

## **Blood Glucose Regulation using Fractional Order Sliding Mode Control for Type 1 Diabetes Patients**

**H. Heydarinejad<sup>1</sup>, H. Delavari<sup>2,\*</sup>**

<sup>1</sup>MSC Student, Electrical Engineering Department, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

<sup>2</sup>Assistant Professor, Electrical Engineering Department, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran

Receipt in the online submission system: 17 July 2016, received in revised form: 7 November 2016, accepted: 15 February 2017

---

### **Abstract**

The patients with Type 1 diabetes need strict blood glucose level control because the body's production and use of insulin are impaired and hence this increases the blood glucose level. In this paper, a fractional order sliding mode control and an adaptive fractional order sliding mode control are proposed to regulate the blood glucose in the presence of the parameter variations and meal disturbance. The Bergman minimal model is used to design the proposed controllers. The proposed controllers are appropriate for making the insulin delivery pumps in closed loop control of diabetes. The proposed controllers attenuate the effect of chattering. The fractional adaptive sliding mode control makes the controller immune to disturbance and uncertainties and the fractional calculus provides robustness performance. Finally the results are compared with some other methods such as backstepping sliding mode control and fractional order sliding mode control methods. Simulation results show that the proposed controllers are able to reject both uncertainties and disturbance with a chattering free control law.

**Key words:** *Blood glucose regulation, Bergman minimal model, Fractional calculus, sliding mode control, Lyapunov stability Theorem, Adaptive control*

---

\* Corresponding author

**Address:** Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran, 65155  
**Tel:** +98-81-38411523  
**Fax:** +98-81-38411523  
**E-mail:** [delavari@hut.ac.ir](mailto:delavari@hut.ac.ir)

## تنظیم گلوکز خون با استفاده از کنترل مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی در بیماران دیابتی نوع ۱

حمید حیدری نژاد<sup>۱</sup>، هادی دلاوری<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، گروه کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

<sup>۲</sup> استادیار، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

تاریخ ثبت در سامانه: ۱۳۹۵/۴/۲۷، بازنگری: ۱۳۹۵/۸/۱۷، پذیرش قطعی: ۱۳۹۵/۱۱/۲۷

### چکیده

بیماران دیابت نوع ۱ نیاز به کنترل پیوسته و دقیق گلوکز خون دارند زیرا تولید و مصرف انسولین در بدن آنها دچار اختلال شده و در نتیجه سطح گلوکز خون افزایش می یابد. در این مقاله کنترل کننده های مدلغزشی مرتبه کسری و مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای پایداری مقاوم سطح گلوکز خون در بیماران دیابتی نوع ۱ در حضور اغتشاشات متعدد و نامعینی های پارامتری پیشنهاد شده است. کنترل کننده های پیشنهادی بر اساس مدل مینیمال برگمن طراحی شده اند. ساختار کنترل کننده پیشنهادی برای ساخت پمپ های تزریق انسولین در کنترل حلقه بسته دیابت مناسب است و همچنین اثر چترینگ را حذف می کند. کنترل کننده مدلغزشی تطبیقی، کنترل کننده را در مقابل اغتشاشات و نامعینی ها حفاظت می کند و حسابان مرتبه کسری عملکرد مقاوم را فراهم می نماید. در نهایت نتایج با برخی روشهای دیگر از جمله کنترل کننده های مدلغزشی پسگام، مدلغزشی پسگام مرتبه کسری و نوعی دیگر از کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی مقایسه می شود. شبیه سازی ها نشان می دهد که کنترل کننده پیشنهادی در حذف نامعینی ها و اغتشاشات موفق بوده و سیگنال کنترل با حذف چترینگ همراه است.

**کلیدواژه ها:** تنظیم گلوکز خون، مدل مینیمال برگمن، حسابان مرتبه کسری، کنترل مدلغزشی، تئوری پایداری لیاپانوف تعمیم یافته، کنترل تطبیقی

\*نویسنده مسئول

نشانی: گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران، ۶۵۱۵۵

تلفن: ۳۸۴۱۱۵۲۳ (۸۱) ۰۹۸+

دورنگار: ۳۸۴۱۱۵۲۳ (۸۱) ۰۹۸+

پست الکترونیکی: delavari@hut.ac.ir

## ۱- مقدمه

عدم توانایی بدن در تنظیم سطح گلوکز خون را دیابت می نامند. با توجه به سرعت گسترش آن تخمین زده شده است که در سال ۲۰۳۰ تعداد بیماران دیابتی به حدود ۴۰۰ میلیون نفر برسد [1]، در دیابت نوع ۱ پانکراس شخص بیمار به طور کلی توانایی ترشح انسولین خود را از دست داده و میانگین سطح گلوکز خون بیمار افزایش می یابد، دیابت نوع ۱ به دیابت وابسته به انسولین مشهور است زیرا تنها راه درمان آن تزریق روزانه چند نوبت انسولین می باشد. تزریق غیر اتوماتیک (حلقه باز) انسولین معایب بسیاری را به دنبال دارد به طوری که شخص بیمار را محدود ساخته و کیفیت زندگی او را کاهش می دهد و علاوه بر آن مخاطرات بیماری را برای شخص بیمار دو چندان می نماید زیرا شخص بیمار اطلاع دقیقی از دوز، زمان و میزان تزریق انسولین ندارد. تزریق اتوماتیک انسولین (حلقه بسته) میتواند مشکلات و محدودیت های بیمار را کاهش دهد و سطح رفاه بیمار را افزایش دهد و او را به زندگی روزمره باز گرداند. سنسورهای اندازه گیری سطح گلوکز خون و پمپ های تزریق زیر پوستی انسولین ابتدایی ترین ابزار در جهت تحقق تزریق اتوماتیک انسولین می باشد به علاوه نیاز به یک الگوریتم در جهت تعیین اتوماتیک میزان و دوز تزریق انسولین می باشد که مهمترین بخش تزریق اتوماتیک انسولین است. تاکنون تلاش های زیادی در جهت کنترل حلقه بسته سطح گلوکز خون انجام شده است که از جمله آنها می توان به موارد زیر اشاره نمود. روش های کنترل حلقه بسته جهت تنظیم گلوکز خون بیماران دیابتی نوع ۱ عمدتاً بر اساس روش های بر پایه مدل و روشهای بر پایه داده های تجربی صورت می پذیرد. روشهای بر پایه داده های تجربی به شناسایی پارامترهای مدل از داده های گلوکز- انسولین بیمار پرداخته و نتایج حاصل شده عمدتاً با اعمال کنترل کننده های PID بدست آمده است [2]. در مقاله [3] کنترل کننده تناسبی - انتگرال - مشتق (PID) مرتبه کسری برای کنترل گلوکز خون در بیماران دیابتی و با استفاده از مدل مینیمال افزوده شده طراحی شده است که مزیت اصلی آن نسبت به کنترل کننده PID [4] عدم حساسیت نسبت به تغییرات پارامترها می باشد و عدم اثبات پایداری کنترل کننده از نقاط ضعف آن می باشد. یک روش جدید برای تنظیم گلوکز خون در بیماران دیابتی نوع ۱ استفاده از کنترل کننده فازی بر اساس استنتاج تاکاگی -

سوگنو - کانگ<sup>۱</sup> برای مدل گلوکز - انسولین سورنسن<sup>۲</sup> طراحی شده است از مزایای این روش یادگیری برخط کنترل کننده برای مقابله با اغتشاش بدون نیاز اطلاعات فراوان در مورد اغتشاش انجام می گیرد [1]. کنترل کننده مدل پیش بین خطی و غیر خطی در [5] ارائه شده که برای مدل گلوکز - انسولین پارکر<sup>۳</sup> طراحی شده است، کنترل کننده های مدل پیش بین توانایی عملکرد مناسب در حضور تاخیر های بزرگ را داشته و می توان قیود موجود در حالت های سیستم گلوکز - انسولین را در کنترل کننده اعمال نمود اما کنترل کننده مدل پیش بین معایبی نیز به همراه دارند که از جمله آنها می توان به، نیاز تخمین حالت ها، نیاز به اطلاعات زیاد جهت پیش بینی و نیاز به خطی سازی مدل برای طراحی کنترل کننده اشاره نمود [5]. روش کنترل بهینه غیر خطی با استفاده از فیدبک هوشمند شبکه های عصبی در [6] ارائه شده است این روش با استفاده از مدل مینیمال برگمن طراحی و شبیه سازی شده است از مزایای این روش مقاومت در مقابل شرایط اولیه مختلف و مقابله با نامعینی پارامتری می توان اشاره نمود [6]. ترکیب روش های کنترل فازی با روش های پیش بین با استفاده از شبکه عصبی برای کنترل هوشمند گلوکز خون در بیماران دیابتی در مقاله [7] پیشنهاد شده است، عدم نیاز به هیچ گونه اطلاعاتی از بیمار برای تنظیم کنترل کننده و تخمین انسولین در خون (IOB<sup>۴</sup>) در جهت جلوگیری از کمبود گلوکز خون از مزایای مهم این روش به شمار می رود اما از معایب عمده این روش عدم اثبات پایداری می باشد [7]. روشهای خطی سازی فیدبک و کنترل مقاوم  $H_{\infty}$  [8] با هدف کنترل گلوکز خون با وجود اغتشاشات خارجی برای مدل مرتبه کسری مینیمال برگمن طراحی شده است مدل مرتبه کسری برگمن تا کنون اعتبار سنجی مناسبی نشده است [8]. کنترل کننده PD ترکیبی تطبیقی برای تنظیم گلوکز خون در بیماران دیابتی نوع ۱ برای دوره پس از مصرف غذا طراحی شده است مزیت این روش در سادگی پیاده سازی و محاسبه انسولین موجود در بدن برای جلوگیری از کمبود گلوکز خون می باشد [9]. کنترل مد لغزشی یک روش قدرتمند است که برای کنترل سیستم

<sup>۱</sup> Takagi-Sugeno-Kang (TSK)<sup>۲</sup> Sorensen<sup>۳</sup> Parker<sup>۴</sup> Insulin on board

ها با وجود اغتشاشات بزرگ و نامعینی های پارامتری پیشنهاد شده است، در [10] و [11] روش کنترل مد لغزشی مرتبه بالا<sup>۱</sup> برای تنظیم گلوکز خون استفاده شده است که از مزایای آن مقاومت روش در مقابل اغتشاشات بزرگ و نامعینی های پارامتری می باشد بعلاوه اثبات پایداری این روش ها نیز انجام شده است. در [12] کنترل مد لغزشی مرتبه بالا فازی تطبیقی استفاده شده است که سبب افزایش مقاومت روش گردیده است [12]. در [13] کنترل مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم گلوکز انسولین طراحی شده است که در مقابل اغتشاشات عملکرد مقاومی دارد و در [14] روش کنترلی پیشنهادی مبتنی بر روش پسگام برای سیستم گلوکز انسولین طراحی شده که اثبات پایداری این روش با استفاده از روش نوین تئوری پایداری لیاپانوف تعمیم یافته صورت گرفته و عملکرد خوبی در برابر اغتشاشات دارد. در قسمت بحث و نتیجه گیری مشخصاً به تفاوتها و مزایای مقاله حاضر با مراجع [13]، [14] پرداخته می شود.

با توجه به ماهیت تاخیردار بودن سیستم گلوکز - انسولین روش تطبیقی مدل مرجع و پیش بین اسمیت اصلاح شده [15] برای تنظیم سطح گلوکز خون ارائه شده است مزیت این روش استفاده از سیمولاتور GIM می باشد که شبیه ساز مدل هورورکا<sup>۲</sup> می باشد، اما به دلیل مشکلاتی مانند غیر خطی و متغیر با زمان بودن مدل ها، مشکلات موجود در شناسایی پارامترهای مدل، نامعینی های پارامتری و ساختاری، اغتشاشات بزرگ، نویز و تاخیرهای موجود در سیستم، تاکنون امکان تجاری سازی این روش وجود نداشته است. روش کنترل مد لغزشی یک روش مقاوم در برابر اغتشاشات، نامعینی های پارامتری و ساختاری می باشد و برای افزایش مقاومت روش مد لغزشی می توان کنترل کننده های مد لغزشی مرتبه کسری (FOSMC<sup>۳</sup>) را مدنظر قرار داد. کنترل کننده های مرتبه کسری مزایای فراوانی نسبت به کنترل کننده های مرتبه صحیح هم تراز خود دارند که مقاوم بودن و افزایش پارامترهای تنظیم کنترل کننده از جمله آنهاست.

مدل های دینامیکی زیادی تاکنون برای بیماری دیابت نوع ۱ ارائه شده است، که برخی از مدل های تنها جهت شبیه سازی بیماری دیابت نوع ۱ ارائه شده اند و برخی دیگر از مدل جهت

طراحی کنترل کننده ابداع شده اند، از جمله مدل بیماری دیابت نوع ۱ جهت طراحی کنترل کننده می توان به مدل مینیمال برگمن<sup>۴</sup>، مدل دالامن<sup>۵</sup>، مدل هورورکا و مدل سورنسن<sup>۶</sup> اشاره کرد. مدل مینیمال برگمن مزایا و اعتبار به مراتب بهتری نسبت به مدل های دیگر دارد که با درجه کمتر توانسته مدل سازی بهتری از بیماری دیابت نوع ۱ را ارائه دهد [16] [17] اعتبار این مدل براساس معیار های IVGTT<sup>۷</sup> و OGTT<sup>۸</sup> در آزمایشگاه های Vivo و silico مورد بررسی قرار گرفته است [16] [17]. مزیت اصلی این مدل در توانایی تخمین پارامترهای فیزیولوژیکی است به طوری که با حداقل اطلاعات کلینیکی (غلظت گلوکز خون و پلاسمای انسولین خون بیمار) شناسایی و تخمین پارامترها انجام می گیرد. در [16] و [17] مدل های بیان شده در فوق تحلیل و بررسی شده اند. روش های مختلفی جهت تشخیص بیماری دیابت نوع ۱ وجود دارد که از جمله آنها می توان به اندازه گیری دوره ای گلوکز خون اشاره کرد که سخت و زمان بر می باشد که برای حل مشکلات این روش می توان از روش مدلسازی در جهت تشخیص بیماری دیابت نوع ۱ استفاده نمود که جزئیات آن در [18] ذکر شده است. از نوآوری های انجام شده در این مقاله می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ارائه یک سطح لغزش مرتبه کسری جدید
- مقاوم بودن کنترل کننده پیشنهادی در برابر اغتشاشات و نامعینی های پارامتری
- محاسبه قوانین تطبیق مرتبه کسری
- عدم محدودیت در دانستن حد بالای اغتشاشات در کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی
- اثبات پایداری کنترل کننده های پیشنهادی با استفاده از تعمیم جدید تئوری لیاپانوف برای سیستم های مرتبه کسری
- در نظر گرفتن دینامیک پمپ تزریق انسولین زیر پوستی

اثبات پایداری از مهمترین بخش های طراحی یک کنترل کننده برای فرآیند تنظیم گلوکز خون بیماران دیابتی است و

<sup>۴</sup> Bergman minimal model

<sup>۵</sup> Dalla man

<sup>۶</sup> Sorensen

<sup>۷</sup> Intravenous Glucose Tolerance Test

<sup>۸</sup> Oral Glucose Tolerance Test

<sup>۱</sup> High order sliding mode control

<sup>۲</sup> Hovorka

<sup>۳</sup> Fractional order sliding mode control

## ۲-۲- حسابان مرتبه کسری

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه های گوناگون علمی دارد، به خصوص در دهه اخیر کاربرد کنترل مرتبه کسری در مهندسی کنترل به عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین المللی مطرح شده است [19]. اخیراً دانشمندان نشان داده اند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده های گوناگون را مناسب تر از مرتبه صحیح آن مدل کنند [19]. پرکاربردترین و مهمترین تعاریف برای مشتق و انتگرال مرتبه کسری عبارت است از گرانوالد-لتنیکوف<sup>۱</sup>، ریمان - لیوییل<sup>۲</sup> و کاپوتو<sup>۳</sup> می باشد [20]. در طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری از مشتق و انتگرال مرتبه کسری با تعریف کاپوتو استفاده شده است [20].

تعریف ۱: رابطه (۲) تعریف مشتق مرتبه کسری کاپوتو را نشان می دهد [20]:  $(m - 1 < \alpha < m \in Z)$

$${}^c D_{t^+}^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(m - \alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{m-\alpha-1} x^{(m)}(\tau) d\tau \quad (2)$$

که  ${}^c D_{t^+}^\alpha x(t)$  مشتق مرتبه  $\alpha$  تابع  $x(t)$  با تعریف کاپوتو در بازه زمانی صفر تا  $t$  را نشان می دهد [20].

تعریف ۲: انتگرال مرتبه کسری به صورت (۳) بیان میگردد:

$$D_{0,t^-}^{-\alpha} x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} x(\tau) d\tau \quad (3)$$

تعریف ۳: برخی از خواص مهم تعریف حسابان مرتبه کسری کاپوتو که در ادامه از آن استفاده خواهد شد، به شرح زیر است [21]:

$${}^c D_{t^+}^\alpha D_{0,t^-}^{-\alpha} x(t) = x(t) \quad \text{for } m=1 \quad (4)$$

$$D_{0,t^-}^{-\alpha} {}^c D_{t^+}^\alpha x(t) = x(t) - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^k}{k!} x^{(k)}(0) \quad (5)$$

$${}^c D_{t^+}^\alpha {}^c D_{t^+}^n x(t) = {}^c D_{t^+}^{\alpha+n} x(t) \quad n \in N \quad (6)$$

$$L\{{}^c D_{t^+}^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} x^{(k)}(0) \quad (7)$$

با وجود آن تضمین خواهد شد که کنترل کننده پیشنهادی برای بیماران آسیبی به دنبال نخواهد داشت، اثبات پایداری کنترل کننده پیشنهادی با بهره گیری از تئوری جدید لیاپانوف تعمیم یافته برای سیستم مرتبه کسری انجام شده است.

## ۲- مواد و روشها

مدل دینامیکی مورد استفاده برای طراحی کنترل کننده و شبیه سازی های مورد نظر می بایست مدلی مناسب و دارای اعتبار کافی در آزمایشگاه های بزرگ دنیا باشد، به همین دلیل از مدل مینیمال برگمن استفاده شده است. طراحی کنترل کننده مقاوم غیر خطی با استفاده از تئوری های مدلغزشی، حسابان مرتبه کسری، فضایی پایداری لیاپانوف و مدلغزشی مرتبه کسری انجام شده است.

### ۲-۱- مدل مینیمال برگمن

مدل برگمن یک مدل غیر خطی است که رابطه بین گلوکز - انسولین را تشریح می نماید و از دیدگاه معیار IVGTT نیز دارای ارزش و اعتبار است، این مدل در ابتدا توسط گروه آکرمن ابداع شد [17]. مزیت عمده این مدل، سادگی ساختار، توانایی تخمین پارامترهای فیزیولوژیکی مدل با استفاده از گلوکز خون و انسولین پلاسما که این داده ها با استفاده از اطلاعات کیلینیکی به دست می آید. اصلاحات زیادی بر روی مدل اصلی انجام شد که از جمله مهمترین آنها می توان به اضافه شدن تزریق انسولین زیر پوستی برای کنترل سطح گلوکز خون در مدل مینیمال برگمن اشاره نمود. معادلات مدل مینیمال برگمن در (۱) ارائه شده است [17]:

$$\begin{aligned} \dot{B}_1(t) &= -(p_1 + B_2(t))B_1(t) + p_1 G_b \\ &\quad + D(t) \\ \dot{B}_2(t) &= -p_2 B_2(t) + p_3 (B_3(t) - I_b) \\ \dot{B}_3(t) &= -n(B_3(t) - I_b) \\ &\quad + \gamma t [B_1(t) - h]^+ + u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

که  $B_1(t)$  نشان دهنده میزان غلظت گلوکز خون و  $B_2(t)$  نشان دهنده تاثیر انسولین بر روی گلوکز می باشد و  $B_3(t)$  غلظت انسولین خون می باشد. یکی از دلایلی که باعث موفقیت مدل مینیمال در کاربرد های کیلینیکی شده است توانایی شناسایی پارامترهای سیستم می باشد.  $u(t)$  سیگنال کنترل می باشد که انسولین خارجی را به سیستم اعمال میکند. پارامترهای مدل مینیمال برگمن در [16] آمده است.

<sup>۱</sup> Grunwald-Letnikov

<sup>۲</sup> Riemann-Liouville

<sup>۳</sup> Caputo

گیری از (۹) و جایگذاری آن در مشتق مرتبه کسری سطح لغزش (۱۰) و اعمال خاصیت (۵) به صورت زیر در می آید:

$${}^c_0D_t^\alpha S(t) = \ddot{e}(t) + {}^c_0D_t^\alpha (\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e) = 0 \quad (3)$$

با جایگذاری (۸) در (۱۱)، به صورت زیر می توان سیگنال کنترل را در معادلات ظاهر نمود:

$$\begin{aligned} \varphi_B(B, t) - p_3 B_1(t) u(t) \\ = -{}^c_0D_t^\alpha (\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e) \end{aligned} \quad (4)$$

سیگنال کنترل به صورت زیر استخراج خواهد شد:

$$u_{eq}(t) = (p_3 B_1(t))^{-1} \left( \varphi_B(B, t) + {}^c_0D_t^\alpha (\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e) \right) \quad (5)$$

به منظور مقابله با اغتشاشات و نگه داشتن حالت ها بر روی سطح لغزش  $u_{sw}(t)$  به صورت (۱۴) پیشنهاد می شود:

$$u_{sw}(t) = (p_3 B_1(t))^{-1} (k_1 S + k_2 \tanh(S)) \quad (6)$$

سیگنال کنترل کل (۱۵) که به سیستم گلوکز - انسولین اعمال می گردد مجموع (۱۳) و (۱۴) می باشد:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_{sw}(t) \quad (7)$$

با توجه به بکارگیری مشتقات مرتبه کسری در طراحی کنترل کننده پیشنهادی و استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری در (۱۰)، تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته پیشنهادی با استفاده از تئوری های جدید توسعه یافته پایداری لیاپانوف انجام می شود. از این رو در اثبات تئوری ۱، از قضایای جدید توسعه یافته پایداری لیاپانوف برای سیستم های مرتبه کسری که در مراجع [22] [23] [24] ارائه شده، استفاده خواهد شد که در آنها به تفصیل پیرامون این تئوری ها و لم ها بحث شده است.

**تئوری ۱:** سیستم گلوکز - انسولین با مدل مینیمال برگمن (۱) تحت کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری (قانون کنترل (۱۵) اعمال شده به سیستم مذکور) پایدار مجانبی خواهد شد.

**اثبات:** به منظور اثبات پایداری با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف، یک تابع لیاپانوف معین مثبت و پیوسته به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (8)$$

در اثبات پایداری سیستم گلوکز - انسولین با کنترل کننده های پیشنهادی به دلیل استفاده از سطح لغزش مرتبه کسری امکان استفاده از قضایای عمومی لیاپانوف برای اثبات پایداری سیستم تحت کنترل کننده های پیشنهادی وجود ندارد به همین دلیل از روش جدیدی که برای اثبات پایداری سیستم های مرتبه کسری در مراجع [22]، [23] و [24] ارائه شده است، استفاده خواهد شد. در مقالات مذکور قوانین پایداری لیاپانوف برای سیستم های مرتبه صحیح تعمیم داده شده و در نتیجه می توان از نتایج این مقالات برای اثبات پایداری سیستم های مرتبه کسری ایده گرفت.

## ۳-۲- طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری

کنترل مد لغزشی یک روش مقاوم غیرخطی است [25] که ترکیب آن با حسابان مرتبه کسری می تواند خاصیت مقاوم بودن روش را افزایش دهد به همین رو این روش مدنظر قرار گرفته است، برای طراحی کنترل کننده از مدل مینیمال برگمن (۱) استفاده شده است رابطه استاندارد شده مدل مینیمال برگمن جهت طراحی کنترل کننده پیشنهادی در (۸) آمده است که درجه نسبی مدل را نیز تعیین می کند:

$$B_1^{(3)}(t) = \varphi_B(B, t) - p_3 B_1(t) u(t) \quad (8)$$

عبارت  $\varphi_B(B, t)$  تابعی غیرخطی است که جزئیات آن در [10] بیان شده است. هدف طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای مدل مینیمال برگمن، تنظیم سطح گلوکز خون بیمار بر روی سطح گلوکز خون مطلوب (سطح مرجع) تحت اغتشاشات بزرگ و نامعینی های پارامتری و ساختاری می باشد. خطای سیستم به صورت زیر تعریف می شود:

$$e(t) = B_1(t) - G_d \quad (1)$$

$G_d$  مقدار مطلوب سطح گلوکز خون بیمار، یک سطح لغزش مرتبه کسری جدید به صورت (۱۰) پیشنهاد می شود:

$$S(t) = {}^c_0D_t^{-\alpha} \ddot{e}(t) + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e \quad (2)$$

از (۱۰) مشتق مرتبه کسری  ${}^c_0D_t^\alpha$  را بر اساس خاصیت (۴) گرفته و با قرار دادن  ${}^c_0D_t^\alpha S(t) = 0$  و با سه مرتبه مشتق

با بهره گیری از خاصیت (۷) و با در نظر گرفتن  $q = 3 - \alpha$  می توان رابطه (۱۰) را به صورت رابطه (۲۱) بازنویسی نمود و با استفاده از قضایای موجود در تئوری لاپلاس می توان از (۲۱) تبدیل لاپلاس گرفت:

$$E(s) = \frac{(s^{q-1}e(0) + s^{q-2}\dot{e}(0)) + s^{q-3}\ddot{e}(0) + \lambda_1 e(0)}{s^q + \lambda_1 + \lambda_2} \quad (14)$$

با اعمال قضیه مقدار نهایی به (۲۲) پایداری دینامیک سطح لغزش اثبات خواهد شد:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad (15)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{(s^{q-1}e(0) + s^{q-2}\dot{e}(0)) + s^{q-3}\ddot{e}(0) + \lambda_1 e(0)}{s^q + \lambda_1 + \lambda_2} \right] = 0$$

بدین ترتیب در این مقاله اثبات شد که  $e(\infty) = 0$  و در نتیجه دینامیک سطح لغزش مرتبه کسری پایدار است.

#### ۴-۲- طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری

##### تطبیقی

کنترل کننده های تطبیقی عملکرد خوبی در مقابل با نامعینی ها در برخی سیستم ها از خود نشان می دهند [27]. در بیماران دیابتی نوع ۱ مصرف مواد غذایی باعث افزایش سطح گلوکز خون خواهد شد که در سیستم به اصطلاح گلوکز - انسولین این عمل به عنوان یک اغتشاش برای سیستم محسوب می گردد در کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری طراحی ها برای اغتشاشات با دامنه محدود انجام شده است اما به دلیل اینکه در بیماران دیابتی نوع ۱ اغتشاشات نامشخص بوده و حد بالای آن ها مشخص نیست، لذا در ادامه طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی (AFOSMC) برای مقابله با این مشکل ارائه می گردد. مهمترین مزیت کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی مقاومت در برابر اغتشاشات با دامنه نامشخص می باشد. بدین منظور ضرایب  $k_1$  و  $k_2$  در قانون کنترل سوئیچینگ (۱۴) بصورت تطبیقی محاسبه خواهند شد.

لم ۱: قوانین تطبیق برای ضرایب سیگنال کنترل به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$\begin{aligned} {}_0^c D_t^\alpha \hat{k}_1 &= \gamma_1 S^2 \\ {}_0^c D_t^\alpha \hat{k}_2 &= \gamma_2 S \tanh(S) \end{aligned} \quad (16)$$

اثبات پایداری سیستم با استفاده از تئوری جدید لیانوف تعمیم یافته برای سیستم های مرتبه کسری به صورت زیر پیشنهاد می شود. از رابطه (۱۶) مشتق مرتبه کسری گرفته و به صورت زیر بازنویسی می شود:

$${}_0^c D_t^\alpha V = \frac{1}{2} {}_0^c D_t^\alpha S^2 \leq S {}_0^c D_t^\alpha S \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۱۱) در (۱۷) داریم:

$$\begin{aligned} {}_0^c D_t^\alpha V &\leq S {}_0^c D_t^\alpha S \\ &= S(\ddot{e}(t) + {}_0^c D_t^\alpha(\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e)) \\ &= S(B_1^{(3)}(t) + {}_0^c D_t^\alpha(\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e)) \\ &= S(\varphi_B(B, t) - p_3 B_1(t)u(t) + {}_0^c D_t^\alpha(\lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e)) \end{aligned} \quad (10)$$

با جایگذاری قانون کنترل طراحی شده (۱۵) که بر مبنای کنترل مدلغزشی مرتبه کسری محاسبه شده است در (۱۸) و ساده سازی آن، رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$${}_0^c D_t^\alpha V \leq -k_1 S^2 - k_2 S \tanh(S) \quad (11)$$

بر اساس تئوری پایداری لیانوف تعمیم یافته برای اثبات پایداری مجانبی سیستم گلوکز انسولین با مدل مذکور و کنترل کننده پیشنهادی، می بایست عبارت  ${}_0^c D_t^\alpha V$  از منفی یک تابع کلاس K کوچکتر باشد. از آنجایی که در رابطه (۱۶) ضرایب  $k_1$  و  $k_2$  ثابت و مثبت می باشد و عبارت  $S^2$  نیز همواره مثبت است و با توجه به اینکه علامت عبارت  $S \tanh(S)$  نیز با استفاده از نتایج موجود در [26] همواره مثبت است. در نتیجه

$${}_0^c D_t^\alpha V \leq -k_1 |S^2| - k_2 |S \tanh(S)| \leq 0 \quad (12)$$

لذا پایداری مجانبی سیستم گلوکز - انسولین با مدل مینیمال برگمن (۱) تحت کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری پیشنهادی، در تئوری ۱ به اثبات رسید. در ادامه در تئوری ۲ اثبات پایداری خود سطح لغزش ارائه می شود.

**تئوری ۲:** دینامیک سطح لغزش مرتبه کسری (۱۰) که اساس طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری می باشد، پایدار مجانبی است و در نهایت به صفر همگرا خواهد شد.

**اثبات:** رابطه (۱۰) را مساوی صفر قرار داده و با استفاده از تبدیل لاپلاس و قضیه مقدار نهایی اثبات می شود که سطح لغزش پایدار بوده و به صفر همگرا خواهد شد. در نتیجه:

$$S(t) = {}_0^c D_t^q e(t) + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_2 e = 0 \quad (13)$$

<sup>1</sup>Adaptive fractional order sliding mode control

### ۳- یافته ها و بحث

کنترل کننده های پیشنهادی با استفاده از نرم افزار قدرتمند Matlab شبیه سازی شده اند که نتایج شبیه سازی های کامپیوتری صحت ادعاهای بیان شده در تحلیل های تئوری فوق را تایید می نماید. تزریق اتوماتیک انسولین با استفاده از پمپ تزریق انجام می گیرد. در شبیه سازی ها به دلیل نزدیکی هرچه بیشتر به شرایط واقعی رابطه دینامیکی پمپ انسولین در نظر گرفته شده است [28]. وعده های غذایی برای فرآیند گلوکز- انسولین به عنوان یک اغتشاش شناخته می شود رابطه اغتشاش وارد شده به سیستم در اثر یک وعده غذایی به صورت یک تابع نمایی در نظر گرفته خواهد شد [10]. مقادیر عددی پارامترها برای مدل مینیمال برگمن برای هر بیمار دیابتی نوع ۱ متفاوت و مختلف است، مقادیر عددی پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی ها به شرح جدول (۱) می باشد. در نهایت پاسخ کنترل کننده های پیشنهادی با کنترل کننده مد لغزشی پسگام (BSMC<sup>۱</sup>) [28]، کنترل کننده مد لغزشی پسگام مرتبه کسری (FOBSMC<sup>۲</sup>) [14]، نوع دیگری از کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری (AFO-SMC) [13] مقایسه خواهد شد. اگر چه اساس کنترل کننده [13] با کنترل کننده طراحی شده در مقاله حاضر مشابه بنظر می رسد به طوری که در هر دو مقاله از تئوری کنترل مد لغزشی و حسابان مرتبه کسری استفاده شده است اما مقاله حاضر تفاوت های فاحشی در موارد زیر با [13] دارد که در ادامه به طور مختصر به برخی از این تفاوت ها در مباحث تئوری اشاره می شود:

۱- سطح لغزش [13] مرتبه ۲ بوده و در آن از مشتق مرتبه کسری استفاده شده است و در سطح لغزش (۱۰) در مقاله حاضر مرتبه ۳ بوده و در آن از انتگرال مرتبه کسری استفاده شده است.

۲- قانون کنترل معادل<sup>۳</sup> در [13] با استفاده از روش معمول و با اعمال قانون  $\dot{S}(t) = 0$  محاسبه شده است، اما در مقاله حاضر از روش نوینی که برای سیستم های مرتبه کسری مناسب تر می باشد استفاده شده و با اعمال قانون  ${}^C_0 D_t^\alpha S(t) = 0$  قانون کنترل معادل محاسبه گردیده است.

اثبات: سطح لغزش در نظر گرفته شده برای این کنترل کننده همان سطح لغزش رابطه (۱۰) می باشد و مانند بخش ۲-۳ با صفر قرار دادن مشتق  ${}^C_0 D_t^\alpha$  سطح لغزش،  $u_{eq}(t)$  محاسبه خواهد شد و تفاوت این روش با روش قبلی در این است که  $u_{sw}(t)$  به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$u_{sw}(t) = (p_3 B_1(t))^{-1} (\hat{k}_2 S + \hat{k}_1 \tanh(S)) \quad (17)$$

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_{sw}(t) \quad (18)$$

که  $\hat{k}_1$  و  $\hat{k}_2$  ضرایب تطبیقی که با انتگرال گیری مرتبه کسری از (۲۴) محاسبه می شود و  $u_{eq}(t)$  از رابطه (۱۳) به دست آمده است.

**تئوری ۳:** سیستم گلوکز - انسولین با مدل مینیمال برگمن تحت کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی با قوانین کنترل (۲۴) پایدار مجانبی می باشد.

**اثبات:** تابع لیاپانوف در جهت اثبات پایداری کنترل کننده پیشنهادی به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$V = \frac{1}{2} S^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_1^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_2^2 \quad (19)$$

که  $\tilde{k}_1 = \hat{k}_1 - k_1$  و  $\tilde{k}_2 = \hat{k}_2 - k_2$  اختلاف بین مقادیر واقعی و تخمین زده شده می باشد. با مشتق گیری مرتبه کسری  $({}^C_0 D_t^\alpha)$  از (۲۷) رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} {}^C_0 D_t^\alpha V &= \frac{1}{2} {}^C_0 D_t^\alpha S^2 + \frac{1}{\gamma_1} {}^C_0 D_t^\alpha \tilde{k}_1^2 + \frac{1}{\gamma_2} {}^C_0 D_t^\alpha \tilde{k}_2^2 \\ &\leq S {}^C_0 D_t^\alpha S + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{k}_1 {}^C_0 D_t^\alpha \tilde{k}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{k}_2 {}^C_0 D_t^\alpha \tilde{k}_2 \end{aligned} \quad (20)$$

با جایگذاری (۱۱) و (۲۴) در (۲۸) و ساده سازی رابطه حاصل، نتیجه زیر بدست می آید:

$${}^C_0 D_t^\alpha V \leq -k_1 S^2 - k_2 S \tanh(S) \leq 0 \quad (21)$$

رابطه (۲۹) مشابه (۱۹) بوده و با توجه مسائل مطرح شده در تئوری ۲، رابطه (۲۹) که مشتق مرتبه کسری تابع لیاپانوف است، از منفی یک تابع کلاس K کوچکتر بوده و در نتیجه سیستم با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی پایدار مجانبی می باشد.

<sup>۱</sup> Backstepping sliding mode control

<sup>۲</sup> Fractional order BSMC

<sup>۳</sup> Equivalent control law



در مدت زمان کمتری و با میانگین انسولین کمتری نسبت به کنترل کننده های BSMC، FOBSMC و AFO-SMC، سطح گلوکز خون بیمار را کاهش می‌دهند، در واقع تزریق انسولین به وسیله کنترل کننده های طراحی شده در این مقاله به صورت بهینه تری نسبت به کنترل کننده های مشابه انجام می‌گیرد، برای وضوح بیشتر در لحظه اعمال اغتشاش به سیستم، بزرگنمایی در شکل صورت گرفته است که در شرایط اعمال اغتشاش کنترل کننده پیشنهادی با تزریق انسولین کمتری اغتشاشات را دفع می‌نماید. شکل (۳) غلظت انسولین پلاسماي خون در بیمار را نشان می‌دهد که کنترل کننده های پیشنهادی همگرایی سریعتری را نشان می‌دهند. شکل (۴) نشان دهنده غلظت انسولین خون بیمار می‌باشد که همان طور که مشاهده می‌شود کنترل کننده های پیشنهادی همگرایی سریع تری برای ردیابی  $I_b$  دارند که یکی دیگر از مزایای کنترل کننده های پیشنهادی می‌باشد.

برای اعمال کنترل کننده به بیمار ابتدا با استفاده از حسگرها و داده های کلینیکی مقدار پارامترهای بیمار تخمین زده خواهد شد و کنترل کننده کار خود را با این پارامترها آغاز خواهد کرد اما با گذر زمان و تغییر شرایط فیزیولوژیکی بیمار امکان تغییر در مقادیر عددی پارامترهای مدل مینیمال برگمن وجود دارد به همین منظور کنترل کننده می‌بایست در مقابل این نامعینی پارامترها مقاومت داشته و تحت این نامعینی نیز عملکرد مطلوبی از خود نشان دهد. برای تحلیل و بررسی رفتار کنترل کننده ها در مقابل نامعینی، یک نامعینی ۲۰٪ درصدی در پارامترهای  $p_1, p_2, p_3$  و  $n$  در مدل مینیمال ایجاد شده است، و کنترل کننده ها با مقادیر پارامتری بدون تغییر نسبت به جدول (۱) به مدل با نامعینی پارامتری اعمال شده است، که نتایج آن در شکل (۵) و (۶) آورده شده است. شکل (۵) غلظت گلوکز خون بیمار تحت کنترل کننده های پیشنهادی و نامعینی پارامتری ۲۰٪ درصدی را نشان می‌دهد همان طور که مشاهده می‌کنید کنترل کننده های پیشنهادی FOSMC و AFOSMC در این شرایط نیز به طور مجانبی پایدار بوده و غلظت گلوکز خون مطلوب ( $mg/dl$ ) ۸۰ را ردیابی نماید و این در حالی است که کنترل کننده های BSMC، FOBSMC و AFO-SMC با نرخ کند تری به سمت مقدار مطلوب همگرا شده و ردیابی آن‌ها نامناسب است. کنترل کننده های پیشنهادی با اغتشاش اعمال شده در زمان مذکور و نامعینی ۲۰٪ درصد نیز به خوبی مقابله کرده و در این شرایط نیز همگرایی مناسبی دارند.

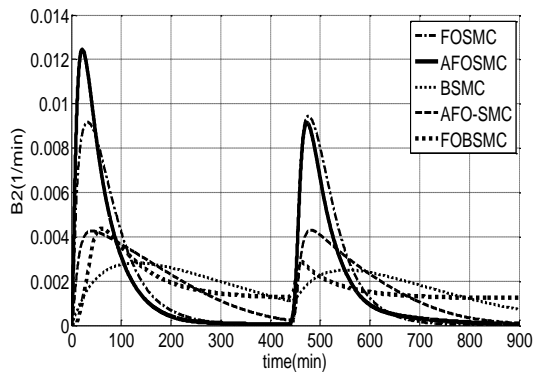
۳- قانون کنترل سوئیچینگ<sup>۱</sup> و قوانین تطبیق مقاله حاضر با [13] متفاوت است به نحوی که در مقاله حاضر ضرایب تطبیقی کنترل کننده با حل معادلات مرتبه کسری از (۲۴) محاسبه می‌شود اما در [13] از روش معمول استفاده شده است.

۴- با توجه به اهمیت موضوع استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در بیماران دیابتی نوع ۱، هرچه اثبات پایداری سیستم حلقه بسته با کنترل کننده پیشنهادی از پشتوانه تئوری قویتری برخوردار باشد، استفاده از آن روش برای بیماران دیابتی نوع ۱ از اطمینان بیشتری برخوردار خواهد شد. لذا در اثبات پایداری مدل مینیمال برگمن با فیدبک مدلغزشی مرتبه کسری در مقاله حاضر از روش نوینی استفاده شده است که به استناد مقالات [22] [23] این روش در اثبات پایداری کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری از لحاظ تحلیلی دقیقتر و قوی تر میباشد اما در [13] از این روش استفاده نشده و از روشهای کلاسیک و معمولی استفاده شده است.

نتایج شبیه سازی در شکل های (۱) تا (۱۰) ارائه شده است. شکل (۱) غلظت گلوکز خون بیمار با پارامترهای تعیین شده در جدول (۱) و تحت کنترل کننده های پیشنهادی را نشان می‌دهد، همان طور که در شکل (۱) مشخص است غلظت گلوکز خون بیمار در تمامی کنترل کننده ها پایدار بوده و به مقدار مطلوب  $G_d$  همگرا می‌شوند، کنترل کننده های طراحی شده در این مقاله همگرایی سریعتر و ردیابی بهتری نسبت به کنترل کننده های BSMC، FOBSMC و AFO-SMC دارند. کنترل کننده AFOSMC سریعترین همگرایی را داشته و ردیابی بهتری نسبت به دیگر کنترل کننده های شبیه سازی شده دارد. برای بررسی مقاومت کنترل کننده های پیشنهادی در مقابل اغتشاش، یک اغتشاش با دامنه مناسب ( $mg/dl$ ) ۸۰ در زمان ۴۵۰ دقیقه به سیستم اعمال شده است که کنترل کننده های پیشنهادی در این مقاله همگرایی سریعتری نسبت به دیگر کنترل کننده های شبیه سازی شده دارند که این نشان دهنده مقاومت بهتر کنترل کننده پیشنهادی در مقابل اغتشاشات خارجی می‌باشد.

شکل (۲) میزان انسولین تزریق شده برای بیمار دیابتی را تحت کنترل کننده های مذکور نشان می‌دهد، همان طور که در شکل مشخص است مزیت کنترل کننده های پیشنهادی

<sup>۱</sup> Switching control law



شکل (۳) تغییرات حالت  $B_2(t)$  در کنترل کننده های مختلف

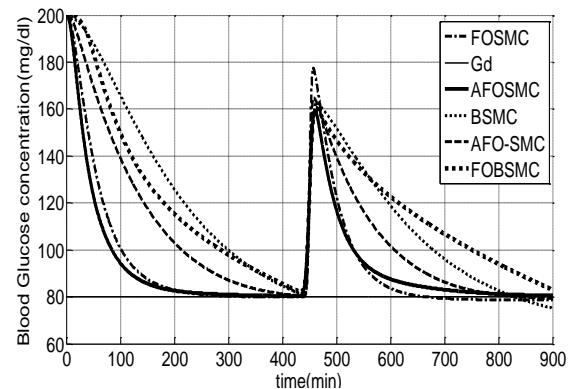
برای بررسی بیشتر رفتار کنترل کننده های پیشنهادی در مقابل نامعینی پارامتری، یک نامعینی ۲۰- درصدی را در پارامترهای مذکور ایجاد کرده و رفتار مدل مینیمال برگمن تحت کنترل کننده های پیشنهادی و نامعینی مذکور مورد بررسی قرار خواهد گرفت. شکل (۷) غلظت گلوکز خون بیمار با نامعینی ۲۰- درصد تحت کنترل کننده های مذکور را نشان می دهد، در نمودار های تمامی کنترل کننده های شبیه سازی شده مقداری انحراف در ردیابی سطح مطلوب گلوکز خون به وجود آمده است و این ردیابی نامناسب برای کنترل کننده های FOSMC، BSMC، AFO-SMC و FOBSMC، هم قبل از اعمال اغتشاش و هم بعد از اعمال اغتشاش رخ داده است اما در کنترل کننده AFOSMC پس از اعمال اغتشاش کنترل کننده با تطبیق پارامترها توانسته است ردیابی قابل قبولی را تحت نامعینی و اغتشاش ایجاد کند که مزیت مناسبی به شمار می رود. میزان انسولین تزریقی توسط پمپ برای کنترل کننده شبیه سازی شده تحت نامعینی ۲۰- درصد و اغتشاش در شکل (۸) نشان داده شده است که همان طور که در تئوری های ۲ و ۴ به اثبات رسید که مدل مینیمال برگمن با اعمال قوانین کنترل (۱۵) و (۲۶) پایدار مجانبی بوده است و در شبیه سازی های عددی نیز این امر به مراتب مشاهده شده است که سطح غلظت گلوکز خون در تمامی حالت ها (وجود اغتشاش و نامعینی پارامترها) پایدار مجانبی بوده و مقادیر مطلوب همگرا شده است، در هیچ یک از نمودار ها علامتی از چترینگ وجود نداشت که علت آن استفاده از توابع هموار  $\tanh$  در قوانین کنترل می باشد. شکل (۹) نحوه همگرایی پارامترهای تطبیقی برای کنترل کننده AFOSMC را نشان می دهد. برای مقایسه عملکرد مقاوم کنترل کننده ها، معیاری به صورت تابع هزینه زیر استفاده شده است:

$$\Delta e = \int |B_1(t) - B_{1vd}(t)| dt \quad (22)$$

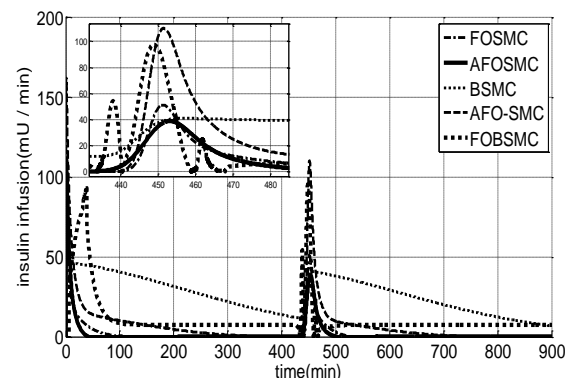
شکل (۶) میزان انسولین تزریقی توسط کنترل کننده های شبیه سازی شده تحت نامعینی پارامتری ۲۰ درصدی و اغتشاش را نشان می دهد، همان طور که مشاهده می نمایم کنترل کننده های پیشنهادی کمترین دامنه لحظه ای تزریق انسولین داشته و کنترل کننده BSMC تزریقی طولانی مدت را دارد که میزان انسولین تزریق شده در مجموع مدت زمان شبیه سازی در این کنترل کننده بسیار بیشتر از کنترل کننده های پیشنهادی می باشد. کنترل کننده AFO-SMC دامنه لحظه ای تزریق انسولین بالایی در لحظات اولیه شبیه سازی و لحظه اعمال اغتشاش به سیستم را دارد.

**جدول (۱)** - مقادیر عددی پارامترهای مدل مینیمال برگمن [10]، [11] و کنترل کننده های پیشنهادی

پارامترهای AFOSMC		پارامترهای FOSMC		پارامترهای مدل مینیمال برگمن	
$\alpha$	۰/۶	$\alpha$	۰/۶	$p_1(\text{min}^{-1})$	۰
$a$	۲	$a$	۲	$p_2(\text{min}^{-1})$	۰/۰۲
$\gamma_1$	$3/2 \times 10^{-7}$	$k_1$	۰/۰۳۵	$p_3(\text{min}^{-1})$	$3/5 \times 10^{-7}$
$\gamma_2$	$7/1 \times 10^{-5}$	$k_2$	۰/۰۱	$n(\text{min}^{-1})$	۰/۳
$\lambda_1$	۰/۹۱	$\lambda_1$	۰/۶	$I_b(\text{mu/l})$	۷
$\lambda_2$	۱/۲۱	$\lambda_2$	۰/۵۴	$G_b(\text{mg/dl})$	۷۰
$B$	-۰/۵	$A$	۸۰	$B_1(0)$	۸۰
$G_d$	۸۰	$G_d$	۸۰	$B_3(0)$	۵۰



شکل (۱) غلظت گلوکز خون بیمار در کنترل کننده های مختلف

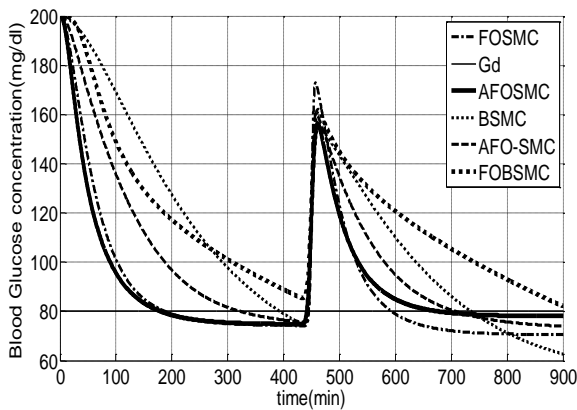


شکل (۲) انسولین تزریق شده توسط پمپ در کنترل کننده های مختلف

شکل (۹) قوانین تطبیق در کنترل کننده AFOSMC طراحی شده در بخش ۲-۴ را نشان می دهد و شکل (۱۰) قوانین تطبیق در کنترل کننده AFO-SMC که در [13] ارائه شده است را نشان می دهد. با توجه به دو شکل مذکور مشهود

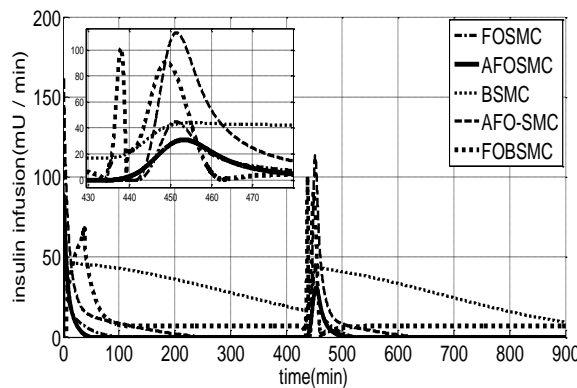
جدول (۲). نتایج عملکرد کنترل کننده ها بر اساس معیار (۳۰)

کنترل کننده	$\Delta e$ با نا معینی پارامتری پارامتری +۲۰ درصد	$\Delta e$ با نا معینی پارامتری -۲۰ درصد
AFOSMC	۳۲۰۰	۳۱۸۰
FOSMC	۳۷۴۰	۴۳۰۰
FOBSMC [14]	۳۵۶۰	۳۶۸۰
AFO-SMC [13]	۴۳۵۴	۴۵۰۸
BSMC [28]	۶۴۵۰	۵۴۵۰



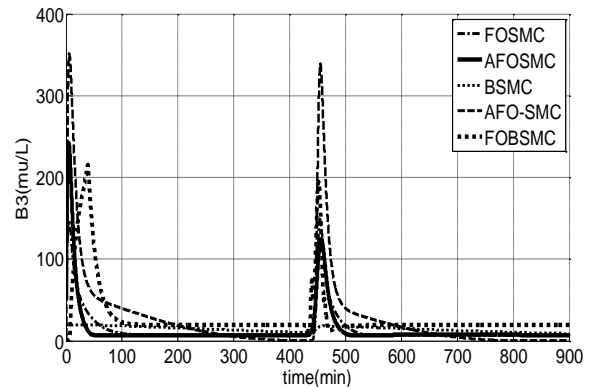
شکل (۷) غلظت گلوکز خون بیمار در کنترل کننده های مختلف با نامعینی ۲۰- درصد

است که در کنترل کننده AFOSMC قوانین تطبیق تنها در زمان های مورد نیاز واکنش نشان می دهد به نحوی که در زمان اولیه به دلیل اینکه بیمار در شرایط ازدیاد گلوکز خون قرار گرفته قوانین تطبیق واکنش نشان داده و سبب کاهش گلوکز خون شده اند و سپس از آن دوباره به محدوده صفر همگرا شده اند و در زمان اعمال اغتشاش نیز به همین منوال

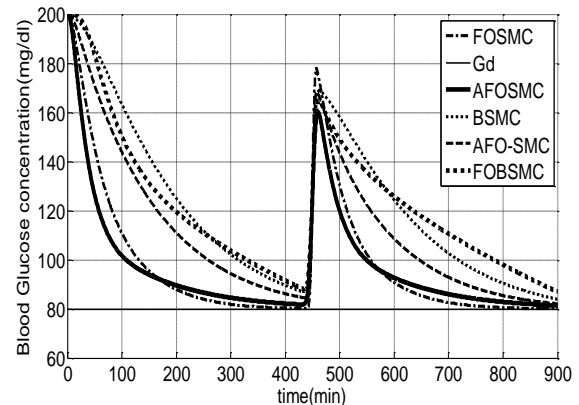


شکل (۸) انسولین تزریق شده توسط پمپ در کنترل کننده های مختلف با نامعینی ۲۰- درصد

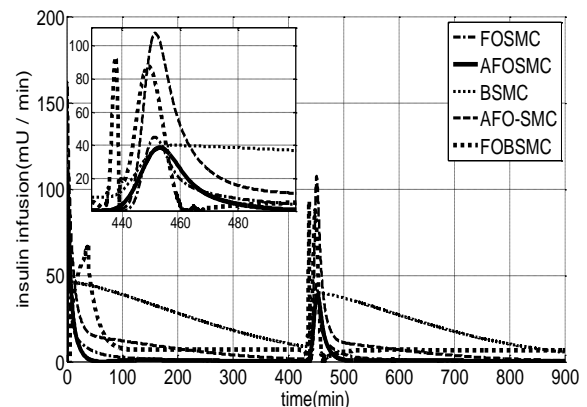
که  $B_1(t)$  همان  $B_1vd(t)$  بعد از اعمال نامعینی پارامتری می باشد نتایج عملکرد کنترل کننده ها در جدول (۲) نمایش داده شده، بر اساس آن کنترل کننده AFOSMC عملکرد مقاوم، مناسبتری در مقابل نامعینی پارامتری داشته و خطای ردیابی کمتری را نیز دارد. به طور خلاصه ترکیب کنترل مدلغزشی با محاسبات مرتبه کسری و استفاده از قوانین تطبیقی سبب افزایش مقاومت روش در مقابل دفع اغتشاش با حد بالای نامحدود و نامعینی پارامتری شده است.



شکل (۴) تغییرات حالت در کنترل کننده های مختلف



شکل (۵) غلظت گلوکز خون بیمار در کنترل کننده های مختلف با نامعینی ۲۰درصد

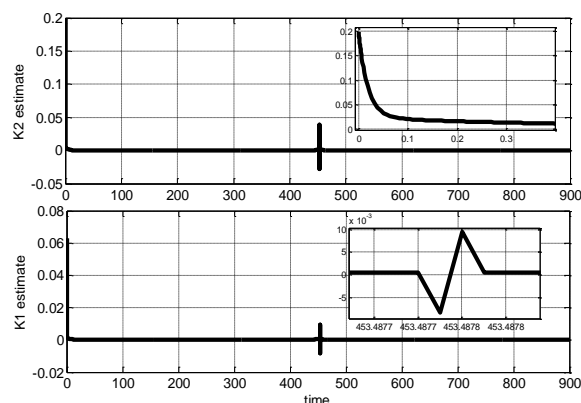


شکل (۶) انسولین تزریق شده توسط پمپ در کنترل کننده های مختلف با نامعینی ۲۰درصد

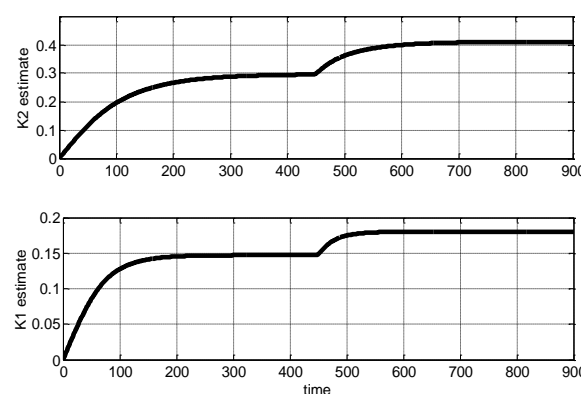
کنترل کننده BSMC، FOBSMC و AFO-SMC مقایسه شد، که پاسخ های مناسبی از خود ارائه داد. این روش برای مقابله با اغتشاشات محدود و معین مناسب است و در صورتی که حدود اغتشاشات مشخص نباشد، پاسخ درخوری را نخواهد داشت به همین دلیل از کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای حل این مشکل استفاده گردید که این روش توانست در مدت زمان کمتر و با تزریق انسولین مناسب نسبت به کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری عمل کند و پاسخ های بهتری ارائه دهد و هیچ علائمی از چترینگ در سیگنال کنترل در نمودارها وجود نداشت. در روش پیشنهادی حالت هایوگلیسمی در هیچ زمانی رخ نمی دهد که از نقاط قوت این روش است. در شبیه سازی ها دینامیک پمپ تزریق انسولین نیز در نظر گرفته شده است که به شرایط واقعی نزدیکتر باشد.

## ۵- مراجع

- [1] C. Wai Ting, C. Quek, "A Novel Blood Glucose Regulation Using TSK-FCMAC: A Fuzzy CMAC Based on the Zero-Ordered TSK Fuzzy Inference Scheme," *Neural Networks*, vol. 20, pp. 856-871, 2009.
- [2] محمد صادق اخیانی، حمید خالوزاده، "تنظیم بهینه گلوکز خون - انسولین بیمار دیابتی نوع ۱ بر مبنای مدل های غیرخطی تأخیردار"، *مجله کنترل شماره ۸*، صفحه ۳۱-۴۱، ۱۳۹۳.
- [3] M. Goharimaneh, A. Lashkaripour, A. Abouei Mehrizi, "Fractional Order PID Controller for Diabetes Patients," *Journal of Computational Applied Mechanics*, 46, 69-76, 2015.
- [4] G. Marchetti, M. Barolo, L. Jovanovicy, H. Zissery, D. E. Seborg, "An Improved PID Switching Control Strategy for Type 1 Diabetes," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 55, 857 - 865, 2008.
- [5] K. Lunzea, T. Singhb, M. Waltera, M. D. Brendelc, S. Leonhardta, "Blood glucose control algorithms for type 1 diabetic patients: A methodological review," *Biomedical Signal Processing and Control*, 8, 107-119, 2013.
- [6] Sk. Faruque Ali, R. Padhi, "Optimal blood glucose regulation of diabetic patients using single network adaptive critics," *Optimal Control Application and Methodes*, 32, 196-214, 2009.
- [7] F. Allam, Z. Nossair, H. Gomma, I. Ibrahim, M. Abdelsalam, "Evaluation of Using a Recurrent Neural Network (RNN) and a Fuzzy Logic Controller (FLC) In Closed Loop System to Regulate Blood Glucose for Type-1 Diabetic Patients," *I.J. Intelligent Systems and Applications*, 10, 58-71, 2012.



شکل (۹) تغییرات بهره تطبیقی در کنترل کننده AFOSMC



شکل (۱۰) تغییرات بهره تطبیقی در کنترل کننده AFO-SMC [13]

عمل کرده اند اما در کنترل کننده AFO-SMC قوانین تطبیق از صفر به آرامی شروع با افزایش پیدا کرده اند و در زمانی که سطح گلوکز خون به مقدار مطلوب رسیده است مقدار قوانین تطبیق ثابت می شود، اما با اعمال اغتشاش دوباره مقدار قوانین تطبیق افزایش می یابد، با توجه با اینکه هر بیمار به طور معمول روزانه با چندین اغتشاش (مصرف مواد غذایی) مواجه است در این صورت قوانین تطبیق کنترل کننده AFO-SMC به شدت افزایش می یابد که ممکن است در مواردی باعث ناپایداری در سطح گلوکز خون بیمار شود. نتایج شبیه سازی های عددی نشان داد که روش ارائه شده در مقاله حاضر پاسخ های مناسب تری نسبت به [13] دارد.

## ۴- نتیجه گیری

در این مقاله طراحی کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای مدل مینیمال برگمن انجام شد و پایداری آن ابتدا از نظر تئوری تحلیل شد و سپس شبیه سازی های کامپیوتری نیز برای کنترل کننده های پیشنهادی ارائه شد و این نتایج با

- [18] مینا امیری، ادموند زاهدی، فریدون بهینا، مدل سازی خود رگرسیو تغییرات بخش AC سیگنال فوتو پلتیسموگرام پس از آزمون اتساع ناشی از جریان خون در افراد سالم و دیابتی، "مهندسی پزشکی زیستی"، شماره ۷، صفحه ۸۵-۹۵، ۱۳۹۲.
- [19] علی فیاضی، حسین احمد نوبری، حسن فاتحی مرج، همزمان سازی سیستم های مرتبه کسری آشوبی جنسیو تسی و کولت با استفاده از کنترل کننده تطبیقی مرتبه کسری، "مجله کنترل"، ۴، ۱-۱۱، ۱۳۹۰.
- [20] I. Podlubny, Fractional differential equations, San Diego, California: ACADEMIC PRESS, 1999.
- [21] Changpin Li, Weihua Deng, "Remarks on fractional derivatives," *Applied Mathematics and Computation*, 187, 777-784, 2007.
- [22] Y. Li, Y. Chen, I. Podlubny, "Stability of fractional-order nonlinear dynamic systems: Lyapunov direct method and generalized Mittag Leffler stability.," *Comput Math Application*, 59, 1810-1821, 2010.
- [23] N. Aguila-Camacho, M. A. Duarte-Mermoud, J. A. Gallegos, "Lyapunov functions for fractional order systems," *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 19, 2951-2957, 2014.
- [24] Hadi Delavari, Dumitru Baleanu, Jalil Sadati, "Stability analysis of Caputo fractional-order nonlinear systems revisited," *Nonlinear Dynamics*, 67, 2433-2439, 2011.
- [25] عابد خراسانی سرچشمه، عباس عرفانیان امیدوار، کنترل تطبیقی فازی عصبی - لغزشی گام برداشتن با استفاده از تحریک الکتریکی درون عضلانی، "مهندسی پزشکی زیستی"، شماره ۵، صفحه ۲۴۳-۲۵۶، ۱۳۹۰.
- [26] C. Yin, S. Dadras, S.M Zhong, Y.Q. Chen, "Control of a novel class of fractional-order chaotic systems via adaptive sliding mode control approach," *Applied Mathematical Modelling*, 37, 2469-2483, 2013.
- [27] Hadi Delavari, "A novel fractional adaptive active sliding mode controller for synchronization of non-identical chaotic systems with disturbance and uncertainty," *Int. J. Dynam. Control* (2015). doi:10.1007/s40435-015-0159-0.
- [28] "Back Stepping Sliding Mode Control of Blood Glucose for Type I Diabetes," *International Journal of Medical, Health, Biomedical and Pharmaceutical Engineering*, 8, 749-753, 2014.
- [8] I. N'Doye, H. Voos, M. Darouach, Jochen G. Schneider, "Static Output Feedback  $H_{\infty}$  Control for a Fractional-order Glucose-insulin System," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 13, 798-807, 2015.
- [9] F. León-Vargasa, F. Garellib, H. De Battistab, J. Vehía, "Postprandial blood glucose control using a hybrid adaptive PDcontroller with insulin-on-board limitation," *Biomedical Signal Processing and Control*, 8, 724-732, 2013.
- [10] A. G.G. Hernández, L. Fridman, A. Levant, Y. Shtessel, RonLeder, "High-order sliding-mode control for blood glucose: Practical relative," *Control Engineering Practice* 21, 747-758, 2013.
- [11] P. Kaveh, Yuri B. Shtessel, "Blood glucose regulation using higher-order sliding mode control," *International Journal of Robust and Nonlinear control*, 25, 557-569, 2008.
- [12] S. Taghian Dinani, M. Zekri, M. Kamali, "Regulation of Blood Glucose Concentration in Type 1 Diabetics Using Single Order Sliding Mode Control Combined with Fuzzy On-line Tunable Gain, a Simulation Study," *Journal of Medical Signals and Sensors*, 5, 131-140, 2015.
- [13] H. Heydarinejad, H. Delavari, "Adaptive Fractional Order Sliding Mode Controller Design for Blood Glucose Regulation," in *Theory and Applications of Non-integer Order Systems*, Springer International Publishing, 2017, 449-465.
- [14] H. Heydarinejad, H. Delavari, "Fractional Order Back Stepping Sliding Mode Control for Blood Glucose Regulation in Type I Diabetes Patients," in *Theory and Applications of Non-integer Order Systems*, Springer International Publishing, 2017, 187-202.
- [15] زینب تشکری زاده، نادیا نقوی، سید کمال حسینی ثانی، تنظیم سطح گلوکز خون در بیماران مبتلا به دیابت نوع 1 به روش تطبیقی مدل مرجه و پیش بین اسمیت اصلح یافته، "مهندسی پزشکی زیستی"، شماره ۸، صفحه ۱۵۹-۱۷۱، ۱۳۹۳.
- [16] N. Prabhu Balakrishnan, G. Pandu Rangaiah, Lakshminarayanan Samavedham, "Review and Analysis of Blood Glucose (BG) Models for Type 1 Diabetic Patients," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 50, 12041-12066, 2011.
- [17] P. Palumbo, S. Ditlevsen, A. Bertuzzi, A. De Gaetano, "Mathematical modeling of the glucose-insulin system: A review," *Mathematical Biosciences*, 244, 69-81, 2013.