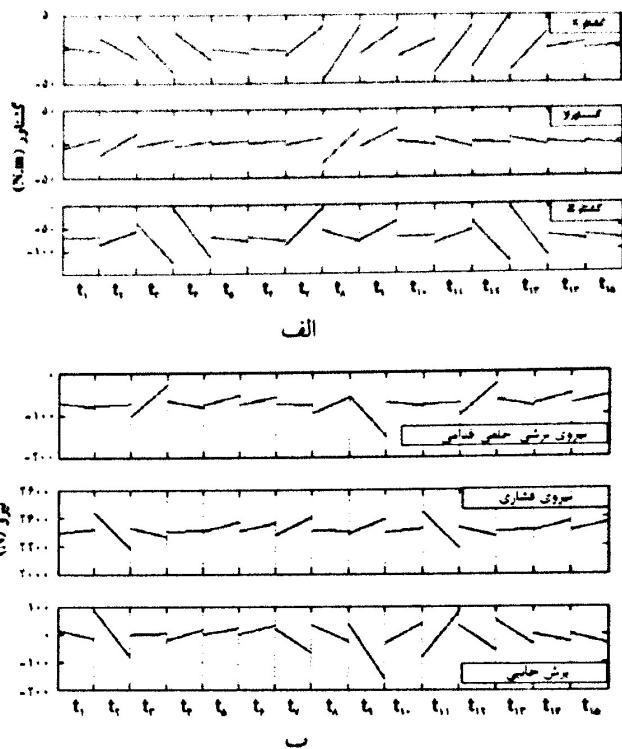


(الف)

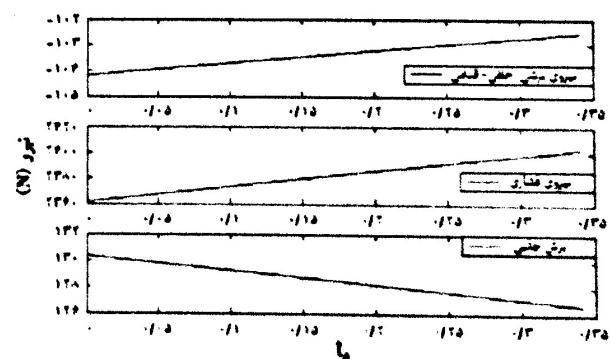


شکل ۶- مورد اول: ثابت نگهداشت  $[0 \quad 0 \quad -50]^T \text{ N.m}$  در حالی که مقادیر زیر تخمین زده می شود. (الف) سخت منفصل؛ (ب) نیروی عکس العمل منفصل

این، نتایج تجربی مشخص می‌کند که عضلات در غالب گروه‌های همکار به کار گرفته می‌شوند. عضویت و خصوصیات آنها شامل شبکه‌های پیچیده است که تحت عنوان نقشه‌های حسی- حرکتی شناخته می‌شوند [۲۶-۲۸]. محدودیت روش موجود این است که در آن آناتومی فعال سیستم اسکلتی- عضلانی مدل می‌شود، در حالی که قیدهای سیستم عصبی نادیده گرفته شده‌اند. به عبارت دیگر، هر عضله به عنوان عامل مستقلی در نظر گرفته می‌شود، و آثار وابسته به عمل با سطوح بالاتر فرامین (مثل فاکتورهای محیطی که با سیستم حسی انتقال داده می‌شود) نادیده گرفته می‌شوند. تحقیقی مناسب که به مطالعه آثار این پدیده در عملکرد دست پرداخته باشد، موجود است [۲۹]. سختی مطلوب بر مبنای تجربیات گذشته، شرایط محیطی و ترس از آسیب یا بروز درد، سطح فعالیت عضله را نسبت به گشتاور خارجی تغییر می‌دهد. نظریه‌ها و فرضیه‌های متعددی در پیش‌بینی ضرورت استفاده از استراتژی‌های هم‌فعالی وجود دارد که نحوه به کار گیری عضلات را در نارسایی‌های کمر تغییر می‌دهد [۳۰]. خواه، این قیدها قابلیت تحرک بین مهره‌ای را به منظور جلوگیری از آسیب رسیدن به بافت کم کند و یا نحوه به کار گیری عضلات را تغییر دهد [۱۵، ۱۶]. روشی که در این مقاله برای حل نامعینی‌ها و لامتحنی‌ها پیشنهاد شده است، هنوز در بحث کنترل حرکتی مسأله‌ای غامض و بدون پاسخ است [۳۱]. ممکن است تفسیری برای آموختن، کم کردن تدریجی کنترل دقیق روی سطح فعالیت عضلات باشد. بدین ترتیب، سطح فعالیت عضلات (بر اساس متغیرهایی که برای وظیفه‌ای خاص در نظر گرفته می‌شوند) کمتر معین خواهد گردید (سختی مفصل) و سیستم قابلیت انعطاف‌پذیری بیشتری در استفاده از فضای پوچش (از دید استراتژی کم کردن خستگی و پاسخ به تغییر شرایط محیطی) نشان خواهد داد. چهارچوب کاری حاضر، امکان استفاده از ابزارهای هندسی و روش‌های تحلیلی را برای رجوع به مفاهیم بیومکانیکی فراهم می‌کند. از جمله این مفاهیم می‌توان به کنترل‌پذیری<sup>۲۵</sup>، تغییر‌پذیری<sup>۲۶</sup>، پیچیدگی<sup>۲۷</sup> و تعیین‌پذیری<sup>۲۸</sup> که قسمت محدودی از تئوری دینامیک



شکل ۷- مورد دوم: ثابت نگهداشتن  
گشتاور مقاوم؛ (ب) نیروی عکس العمل مفصلی؛ تخمین زده  
می‌شوند.



شکل ۸- مورد سوم: ثابت نگهداشتن  
و نیروی عکس العمل مفصلی تخمین زده می‌شود.

بنابراین روش حاضر محدودیت قابل ملاحظه موجود در مطالعات پیشین را، بر مبنای روش شبهمعکوس حل کرده است. اضافه کردن سختی به گشتاورهای مطلوب در طرف راست سیستم معادلات (۱۶) بر مبنای این مفهوم است که هر عضله می‌تواند به عنوان عامل مستقلی عمل کند. با وجود

<sup>25</sup> Controllability

<sup>26</sup> Variability

<sup>27</sup> Complexity

<sup>28</sup> Determinism

- reflex, IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng 2008; 16(1): 106-118.
- [3] Nussbaum M.A., Chaffin D.B., Lumbar muscle force estimation using a subject-invariant 5-parameter EMG-based model, J Biomech 1998; 31(7): 667-672.
- [4] Cholewicki J., McGill S.M., Norman R.W., Comparison of muscle forces and joint load from an optimization and EMG assisted lumbar spine model: Towards development of a hybrid approach, Journal of Biomechanics 1995; 28(3): 321-331.
- [5] Pomero V., Lavaste F., Imbert G., Skalli W., A proprioception based regulation model to estimate the trunk muscle forces, Comput Methods Biomed Engin 2004; 7(6):331-338.
- [6] Burdet E., Osu R., Franklin D.W., Milner T.E., Kawato M., The central nervous system stabilizes unstable dynamics by learning optimal impedance, Nature 2001; 414(6862):446-449.
- [7] Neilson P.D., Neilson M.D., Motor maps and synergies, Hum Mov Sci 2005; 24(5-6):774-797.
- [8] Nasseroleslami B., Parnianpour M., Mousavi S.J., Muscles coactivation in biomechanical models, J Research in Rehab Sci (Medical University of Isfahan) 2007; 4:5-10.
- [9] Cholewicki J., McGill S.M., Mechanical stability of the in vivo lumbar spine: implications for injury and chronic low back pain, Clin Biomech (Bristol, Avon) 1996; 11(1): 1-15.
- [10] Wu G., Siegler S., Allard P., Kirtley C., Leardini A., Rosenbaum D., Whittle M., D'Lima D.D., Cristofolini L., Witte H., Schmid O., Stokes I., ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion--part I: ankle, hip, and spine. International Society of Biomechanics, J Biomech 2002; 35(4): 543-548.
- [11] Hatze H., A myocybernetic control model of skeletal muscle, Biol Cybern 1977; 25(2): 103-119.
- [12] McGill S.M., Norman R.W., Partitioning of the L4-L5 dynamic moment into disc, ligamentous, and muscular components during lifting, Spine 1986; 11(7):666-678.
- [13] Parnianpour M., Nordin M., Kahanovitz N., Frankel V., 1988 Volvo award in biomechanics. The triaxial coupling of torque generation of trunk muscles during isometric exertions and the effect of fatiguing isoinertial movements on the motor output and movement patterns, Spine 1988; 13(9): 982-992.
- [14] Mousavi S.J., Olyaei G.R., Talebian S., Sanjari M.A., Parnianpour M., The effect of angle and level of exertion on trunk neuromuscular performance during multidirectional isometric activities, Spine, (in press).
- [15] Moseley G.L., Hodges P.W., Are the changes in postural control associated with low back pain caused by pain interference? Clin J Pain 2005; 21(4):323-329.
- [16] Hall L., Tsao H., Macdonald D., Coppieters M., Hodges P.W., Immediate effects of co-contraction training on motor control of the trunk muscles in people with recurrent low back pain, J Electromyogr Kinesiol 2007 (in press).
- [17] Dul J., The biomechanical prediction of muscle forces, J Biomech 1986; 1(1) 27-28.
- [18] Scholz J.P., Schoner G., The uncontrolled manifold concept: identifying control variables for a functional task, Exp Brain Res 1999; 126(3): 289-306.
- [19] Lawrence B.M., Buckner G.D., Mirka G.A., An adaptive system identification model of the biomechanical response of the human trunk during

غیرخطی در کنترل حرکتی است، اشاره کرد [۳۲]

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، روش‌های مختلفی که سیستم اعصاب مرکزی ممکن است نامعین سیستم اسکلتی- عضلانی را به کار گیرد، مورد بحث قرار گرفته و مفهوم نامعین سیستیکی با استفاده از مدل ۱۸ عضله‌ای در سطح مهره‌ای L<sub>7</sub>/L<sub>5</sub> تشریح شده است. فضای پروج سیستم از نظر سیستیکی وقتی که گشتاور و یا سختی مفصلی مشخصی مورد نیاز است، استخراج و درباره آن بحث شده است. نتایج نشان داد که فرمول‌بندی ارائه شده برای نگه داشتن یک گشتاور ثابت و یا رسیدن به سختی مطلوب کمر، به وظیفه درخواستی واپسیه است و استفاده از فضای پروج سیستم فقط بر متغیرهای کنترل نشده اثر می‌گذارد. این امر برای حالاتی که در آن فقط یک یا دو متغیر (گشتاور و سختی) کنترل می‌شوند، صادق است. تغییر در متغیرهای کنترل نشده (در اینجا نیروهای عکس‌عمل مفصل) که می‌تواند از مقادیر ناجیز تا قابل ملاحظه تغییر کند، به اهمیت درجات آزادی اضافی در فضای فعالیت اشاره می‌کند. نتایج این تحقیق، بر نقش اضافه کردن متغیرهای کنترل شده برای یک سیستم نامعین تأیید دارد و چهارچوبی را برای تحلیل‌های بیشتر مدل‌های پیچیده چند عضله‌ای در راستای ملاحظات ثوری و بالینی معرفی می‌کند.

## سپاسگزاری

نویسنده‌گان لازم می‌دانند از زحمات جناب آقای دکتر سبد جواد موسوی که در آماده‌سازی این مقاله، گروه را همراهی کردن، تشکر و فخردانی کنند.

## مراجع

- [1] Li G., Kaufman K.R., Chao E.Y., Rubash H.E., Prediction of antagonistic muscle forces using inverse dynamic optimization during flexion/extension of the knee, J Biomech Eng 1999; 121(3): 316-322.
- [2] Zemali-Davarami S., Hemami H., Barni K., Shirazi-Adl A., Parnianpour M., Dynamic stability of spine using stability-based optimization and muscle spindle

- [26] Ting L.H., Dimensional reduction in sensorimotor systems: a framework for understanding muscle coordination of posture, *Prog Brain Res* 2007; 165: 299-321.
- [27] Ting L.H., McKay J.L., Neuromechanics of muscle synergies for posture and movement, *Curr Opin Neurobiol* 2007; 17(6): 622-628.
- [28] Scott S.H., Optimal feedback control and the neural basis of volitional motor control, *Nat Rev Neurosci* 2004; 5(7): 532-546.
- [29] Schieber M.H., Santello M., Hand function: peripheral and central constraints on performance, *J Appl Physiol* 2004; 96(6): 2293-2300.
- [30] van Dieen J.H., Selen L.P., Cholewicki J., Trunk muscle activation in low-back pain patients, an analysis of the literature, *J Electromyogr Kinesiol* 2003; 13(4): 333-351.
- [31] Guigou E., Baraduc P., Desmurget M., Computational motor control: redundancy and invariance, *J Neurophysiol* 2007; 97(1): 331-347.
- [32] Riley M.A., Turvey M.T., Variability of determinism in motor behavior, *J Mot Behav* 2002; 34(2): 99-125.
- sudden loading, *J Biomech Eng* 2006; 128(2): 235-241.
- [20] Cholewicki J., Simons A.P., Radebold A., Effects of external trunk loads on lumbar spine stability, *J Biomech* 2000; 33(11): 1377-1385.
- [21] Bergmark A., Stability of the lumbar spine. A study in mechanical engineering, *Acta Orthop Scand Suppl* 1989; 230: 1-54.
- [22] Cholewicki J., McGill S.M., Relationship between muscle force and stiffness in the whole mammalian muscle: a simulation study, *J Biomech Eng* 1995; 117(3): 339-342.
- [23] Potvin J.R., O'Brien P.R., Trunk muscle co-contraction increases during fatiguing, isometric, lateral bend exertions. Possible implications for spine stability, *Spine* 1998; 23(7): 774-780.
- [24] Neilson M.D., Neilson P.D., A neuro engineering solution to optimal tracking problem, *Hum Mov Sci* 1999; 28(8): 155-183.
- [25] Yamaguchi G.T., Moran D.W., Si J., A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics, *J Biomech* 1995; 28(8): 999-1005.