

Optimal Design of Beam Pattern of Ultrasound Arrays Considering Sensitivity of Transducer

S. M. Sakhaei^{*}, A. Mahloojifar

¹Department of Biomedical Engineering, Tarbiat Modarres University

Received 13 July 2004; received in revised form 1 May 2005; accepted 25 May 2005

Abstract

The beam pattern profile of an ultrasound array is of great importance in ultrasound imaging. This profile could be enhanced by weighting the elements of array. However, this technique will decrease the signal to noise ratio (S/N) and consequently the quality of the obtained image. In this study, the S/N variation in weighting process is mathematically analyzed, and a new method is proposed to optimize the weighting parameters. The main objective of the method is to provide the desired output of the beam pattern profile of the ultrasound array, as well as the highest possible S/N. The results show that S/N decreases with increasing the main lobe width of beam pattern. The decrease of S/N by weighting in full arrays is higher than in the sparse ones. Also, reducing the focusing depth has the same effect on S/N.

Keywords: Ultrasound; Phased array; Beam pattern; Apodization; Mathematical optimization

^{*} Corresponding author

Address: Department of Biomedical Engineering, Tarbiat Modarres University, P.O. Box 14115-143, Tehran, I.R.Iran
E-mail: Sakhaei@modares.ac.ir

طراحی بهینه الگوی پرتو در آرایه‌های فراصوت با ملاحظه حساسیت مبدل

سید محمود سخایی*، علی محلوچی فر

دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی پزشکی

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۸۳/۴/۲۳، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۸۴/۲/۱۱، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۸۴/۳/۴

چکیده

وزندهی عناصر درون یک آرایه فراصوت، یک روش آسان برای بهبود الگوی پرتو و افزایش وضوح تصویر است. متأسفانه وزندهی باعث کاهش سیگنال به نویز (S/N) در خروجی آرایه و همچنین کاهش کیفیت تصویر می‌گردد. در این تحقیق، جهت بهینه‌سازی الگوی پرتو در یک آرایه فراصوت، ایده تحلیل ریاضی تغییرات S/N در اثر وزندهی مطرح و مسأله طراحی بهینه وزنها جهت حصول همزمان الگوی پرتو و سیگنال به نویز مطلوب، بیان و حل گردیده و روشی ارائه شده است که با اعمال آن ضمن دستیابی به الگوی پرتو مطلوب، بیشترین مقدار ممکن S/N ایجاد گردد. بررسی‌ها نشان داد با افزایش پهنای لوب اصلی الگوی پرتو، S/N کاهش می‌یابد. همچنین مسأله کاهش S/N در اثر وزندهی، در آرایه‌های کامل بیشتر از آرایه‌های کم‌پشت قابل مشاهده است. همین وضعیت با کاهش عمق تمرکز نیز ایجاد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: فراصوت؛ آرایه فازی؛ الگوی پرتو؛ وزندهی؛ بهینه‌سازی ریاضی

*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، صندوق پستی ۱۴۱۱۵/۱۴۳

پام‌نگار: Sakhaei@modares.ac.ir

۱- مقدمه

سیگنال به نویز، تأثیر محدوده تغییرات وزن‌ها روی خروجی بهینه آرایه بررسی و روشی پیشنهاد شده است که در آن ضمن حصول خروجی مطلوب، بیشترین مقدار ممکن سیگنال به نویز ایجاد شود.

در ادامه، ابتدا به تعریف الگوی پرتو^۵ به عنوان تابعی که مشخصات خروجی آرایه را بیان می‌کند پرداخته می‌شود. سپس، رابطه وزن‌ها و سیگنال به نویز در خروجی آرایه، تحلیل و پس از آن، مسأله طراحی بهینه وزن‌ها جهت حصول الگوی پرتو بهینه و نیز سیگنال به نویز بهینه به همراه مثال‌هایی بررسی خواهد شد. در قسمت پایانی مقاله نیز تعمیم مسأله به مسائل واقعی مورد ملاحظه قرار می‌گیرد.

۲- الگوی پرتو

الگوی پرتو برای یک مبدل فراصوت که با موج سینوسی تحریک می‌شود تبدیل فوریه تابع دهانه^۶ آن است (تابع دهانه در هر نقطه روی مبدل، سرعت جابجایی آن نقطه را نشان می‌دهد). [۲]، در واقع، الگوی پرتو، توزیع شدت موج در فاصله‌های دور را بر حسب جهت بیان می‌کند. در الگوی پرتو تحریک سینوسی، دو نوع لوب قابل شناسایی است: لوب اصلی که توزیع موج را حول جهت اصلی یعنی جهت مورد نظر برای ایجاد نقطه تمرکز و لوب کناری^۷ که مقدار آن را در سایر جهتها نشان می‌دهد. هر چه دامنه لوب اصلی نسبت به لوب کناری بیشتر باشد وضوح تصویر حاصله بالاتر است و نیز هر چه لوب اصلی باریک‌تر باشد رزولوشن جانبی، بیشتر خواهد بود. لوب کناری عمدتاً در اثر ابعاد محدود آرایه ایجاد می‌شود و البته در صورتی که فاصله عناصر از هم، بیش از $\lambda/2$ (نصف طول موج) باشد لوب سایه^۸ نیز در لوب کناری ظاهر خواهد شد [۲].

برای آرایه‌ای با $M=2N$ عنصر، الگوی پرتو را به صورت رابطه ۱ می‌توان بیان کرد [۳]:

$$p(\hat{u}) = \sum_{n=1}^{2N} w_n e^{j \frac{2\pi}{\lambda} \hat{u} \cdot \hat{p}_n} \quad (1)$$

که در آن λ ، طول موج؛ w_n و \hat{p}_n به ترتیب وزن و بردار موقعیت عنصر n ام و $p(\hat{u})$ که از جنس فشار اکوستیکی

در سیستم‌های تصویرگر فراصوت امروزی معمولاً از مبدل‌های آرایه‌ای پیزوالکتریک به عنوان فرستنده و گیرنده امواج استفاده می‌شود. در برخی از این مبدل‌ها تنها با اعمال تأخیر بین عناصر مختلف درون آرایه می‌توان در جهت‌ها و عمق‌های مختلف، موج فراصوت را ارسال یا دریافت کرد. به همین دلیل، به این نوع آرایه‌ها، آرایه فازی^۱ گفته می‌شود. با توجه به اینکه در آرایه‌های فازی، جهت‌دهی^۲ و تمرکزدهی^۳ بدون حرکت مکانیکی انجام می‌شود امکان جارو کردن مقطع با سرعت بالا و در نتیجه، ایجاد تصاویر زمان حقیقی وجود دارد.

هنگامی که یک چنین مبدل آرایه‌ای تحریک می‌شود علاوه بر جهت مورد نظر، مقداری از انرژی در سایر جهت‌ها نیز منتشر می‌گردد و انرژی برگشتی از این جهت‌های کناری با تداخل در سیگنال اصلی، باعث کاهش وضوح^۴ تصویر می‌شود [۱]. یک روش مناسب برای کاهش این گونه اثرات تداخلی، وزن‌دهی مناسب عناصر درون آرایه است [۲] البته در مقابل، به دلیل پهن‌تر شدن شعاع پرتو در نقطه تمرکز، رزولوشن جانبی تا حدی کاهش می‌یابد [۳].

عناصر درون مبدل‌های آرایه‌ای به علت ابعاد کوچک و در نتیجه، بالا بودن امپدانس الکتریکی، دارای حساسیت پایینی هستند. به عبارت دیگر، هنگام تحریک عناصر، به دلیل عدم تطبیق امپدانس الکتریکی، انرژی موج فراصوت حاصله کاهش می‌یابد و در موقع دریافت نیز مبدل با امپدانس الکتریکی بالا مانند یک منبع ولتاژ با امپدانس الکتریکی زیاد عمل کرده، ضمن ایجاد نویز بیشتر، انرژی الکتریکی کمتری را به سمت مدارات تقویت‌کننده می‌فرستد. این موضوع مخصوصاً در آرایه‌های دوبعدی بیشتر اهمیت می‌یابد. از طرف دیگر، وزن‌دهی باعث کاهش قدرت سیگنال به نویز در خروجی آرایه می‌شود و بنابراین، جهت اعمال وزن‌دهی در مبدل‌های با حساسیت پایین مانند کریستال‌های پیزوالکتریک، توجه به مقدار سیگنال به نویز در خروجی آرایه ضروری است [۳-۵].

در این تحقیق، ضمن تحلیل ریاضی اثرات وزن‌دهی روی

¹ Phased array
⁵ Beam pattern

² Steering
⁶ Aperture function

³ Focusing
⁷ Side lobe

⁴ Contrast
⁸ Grating lobe

(نویز و تداخل) در نظر گرفته شود روش‌های گوناگونی با معیارهای بهینه‌سازی متفاوت، جهت طراحی بهینه الگوی پرتو پیشنهاد شده است، به عنوان مثال، پژوهش‌های متعددی جهت طراحی بهینه وزن‌ها انجام شده است [۳-۵]. هم‌چنین مسأله کاهش بهینه تعداد عناصر آرایه با فرض تحریک پیوسته (سینوسی) مورد توجه قرار گرفته است [۵-۸]. حل مسأله در حالت تحریک پالسی نیز گزارش شده است [۹-۱۱]. به علاوه، معیارهای بهینه‌سازی متفاوتی مورد توجه قرار گرفته است. مینیمم کردن حداکثر دامنه لوب کناری [۳، ۴، ۶، ۷]، کم کردن انرژی لوب‌های کناری در مقابل انرژی لوب اصلی [۸] و حداقل اختلاف انرژی بین الگوی پرتو خروجی و الگوی پرتو مطلوب [۵، ۹-۱۱]، از جمله معیارهای مورد استفاده است.

لازم به ذکر است در یک سیستم تصویربردار، از تحریک پالسی استفاده می‌شود و فرض میدان دور نیز صادق نیست و بنابراین، الگوی پرتو تحریک پیوسته، توصیف کاملی از میدان فراصوت ارائه نمی‌دهد، اما استفاده از الگوی پرتو تحریک پیوسته برای طراحی مناسب وزن‌ها، ضمن سادگی و کاهش حجم محاسبات، نتایج قابل قبولی به همراه داشته و هم‌چنین توصیف خوبی از توزیع میدان در ناحیه تمرکز بیان می‌کند [۳-۷].

۳- تحلیل سیگنال به نویز

فرض می‌شود یک منبع موج نقطه‌ای در فاصله خیلی دور از آرایه قرار داشته باشد سیگنالی که از منبع در خروجی آرایه ظاهر می‌شود به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$y(t) = \sum_k w_k x_k(t) \quad (4)$$

که در آن $x_k(t)$ ، سیگنال دریافتی توسط مبدل k ام بعد از اعمال تأخیر است و می‌توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$x_k(t) = s_k(t) + \eta_k(t) \quad (5)$$

که در آن $s_k(t)$ ، سیگنال اصلی و $\eta_k(t)$ نویز مبدل می‌باشد. اگر فرض شود که عناصر درون آرایه، نقطه‌ای باشند و آرایه در جهت منبع، جهت‌دهی شده است تأخیر در هر کانال به گونه‌ای است که $s_k(t)$ ها هم‌فاز خواهند بود و در این

است مقدار الگوی پرتو در جهت بردار یکه \vec{u} را بیان می‌کند. همان گونه که رابطه ۱ نشان می‌دهد مقدار الگوی پرتو به فاصله از مبدل و یا ابعاد عناصر درون آرایه بستگی ندارد و این به آن علت است که توزیع میدان را در نقطه خیلی دور از آرایه نشان می‌دهد و فاصله نقطه خیلی دور از هر یک از عناصر تقریباً یکسان است. هم‌چنین عناصر درون آرایه، نقطه‌ای فرض شده‌اند. البته در عمل با توجه به اینکه ابعاد عناصر بیشتر از $\lambda/2$ نیست الگوی پرتو تقریب خوبی از توزیع میدان در نقاط دور را بیان می‌کند.

برای یک آرایه خطی با وزن‌دهی متقارن که فاصله عناصر آن برابر $\lambda/2$ است رابطه ۱ را به صورت زیر می‌توان نوشت:

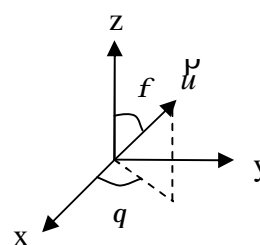
$$p(\phi) = 2 \sum_{n=1}^N w_n \cos(n\pi \sin \phi) \quad (2)$$

که در آن ϕ ، زاویه با محور اصلی (محوری که از مرکز آرایه بر آن عمود می‌شود) است [۳]. همان گونه که در رابطه ۲ ملاحظه می‌شود با فرض فاصله $\lambda/2$ بین عناصر، الگوی پرتو مستقل از λ است. هم‌چنین برای آرایه صفحه‌ای، اگر صفحه آرایه، صفحه xy فرض شود با فرض تقارن آرایه و وزن‌دهی نسبت به مرکز یعنی $p(-\phi, \theta) = p(\phi, \theta)$ ، رابطه ۳ به دست خواهد آمد:

$$p(\phi, \theta) = 2 \sum_{n=1}^N w_n \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \phi (x_n \cos \theta + y_n \sin \theta)\right) \quad (3)$$

که در آن (x_n, y_n) موقعیت عنصر n ام است و تعریف زوایای θ و ϕ در شکل ۱ آورده شده است.

با توجه به تأثیر مستقیم شکل الگوی پرتو در کیفیت تصویر و از آنجایی که در طراحی الگوی پرتو باید به طور همزمان ملاحظات بسیاری همچون هزینه اقتصادی، امکان پیاده‌سازی، وضوح و رزولوشن تصویر و نیز اثرات محیطی



شکل ۱- دستگاه مختصات در یک آرایه صفحه‌ای دوبعدی

و سیگنال‌های دریافتی از سایر جهت‌ها صفر فرض شده است. به عبارت دیگر، مطلوب آن است که الگوی پرتو به گونه‌ای باشد که تنها اجازه عبور سیگنال‌های دریافتی از جهت مورد نظر را بدهد و بقیه سیگنال‌ها را، حذف یا به شدت تضعیف کند. این منظور با باریک بودن لوب اصلی الگوی پرتو و کوچک بودن لوب‌های کناری محقق می‌شود. بنابراین، سیگنال‌های دریافتی از جهت‌هایی غیر از جهت اصلی، سیگنال مطلوب نبوده و با طراحی مناسب الگوی پرتو، مقدار آن در خروجی آرایه نیز ناچیز خواهد بود. به عبارت دیگر، بهینه کردن سیگنال به نوبت برای چنین جهت‌هایی مورد نظر نیست.

۴- بهینه‌سازی

با توجه به تحلیل سیگنال به نوبت، حال می‌توان به بیان ریاضی مسأله طراحی بهینه الگوی پرتو با در نظر گرفتن اثرات مخرب وزن‌دهی روی S/N پرداخت. ابتدا مسأله بهینه‌سازی الگوی پرتو با قید محدود بودن دامنه تغییرات وزن‌ها، و سپس مسأله طراحی الگوی پرتو مطلوب، ضمن حصول بیشترین مقدار ممکن S/N مطرح می‌شود.

۴-۱- بهینه‌سازی الگوی پرتو با محدودیت وزن‌ها

یک روش برای آنکه از مزایای وزن‌دهی در بهبود الگوی پرتو استفاده شود و در عین حال سیگنال به نوبت در حد قابل قبولی باقی بماند، این است که محدوده تغییرات وزن‌ها کنترل گردد به عبارت دیگر اجازه داده نشود وزن‌ها از حالت یکسانی، مقدار زیادی دور شوند، بنابراین، مسأله بهینه‌سازی الگوی پرتو با این قید اضافه که نسبت بیشترین مقدار وزن به کمترین مقدار آن از مقدار مشخص d_w بیشتر نشود حل می‌گردد. صورت ریاضی مسأله برای آرایه صفحه‌ای متقارن با وزن‌دهی متقارن با $M=2N$ عنصر به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \delta_s \\ & \text{Subject to} \\ & 2 \sum_{n=1}^N w_n = 1 \end{aligned}$$

صورت، با فرض همگن بودن محیط، $s_k(t)$ ها با هم مساوی هستند و در نتیجه، $y(t)$ را به صورت رابطه ۶ می‌توان نوشت:

$$y(t) = \left(\sum_k w_k \right) s(t) + \sum_k w_k \eta_k(t) \quad (6)$$

اگر $\eta_k(t)$ ها از هم مستقل و دارای قدرت یکسان σ_n^2 باشند در این صورت، مقدار سیگنال به نوبت در خروجی برابر خواهد بود با:

$$SN = \frac{\left(\sum_k w_k \right)^2}{\sum_k w_k^2} SN0 \quad (7)$$

که در آن $SN0$ ، مقدار سیگنال به نوبت در هر کانال است. ضمناً بر اساس نامساوی کوشی رابطه ۸ وجود خواهد داشت:

$$G = \frac{\left(\sum_k w_k \right)^2}{\sum_k w_k^2} \leq M \quad (8)$$

در این رابطه، M ، تعداد عناصر و G ، بهره سیگنال به نوبت است. شرط تساوی نیز یکسان بودن همه مقادیر w_k ها است، یعنی بیشترین مقدار ممکن سیگنال به نوبت در حالت یکسانی وزن‌ها حاصل می‌شود.

بهره G تعریف شده در رابطه ۸ مشابه بهره نوبت سفید در یک آرایه باند باریک در حالتی است که جهت‌دهی موازی محور اصلی باشد [۱۲]، اما کاملاً با آن یکسان نیست. در تعریف بهره نوبت سفید، نسبت سیگنال به نوبت در خروجی آرایه به مقدار آن پس از دریافت (قبل از اعمال تأخیر) لحاظ می‌شود و بنابراین، تابعی از بردار جهت‌دهی (مقادیر تأخیرها) است در حالی که، بهره G به صورت سیگنال به نوبت در خروجی آرایه به مقدار آن پس از اعمال تأخیر تعریف شده است و لذا مستقل از راستای جهت‌دهی است و تنها به نحوه توزیع وزن‌ها بستگی دارد.

مقدار G ، بهره سیگنال به نوبت در راستای جهت‌دهی را نشان می‌دهد و در محاسبه آن تنها سیگنال دریافتی از راستای جهت‌دهی به عنوان سیگنال مطلوب در نظر گرفته شده است

۵- نتایج

برای بررسی بیشتر تأثیر حساسیت محدود عناصر در مسأله طراحی وزن‌های بهینه، مسأله برای دو نوع آرایه خطی و صفحه‌ای با کمک مسأله بهینه‌سازی پیشنهادی، حل و نتایج حاصله ارزیابی شده است.

۵-۱- آرایه خطی

دو آرایه خطی کامل به طول ۶۴ و ۱۲۸ عنصر، فرکانس تحریک ۷/۵ MHz و فاصله عناصر $\lambda/2$ بهینه‌سازی شده است. همچنین، مسأله بهینه‌سازی برای دو آرایه کم‌پشت به طول ۹۶ و ۶۴ که با عملیات رقیق‌سازی^۹ گوسی از آرایه به طول ۱۲۸ ایجاد شده‌اند نیز حل شده است.

در شکل ۲، الگوی پرتو بهینه شده برای آرایه کامل به طول ۱۲۸ و به ازای $\phi_{\text{pass}} = 1/5^\circ$ ، در دو حالت $d_w = 2$ (شکل ۲-الف) و $d_w = 12$ (شکل ۲-ب) نشان داده شده است. در این شکل، اثر محدودده وزن‌ها روی دامنه لوب کناری دیده می‌شود. برای بررسی بیشتر در شکل ۳، منحنی حداکثر دامنه لوب کناری بر حسب d_w رسم شده است. با توجه به این شکل، نتیجه‌گیری می‌شود که تنها مقادیر خیلی کم d_w ، باعث بدتر شدن الگوی پرتو می‌گردد و مقادیر بزرگتر، تأثیر محسوسی روی آن ندارد. همچنین، برای باریک کردن لوب اصلی نیز دامنه تغییرات وزن‌ها محدود می‌شود. علاوه بر این، در آرایه کم‌پشت برای حداقل کردن دامنه لوب‌های کناری، دامنه تغییرات وزن‌ها بزرگ نیست.

برای مشاهده اثرات وزن‌دهی بهینه روی سیگنال به نویز، در شکل ۴، منحنی سیگنال به نویز بهینه شده به صورت نرمالیزه بر حسب حداکثر دامنه لوب کناری برای آرایه به طول $M=64$ و $M=128$ و $\phi_{\text{pass}} = 1/5^\circ$ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۴، مثلاً اگر قرار باشد در آرایه کامل به طول ۱۲۸ به ازای زوایای بزرگتر از $1/5^\circ$ ، حداکثر دامنه الگوی پرتو، 30dB پایین‌تر از دامنه لوب اصلی باشد، سیگنال به نویز بهینه، 87% حداکثر مقدار ممکن خواهد بود. در صورتی که از وزن‌دهی استفاده نشود در شرایط مشابه حداکثر دامنه لوب کناری، تنها 16dB پایین‌تر از دامنه لوب اصلی است،

$$|p(\phi, \theta)| \leq \delta_s \text{ for } \phi_{\text{pass}} \leq \phi \leq 90^\circ$$

$$\text{and } -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

$$w_m \leq w_n \leq w_M \text{ for } 1 \leq n \leq N$$

$$w_M \leq d_w w_m$$

$$w_m \geq 0$$

$$\delta_s \geq 0$$

برای بیان مسأله جهت آرایه خطی، کافی است θ ، صفر فرض شود. در روابط بالا، w_m و w_M به ترتیب حد بالا و پایین وزن‌ها، و $M=2N$ تعداد عناصر است و وزن‌دهی حول مرکز آرایه متقارن فرض شده است، δ_s ، حداکثر دامنه لوب کناری و ϕ_{pass} و d_w نیز مقادیر معلومی هستند که به ترتیب پهنای لوب اصلی و دامنه تغییرات نسبی وزن‌ها را نشان می‌دهند. مسأله فوق، یک مسأله بهینه‌سازی خطی است که با روش سیمپلکس^۹ می‌توان آن را حل کرد [۱۳، ۱۴].

۴-۲- بهینه‌سازی سیگنال به نویز با محدودیت الگوی پرتو

در این حالت، هدف این است که وزن‌ها به گونه‌ای انتخاب شوند که ضمن آنکه الگوی پرتو مشخصات مطلوب را دارد، بیشترین مقدار ممکن سیگنال به نویز نیز ایجاد شود. اگر d_δ حداکثر دامنه مطلوب لوب کناری به ازای زوایای بیشتر از ϕ_{pass} باشد، با فرض تقارن آرایه و تقارن وزن‌دهی، مسأله طراحی بهینه الگوی پرتو را به صورت یک مسأله بهینه‌سازی ریاضی به شکل زیر می‌توان بیان نمود:

$$\text{Min } \sum_{n=1}^N w_n^2$$

Subject to

$$2 \sum_{n=1}^N w_n = 1$$

$$|p(\phi, \theta)| \leq d_\delta \text{ for } \phi_{\text{pass}} \leq \phi \leq 90^\circ$$

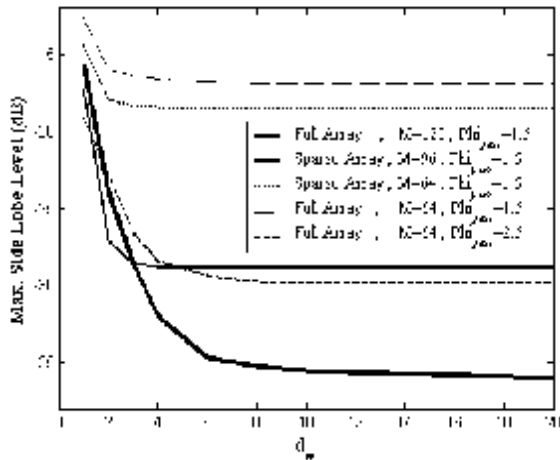
$$\text{and } -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

$$w_n \geq 0 \text{ for } 1 \leq n \leq N$$

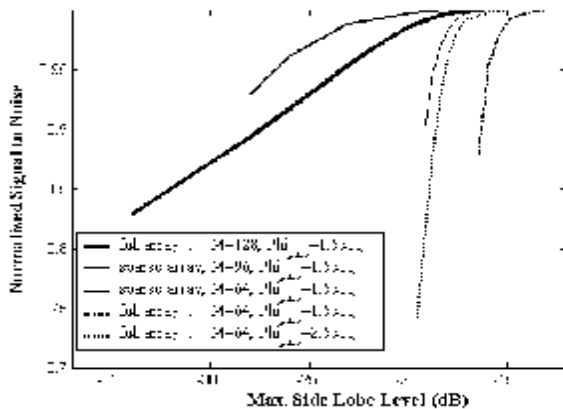
این مسأله، یک مسأله بهینه‌سازی با تابع هدف درجه دوم و قیود خطی است که با روش‌های برنامه‌ریزی مربعی قابل حل است [۱۳، ۱۴].

⁹ Simplex

¹⁰ Thinning



شکل ۳- منحنی حداکثر دامنه لوب کناری بر حسب d_w



شکل ۴- سیگنال به نویز بهینه به صورت نرمالیزه

بر حسب حداکثر دامنه لوب کناری و $\phi_{pass} = 1/5^\circ$

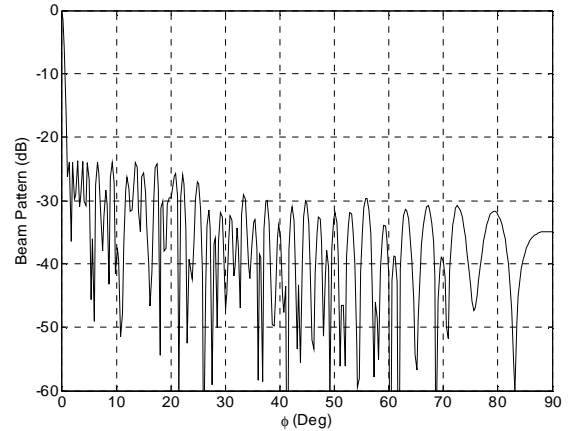
کم‌پشت خطی، دامنه تغییرات وزن‌ها کم است و سیگنال به نویز تغییرات کمی دارد.

۶- بحث

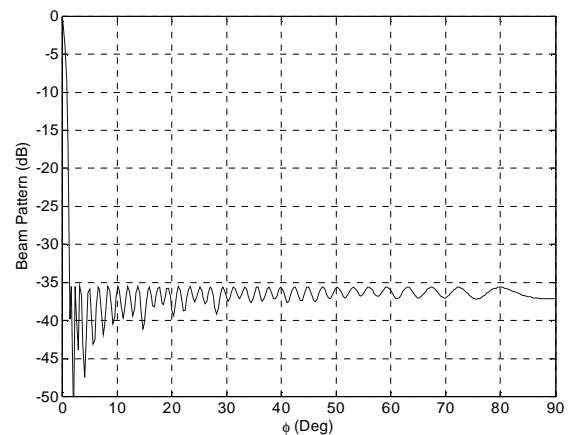
در این قسمت، ابتدا نتایج حاصل شده در آرایه‌های کم‌پشت مورد تحلیل قرار می‌گیرد و سپس، در مورد تعمیم نتایج به حالت‌هایی که جهت‌دهی در راستایی غیر از محور اصلی باشد و یا فرآیند تمرکزدهی انجام شده باشد، بحث خواهد شد.

۶-۱- رقیق‌سازی

از نگاه وزن‌دهی، عمل رقیق‌سازی معادل صفر قرار دادن وزن



الف



ب

شکل ۲- الگوی پرتو بهینه شده برای آرایه کامل به طول ۱۲۸

و به ازای $\phi_{pass} = 1/5^\circ$ ، در دو حالت

الف- $d_w = 2$ ؛ ب- $d_w = 12$

بنابراین، بدون تغییر محسوسی در مقدار سیگنال به نویز (فقط ۱۳٪ کاهش) می‌توان دامنه لوب کناری را به میزان ۱۴dB (۵ برابر) بهبود بخشید.

۵-۲- آرایه صفحه‌ای

دو آرایه صفحه‌ای کم‌پشت متقارن حول مرکز که هر دو از رقیق‌سازی گوسی یک آرایه دوبعدی 64×64 ، اولی با ۲۱۸ عنصر و دومی با ۴۰۶ عنصر بدست آمده، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در هر دو مورد، $\phi_{pass} = 3/2^\circ$ فرض شده است. در شکل ۵، منحنی حداکثر دامنه لوب کناری بر حسب d_w و در شکل ۶، سیگنال به نویز بهینه بر حسب حداکثر دامنه لوب کناری نشان داده شده است. در اینجا نیز مانند آرایه‌های

چرا که، در غیر این صورت، مؤلفه‌های فرکانس بالای قوی در الگوی پرتو ظاهر می‌شود. در شکل ۷، مقدار وزن‌های آرایه خطی کم‌پشت با $M=64$ عنصر که از رقیق‌سازی آرایه خطی کامل ۱۲۸ عنصری ایجاد شده، آورده شده است. مشاهده می‌شود شبیه‌سازی نیز بحث فوق را تأیید می‌کند.

۲-۶- جهت‌دهی

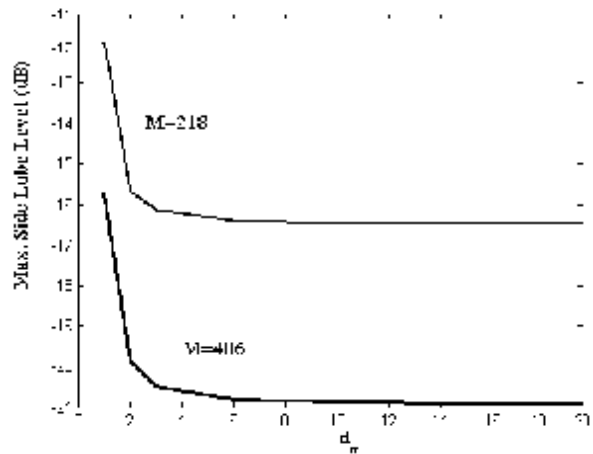
در مسأله طراحی بهینه آرایه، تنها جهت‌دهی روی محور اصلی مورد توجه قرار گرفته است. در صورتی که جهت‌دهی در راستاهای دیگر، غیر از محور اصلی انجام شود می‌توان نشان داد اگر فاصله عناصر درون آرایه مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد پاسخ مسأله طراحی بهینه آرایه، همان پاسخ مسأله روی محور اصلی است. برای اثبات موضوع، فرض می‌شود $p(u)$ تابع الگوی پرتو برای حالت جهت‌دهی شده در زاویه ϕ_0 باشد، در نتیجه:

$$p_{\phi_0}(u) = p(u - u_0) \quad (9)$$

که در آن $p(u)$ تابع الگوی پرتو در حالت جهت‌دهی روی محور اصلی و $u = \sin \phi$ و $u_0 = \sin \phi_0$ است. در این حالت، الگوی پرتو مطلوب دارای این خاصیت است که اولاً $p_{\phi_0}(u_0) = 1$ و ثانیاً $p_{\phi_0}(u)$ به ازای مقادیر u در بازه $(-1, u_0 - u_{\text{pass}}) \cup (u_0 + u_{\text{pass}}, 1)$ حداقل مقدار ممکن را دارد. با توجه به رابطه ۹ این شرایط معادل آن است که $p(u=0) = 1$ و $p(u)$ به ازای مقادیر در بازه $(-1 - u_0, -u_{\text{pass}}) \cup (u_{\text{pass}}, 1 - u_0)$ اما در صورتی که مکان عناصر مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد:

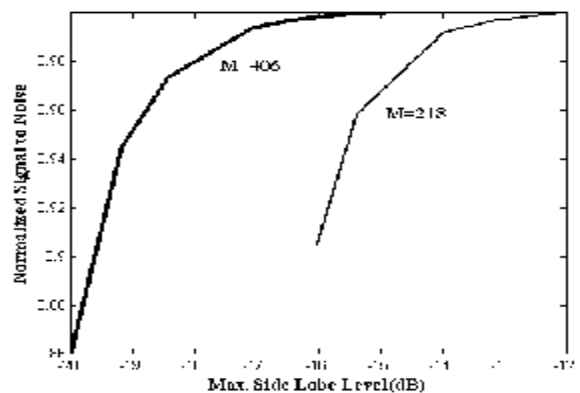
$$p(u) = p(u + 2) \quad (10)$$

بنابراین، حل مسأله در حالت جهت‌دهی معادل حل مسأله با شرط $p(u=0) = 1$ و حداقل‌سازی در بازه $(u_{\text{pass}}, 2 - u_{\text{pass}})$ است که با توجه به اینکه u_{pass} همواره از یک کوچکتر است و مقیدسازی تابع الگوی پرتو در فاصله $u > 1$ لزومی ندارد، مسأله به همان مسأله بهینه‌سازی روی محور اصلی تبدیل می‌شود.



شکل ۵- منحنی تغییرات حداکثر دامنه لوب کناری

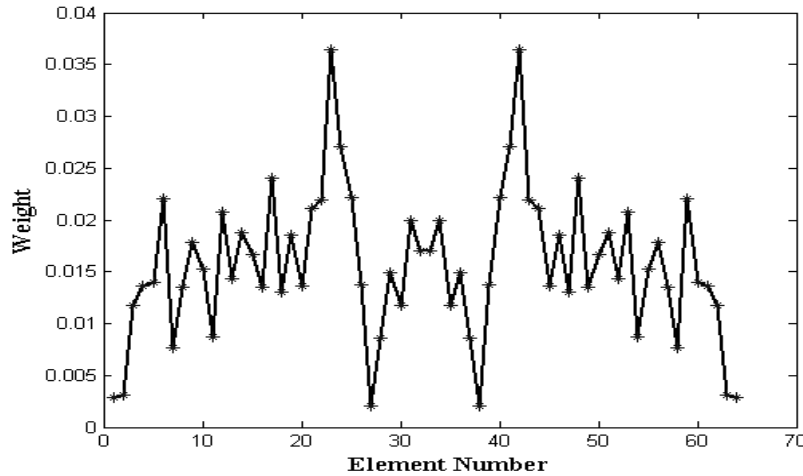
بر حسب d_w برای دو آرایه کم‌پشت صفحه‌ای، $\phi_{\text{pass}} = 3/2^\circ$



شکل ۶- سیگنال به نویز بهینه شده به صورت نرمالیزه بر حسب حداکثر

دامنه لوب فرعی برای دو آرایه کم‌پشت صفحه‌ای، $\phi_{\text{pass}} = 3/2^\circ$

عنصری است که در رقیق‌سازی حذف می‌شود، بنابراین، در الگوی پرتو یک آرایه کم‌پشت، تبدیل فوریه وزن‌های آرایه هنگامی کامل خواهد بود که وزن عناصر حذف شده، صفر در نظر گرفته شود. از طرفی، هدف وزن‌دهی، کاهش دامنه لوب‌های کناری، یا به عبارت دیگر، کاهش دامنه مؤلفه‌های فرکانس بالای تبدیل فوریه وزن‌هاست لذا، تغییرات مقدار وزن از یک عنصر به عنصر مجاور (با احتساب وزن‌های صفر) تا حد ممکن باید کم باشد. نتیجه آنکه، دامنه تغییرات نسبی وزن‌های یک آرایه کم‌پشت، کم خواهد بود و همچنین در نقاطی که رقیق‌سازی شدیدتر اعمال می‌شود (مانند نقاط دور از مرکز آرایه)، اکثر وزن‌ها مقدار کمی خواهند داشت



شکل ۷- مقدار وزن‌های بهینه یک آرایه خطی کم پشت با $M = 64$ که از رقیق‌سازی یک آرایه کامل ۱۲۸ عنصری ایجاد شده است ($\phi_{pass} = 1/5^\circ$).

۳-۶- تمرکزدهی

که در آن سیگنال پوش $A(t)$ ، یک پالس گوسی فرض شده است. حال اگر بسط $s(t-t_n)$ را تا مرتبه اول سری تیلور حول t نوشته شود:

$$s(t-t_n) = (1 + 2at_n t) e^{-j\omega_0 t_n} s(t) \quad (15)$$

با فرض اینکه $t_{\Delta x}$ در مقایسه با طول پالس $A(t)$ کوچک است:

$$s(t-t_n-t_{\Delta x}) \cong (1 + 2at_n t) \exp(-j\omega_0 t_n - j\omega_0 t_{\Delta x}) s(t) \quad (16)$$

و بنابراین، رابطه ۱۱ را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$y(t, \Delta x) = s(t) \cdot \sum_n w_n (1 + 2at_n t) \exp(-j\omega_0 t_n - j\omega_0 t_{\Delta x}) \quad (17)$$

توزیع شدت حول نقطه تمرکز با محاسبه حداکثر مقدار $y(t, \Delta x)$ در طول زمان t به دست می‌آید. اگر t^* زمان وقوع حداکثر y باشد، تابع توزیع شدت حول نقطه تمرکز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p_f(\Delta x) = \sum_n w_n (1 + 2at_n t^*) \times \exp(-j\omega_0 t_n) \exp(j \frac{\omega_0}{c} \sin \phi_n \cdot \Delta x) = \sum_n v_n \exp(j \frac{\omega_0}{c} \sin \phi_n \cdot \Delta x) \quad (18)$$

که در آن:

$$v_n = w_n (1 + 2at_n t^*) \exp(-j\omega_0 t_n) \quad (19)$$

ملاحظه می‌شود در حالت تمرکزدهی، رابطه توزیع شدت و وزن‌ها، رابطه پیچیده‌ای است. در صورتی که، $z_f > D/2$

الگوی پرتو، توزیع شدت پرتو در نقاط دور را توصیف می‌کند، در حالی که، تصویربرداری فراصوت در ناحیه میدان نزدیک با عمل تمرکزدهی انجام می‌شود و توزیع شدت حول نقطه تمرکز، متفاوت از تابع الگوی پرتو است. در این حالت مقدار موج حول نقطه تمرکز را به صورت رابطه ۱۱ می‌توان بیان کرد:

$$y(t, \Delta x) = \sum_n w_n s(t-t_n-t_{\Delta x}) \quad (11)$$

که در آن t_n ، تأخیر تمرکز عنصر n ام؛ $s(t)$ ، سیگنال هر یک از عناصر؛ Δx ، فاصله تا نقطه تمرکز و $t_{\Delta x}$ ، اختلاف زمانی است که در اثر فاصله Δx ایجاد می‌شود. برای یک آرایه خطی به طول D ، اگر محور x در طول آرایه و محور z محور اصلی آن فرض شود و (x_f, z_f) مختصات نقطه تمرکز باشد (شکل ۸):

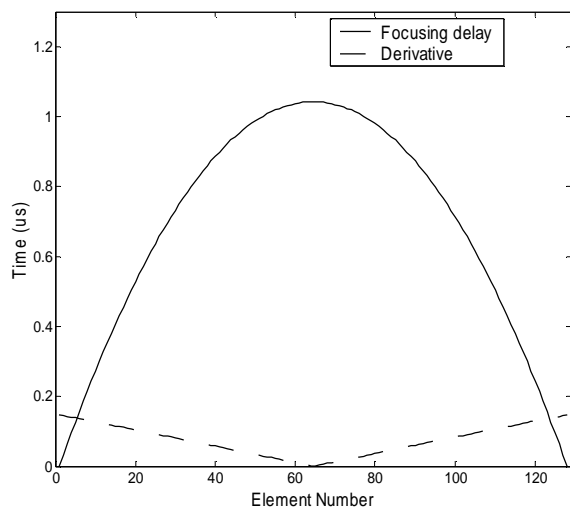
$$t_n = \frac{1}{c} \left(\sqrt{z_f^2 + \left(\frac{D}{2} + |x_f|\right)^2} - \sqrt{z_f^2 + (x_n - x_f)^2} \right) \quad (12)$$

$$t_{\Delta x} \cong -\frac{1}{c} \frac{x_n - x_f}{\sqrt{z_f^2 + (x_n - x_f)^2}} \Delta x = -\frac{1}{c} \sin \phi_n \Delta x \quad (13)$$

در این روابط، x_n ، محل عنصر n ام است و در محاسبه $t_{\Delta x}$ تقریب $\Delta x \ll z_f$ اعمال شده است.

سیگنال $s(t)$ را به صورت یک پالس مدوله شده با فرکانس ω_0 (فرکانس مرکزی تحریک) می‌توان مدل کرد:

$$s(t) = A(t) e^{j\omega_0 t} = e^{-at^2} e^{j\omega_0 t} \quad (14)$$



شکل ۹- منحنی زمان تأخیر تمرکزدهی و مشتق آن

محدود کردن دامنه وزن‌ها، تأثیر کمتری در الگوی پرتو دارد. هم‌چنین در حالتی که هدف، طراحی آرایه‌ای با الگوی پرتو مشخص باشد، می‌توان وزن‌دهی را به گونه‌ای انجام داد که بهترین سیگنال به نویز ایجاد شود. در این حالت، با توجه به نتایج حاصله، با تغییر کمی در مقدار سیگنال به نویز، می‌توان به الگوی مطلوب دست یافت. هم‌چنین با افزایش طول آرایه، تغییرات سیگنال به نویز برای الگوهای مختلف کمتر خواهد بود.

نتایج شبیه‌سازی و بحث‌های تئوری انجام شده هم‌چنین نشان داده است که در آرایه‌های کم‌پشت، برای محدود کردن دامنه لوب‌های کناری، دامنه وزن‌ها نمی‌تواند تغییرات زیادی داشته باشد و بنابراین، حساسیت عناصر تأثیر محسوسی روی مسأله طراحی بهینه وزن‌ها ندارد. علاوه بر این، با مدل‌سازی ساده از تأثیر فرآیند تمرکزدهی روی توزیع شدت موج، این نتیجه حاصل شد که در حالت تمرکزدهی، مسأله طراحی بهینه آرایه به طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر پارامتر حساسیت خواهد بود.

در پایان، ذکر این نکته لازم است که بررسی اثرات تحریک پالسی و نیز عمق تمرکز در توزیع وزن‌ها، نیاز به مطالعات بیشتری دارد. ضمن اینکه، شبیه‌سازی تأثیر هم‌زمان نویز، مبدل و تداخل ناشی از لوب‌های کناری روی کیفیت تصویر، مفید خواهد بود.

باشد، به تقریب می‌توان $\sin \phi_n$ را خطی فرض کرد:

$$\sin \phi_n = k(x - x_f) \quad (20)$$

که در آن، k نسبت تناسب است. به این ترتیب توزیع شدت، تبدیل فوریه v_n خواهد بود. از طرفی، با توجه به رابطه ۱۹، v_n مدوله شده عبارت $w_n(1 + 2a t_n t^*)$ است که در آن، فرکانس مدولاسیون در هر لحظه متناسب با مشتق t_n است. در شکل ۹، منحنی t_n و مشتق آن برای یک آرایه نوعی نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود مشتق t_n در نقاط انتهایی بیشترین مقدار را دارد. این بدین معنی است که مقدار $w_n(1 + 2a t_n t^*)$ در نقاط انتهایی با فرکانس‌های بزرگتری مدوله می‌شود و در نتیجه، برای آنکه مقدار لوب‌های کناری در تابع توزیع شدت، سریع‌تر میرا شود، مقدار w_n در نقاط انتهایی باید کوچک باشد و در مقابل، مقدار آن در نقاط مرکزی می‌تواند بزرگ باشد. نتیجه آنکه در حالت تمرکزدهی با وزن‌های بهینه شده جهت کاهش اثرات لوب‌های کناری، دامنه تغییرات وزن‌ها، بیشتر و مقدار سیگنال به نویز، کمتر خواهد شد و حساسیت مبدل، تأثیر شدیدتری در مسأله طراحی بهینه وزن‌ها خواهد داشت. این تأثیر، با کاهش عمق تمرکز، بیشتر می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

وزن‌دهی عناصر درون یک آرایه، یک روش مؤثر برای کنترل دامنه لوب کناری الگوی پرتو و افزایش وضوح تصویر است، هر چند که، به دلیل حساسیت محدود عناصر، این عمل ممکن است منجر به کاهش سیگنال به نویز و در نتیجه، بدتر شدن کیفیت تصویر شود. یک روش برای کنترل تغییرات سیگنال به نویز و در عین حال، بهره‌گیری نسبی از مزایای وزن‌دهی، محدود کردن دامنه تغییرات وزن‌هاست، ضمن آنکه این عمل، پیاده‌سازی سیستم شکل‌دهنده پرتو را ساده‌تر می‌کند. در این تحقیق، نشان داده شد اعمال محدودیت روی دامنه تغییرات وزن‌ها، تنها در شرایط محدودیت خیلی شدید، روی الگوی پرتو بهینه تأثیر دارد، مقدار این تأثیر تابع طول آرایه و نیز پهنای لوب اصلی است به این صورت که، هر چه پهنای لوب اصلی کمتر باشد،

- [7] O'Neill DJ; Element placement in thinned arrays using genetic algorithms; Proc IEEE Int Con Oseans; Vol II, 1994: 301-306.
- [8] Boni C, Richard M, Barbarossa S; Optimal configuration and weighting of nonuniform arrays according to a maximum ISLR criterion; IEEE Int Conf Acoust, Speech, Sign Proc; Vol V, 1994: 157-160.
- [9] Cardone G, Cincotti C, Gori P, Pappalardo M; Optimization of wideband linear arrays; IEEE Trans Ultrason, Ferroelect, Freq Contr, 2001; 48(4): 943-952.
- [10] Trucco A; Synthesizing wide-band sparse array by simulated annealing; Proc MTS/IEEE Conference and Exhibition on OCEANS, 2001; 2: 989-994.
- [11] Cardone G, Cincotti C, Gori P, Pappalardo M; Design of wide-band arrays for low side-lobe level beam patterns by simulated annealing; IEEE Trans Ultrason, Ferroelect, Freq Contr, 2002; 49(8): 1050-1059.
- [12] Cox H, Zenskind R, Koj T; Practical supergain; IEEE Trans Acoust Speech, Sign Proc, 1986; 34(3):393-398.
- [13] Rao SS; Optimization, Theory and Applications; Wiley Eastern Limited; 1984.
- [14] Optimization Toolbox of MATLAB, Mathworks Inc; 2002.
- [1] Hedrick WR, Hykes DL, Starchman DE; Ultrasound Physics and Instrumentation; Mosby-Year Book, Inc; 1995.
- [2] Jensen JA; Ultrasound imaging and its modeling; Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves; Springer Verlag Inc; 2000.
- [3] Holm S, Elgetun B; Optimization of the beam pattern of 2D sparse arrays by weighting; Proc IEEE Int Ultrasonics Symposium; Seattle, Washington, November 1995: 1345-1348.
- [4] Smith SW, Davidsen RE, Emery CD, Goldberg RL, Light ED; Update on 2D array transducers for medical ultrasound; Proc IEEE Int Ultrasonics Symposium; Seattle, Washington, November 1995: 1273-1278.
- [5] Trucco A; Thinning and weighting of large planar arrays by simulated annealing; IEEE Trans Ultrason, Ferroelect, Freq Contr 1999; 46(2): 347-355.
- [6] Holm S, Elgetun B, Dahl G; Properties of the beam pattern of weight and layout - optimized sparse arrays; IEEE Trans Ultrason, Ferroelect, Freq Contr 1997; 44 (5): 983-991.