



A Novel Neuronal Model based on Chaotic Behavior of Artificial Neural Networks

Banki-Koshki, Hossein¹ / Seyyedsalehi, S. Ali^{2*}

¹ - Ph.D. Student, Bioelectric Department, Biomedical Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

² - Associate Professor, Bioelectric Department, Biomedical Engineering Faculty, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

DOI: 10.22041/IJBME.2021.532847.1701

Received: 25 June 2021

Revised: 6 August 2021

Accepted: 25 August 2021

KEYWORDS

Discrete Neuronal Model
Artificial Neural Network
Cognition
Chaos
Learning
Synchronization

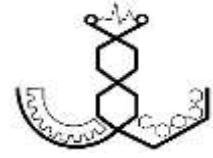
ABSTRACT

The presentation of new neuronal models to simulate cognitive phenomena in the brain has attracted the research interests in recent years. In this study, a new neural model based on the chaotic behavior of weights of artificial neural networks during training by back-propagation algorithm is presented. This model is the first discrete neuronal model with learning ability and shows complex and chaotic behaviors. The learning ability of this model has enabled it to simulate cognitive phenomena such as neuronal synchronization in near-realistic conditions. The model, which is derived from a simple three-layered feed-forward neural network, has several coexisting attractors that make learning possible in various basins of attraction. The study of model parameters shows that bifurcation occurs not only by changing the learning rate, but also external stimulation can change the model behavior and bifurcation pattern. This point that can be used in modeling and designing new therapies for cognitive disorders.

***Corresponding Author**

Address	Bioelectric Department, Biomedical Engineering Faculty, Amirkabir university of Technology, Tehran, Iran		
Postal Code	15875-4413	Tel	+98-21-64542388
E-Mail	ssalehi@aut.ac.ir	Fax	+98-21-64542388





ارائه مدل نورونی جدید مبتنی بر رفتار آشوبگونه شبکه‌های عصبی مصنوعی

بانکی کشکی، حسین^۱ / سیدصالحی، سیدعلی^{۲*}

^۱ - دانشجوی دکتری مهندسی پزشکی، گروه بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

^۲ - دانشیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

مشخصات مقاله

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/IJBME.2021.532847.1701

پذیرش: ۳ شهریور ۱۴۰۰

بازنگری: ۱۵ مرداد ۱۴۰۰

ثبت در سامانه: ۴ تیر ۱۴۰۰

چکیده

واژه‌های کلیدی

ارائه‌ی مدل‌های نورونی جدید به منظور شبیه‌سازی پدیده‌های شناختی در مغز در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته است. در این پژوهش مدل نورونی جدیدی مبتنی بر رفتار آشوب‌گونه‌ی وزن‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی در حین یادگیری با استفاده از الگوریتم پس‌انتشار خطا ارائه شده است. این مدل نخستین مدل نورونی گسسته با قابلیت یادگیری است و توانایی بروز رفتارهای پیچیده و آشوبی را دارد. قابلیت یادگیری این امکان را به این مدل نورونی داده است که پدیده‌های شناختی مانند هم‌آوایی نورون‌ها را در شرایطی نزدیک به واقعیت شبیه‌سازی کند. مدل نورونی مذکور که از یک شبکه‌ی عصبی جلوسوی سه‌لایه به دست آمده، دارای جاذب‌های هم‌زیست متعددی است که یادگیری را در بستر جذب‌های مختلف امکان‌پذیر می‌کند. بررسی پارامترهای مدل نشان داده که بایفورکیشن نه تنها با تغییر پارامتر ضریب یادگیری روی می‌دهد، بلکه تحریک بیرونی نیز می‌تواند به عنوان یک پارامتر کنترل باعث تغییر رفتار مدل و بایفورکیشن شود. بنابراین این مدل می‌تواند در طراحی و مدل‌سازی روش‌های درمانی برای اختلالات شناختی مورد استفاده قرار گیرد.

مدل نورونی گسسته

شبکه‌ی عصبی مصنوعی

شناخت

آشوب

یادگیری

هم‌آوایی

*نویسنده‌ی مسئول

نشانی گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تلفن ۹۸-۲۱-۶۴۵۴۲۳۸۸

۱۵۸۷۵-۴۴۱۳

دورنگار ۹۸-۲۱-۶۴۵۴۲۳۸۸

ssalehi@aut.ac.ir

پست الکترونیک



۱- مقدمه

کمیته کردن مقدار خطای خروجی شبکه از طریق اصلاح مقادیر وزن‌ها است. الگوریتم پس‌انتشار خطا^{۱۰} معروف‌ترین الگوریتم آموزش شبکه‌های عصبی است که با محاسبه‌ی گرادیان خطای خروجی شبکه و پس‌انتشار آن به لایه‌های پایین‌تر باعث اصلاح وزن‌های شبکه می‌شود. این الگوریتم، روابط ریاضی وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی را به صورت دنباله‌های بازگشتی در آورده که در حین فرایند تعلیم باید در جهت مقادیر بهینه اصلاح شوند.

آشوب^{۱۱} حالتی از سیستم‌های پیچیده‌ی غیرخطی است که در این حالت، سیستم رفتاری به ظاهر بی‌نظم و تصادفی دارد اما در واقع توسط قوانینی مشخص و قطعی هدایت می‌شود. این رفتار به شرایط اولیه‌ی سیستم بسیار حساس است و هر گونه تغییر کوچک در شرایط اولیه منجر به تغییرات چشم‌گیر در حالت نهایی (غایی) سیستم می‌شود [۱۳]. به منظور بررسی پدیده‌ی آشوب در یک سیستم پیچیده، باید در ابتدا معادلات حاکم بر رفتار سیستم به دست آورده شود. سیستم‌های آشوبی عموماً با استفاده از دنباله‌های بازگشتی (مانند نگاشت لجستیک) یا معادلات دیفرانسیل (مانند معادلات لورنز) توصیف می‌شوند. این معادلات دارای یک یا چندین پارامتر کنترل هستند که رفتار سیستم را کنترل می‌کنند. بر اساس مقدار پارامتر کنترل، یک سیستم می‌تواند رفتاری آشوبی، نوسانی یا نقطه‌ثابت از خود به نمایش بگذارد.

شواهد زیستی نیز نشان می‌دهد که رفتار نوروهای زیستی و سیگنال‌های الکتریکی مغز انسان ماهیتی آشوب‌گونه دارد [۱۴-۱۷]. بنابراین مدل محاسباتی نورو و به تبع آن شبکه‌ی عصبی مصنوعی نیز می‌تواند رفتاری آشوب‌گونه از خود به نمایش بگذارد. هدف پژوهش حاضر بررسی وجود رفتار آشوبی در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی است. در صورت وجود رفتار آشوبی در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه، امکان ارائه‌ی نگاشت‌های نوروئی جدید فراهم شده و راه برای تحلیل عمل‌کرد شبکه‌های عصبی مصنوعی و زیستی از منظر تئوری آشوب هموار می‌گردد.

پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که وقوع آشوب در دو گروه از شبکه‌های عصبی مصنوعی قابل بررسی بوده که در شکل (۱) نشان داده شده است. گروه اول، شبکه‌های عصبی مصنوعی با

شبکه‌های عصبی مصنوعی به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند در یادگیری ماشین و هوش مصنوعی، در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این شبکه‌ها که با الهام‌گیری از شبکه‌ی عصبی زیستی مغز انسان مدل‌سازی می‌شوند، مانند مغز انسان توانایی یادگیری الگوها را دارند. شبکه‌ی عصبی انسان متشکل از تعداد زیادی نورو متصل به هم است که در تعامل با یک‌دیگر از طریق ارسال و دریافت پالس‌های الکتریکی، عمل یادگیری را انجام می‌دهند. شبکه‌ی عصبی مصنوعی نیز از نوروهای محاسباتی تشکیل شده است که در لایه‌های متوالی در کنار هم قرار گرفته و از طریق وزن‌های شبکه به یک‌دیگر متصل می‌شوند. یادگیری در شبکه‌ی عصبی مصنوعی به معنی پردازش ورودی در لایه‌های مختلف و در نهایت نگاشت ورودی به یک خروجی مشخص است [۱-۳].

شبکه‌های عصبی مصنوعی در گستره‌ی وسیعی از علوم مختلف از پزشکی تا مهندسی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. کاربردهای شبکه‌های عصبی مصنوعی به صورت کلی شامل طبقه‌بندی^۱، پیش‌بینی^۲، خوشه‌بندی^۳، حذف نویز^۴، استخراج ویژگی^۵، کاهش بعد^۶ و بازتولید داده^۷ است [۴-۱۰].

اولین گام برای استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، انتخاب ساختار مناسب برای شبکه بر اساس هدف و کاربرد است. شبکه‌های عصبی بر حسب ساختار و نحوه‌ی اتصالات بین نوروها به دو دسته‌ی اصلی جلوسو^۸ و بازگشتی^۹ تقسیم می‌شوند. در شبکه‌های جلوسو اتصالات بین نوروهای لایه‌های مختلف رو به جلو است و اتصال بازگشتی بین لایه‌ها وجود ندارد. در شبکه‌های بازگشتی، بین لایه‌ها اتصالات بازگشتی (بازخوردی) وجود دارد [۱۱]. در یک تقسیم‌بندی کلی دیگر، شبکه‌های عصبی به دو دسته‌ی شبکه‌های عمیق و شبکه‌های غیرعمیق تقسیم می‌شوند. شبکه‌های عصبی عمیق به شبکه‌هایی گفته می‌شود که عموماً دارای بیش از سه لایه‌ی پنهان باشند. این شبکه‌ها به دلیل پردازش‌های غیرخطی متعدد در لایه‌های متوالی، قادر به یادگیری عمل‌کردهای پیچیده و سطح بالا مانند بینایی و تکلم هستند [۱۲].

گام دوم در استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، آموزش شبکه با استفاده از داده‌های تعلیم است. هدف از آموزش شبکه،

^۱ Data Regeneration / Data Acquisition

^۲ Feedforward Neural Networks

^۳ Recurrent Neural Networks

^۴ Back Propagation Algorithm

^۵ Chaos

^۱ Classification

^۲ Prediction

^۳ Clustering

^۴ Noise Canceling

^۵ Feature Extraction

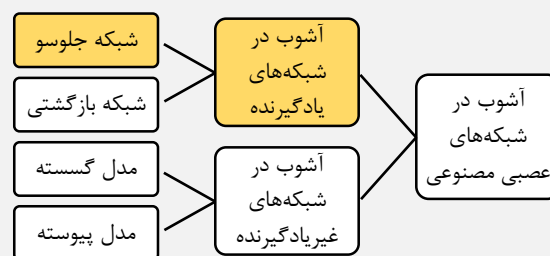
^۶ Dimension Reduction



به دست آوردن دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های یک شبکه‌ی عصبی ساده با سه نرون از طریق الگوریتم پس‌انتشار خطا، به بررسی اثر تغییرات نرخ یادگیری بر رفتار شبکه پرداختند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش نرخ یادگیری، رفتار شبکه از حالت پریودیک به حالت آشوبی تغییر می‌کند [۲۴]. کولن و پولاک با بررسی عمل کرد یک شبکه‌ی عصبی سه‌لایه حین یادگیری عمل‌گر XOR نشان دادند که الگوریتم پس‌انتشار خطا نسبت به شرایط اولیه‌ی وزن‌ها بسیار حساس است و هر گونه تغییر کوچک در شرایط اولیه‌ی وزن‌ها، هم‌گرایی شبکه را به شدت تحت تاثیر قرار می‌دهد. آن‌ها هم‌چنین نشان دادند که الگوریتم پس‌انتشار خطا نسبت به تغییرات نرخ یادگیری η و ضریب مومنوم α بسیار حساس است و تغییر این دو پارامتر هم‌گرایی شبکه را تغییر می‌دهد [۲۵]. برتلس و هم‌کارانش با بررسی دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های یک شبکه‌ی عصبی مدعی شدند که وجود عبارتی نظیر عبارت ریاضی نگاشت لجستیک در دنباله‌ی وزن‌ها باعث به وجود آمدن رفتار آشوبی در شبکه می‌شود. آن‌ها نشان دادند که هر چه فرایند تعلیم شبکه جلوتر رفته و تعلیم شبکه کامل‌تر می‌شود، آشوب در الگوریتم پس‌انتشار خطا نیز کاهش می‌یابد. آن‌ها نتایج پژوهش خود را با مباحث زیستی ناسازگار دانستند زیرا طبق مباحث زیستی هنگام یادگیری، جاذب‌های آشوب‌گون در رفتار نرون‌ها مشاهده می‌شود اما نتایج پژوهش آن‌ها نشان می‌داد که هنگام یادگیری، آشوب به تدریج از بین می‌رود [۲۶]. برتلس و هم‌کارانش در پژوهش دیگری به بررسی نقش پارامتر T (شیب تابع فعال‌سازی سیگموئید) در هم‌گرایی شبکه و هم‌چنین بروز رفتار آشوبی پرداخته و نشان دادند که با افزایش مقدار این پارامتر، دوشاخگی در نمودار بایفورکیشن پارامتر η با تاخیر اتفاق می‌افتد [۲۷].

احمد و هم‌کارانش در سال ۲۰۱۰ به بررسی دینامیک آشوبی شبکه‌های عصبی حین یادگیری سه مساله‌ی طبقه‌بندی شامل مساله‌ی XOR، مساله‌ی تشخیص سرطان و مساله‌ی تشخیص دیابت پرداخته و نشان دادند که شبکه با تغییر η رفتاری آشوبی از خود به نمایش می‌گذارد [۲۸]. در این پژوهش مساله‌ی پیچیده‌ی طبقه‌بندی، با ساده‌سازی‌هایی نظیر انتخاب یک نمونه از هر کلاس برای آموزش شبکه و آموزش یک شبکه‌ی جداگانه برای هر نمونه، مورد بررسی قرار گرفته است. پژوهش‌هایی که تا کنون به بررسی وقوع پدیده‌ی آشوب در الگوریتم پس‌انتشار خطا پرداخته‌اند، صرفاً آن را از منظر ریاضی تحلیل کرده و در توجیه چرایی وقوع آشوب دچار ضعف تئوریک بوده‌اند. آن‌ها بیان داشته‌اند که علت وقوع آشوب، وجود عبارتی مانند عبارت ریاضی نگاشت لجستیک در دنباله‌ی بازگشتی

قابلیت یادگیری بوده (شبکه‌های یادگیرنده) که شبکه‌های عصبی جلوسو و بازگشتی از جمله‌ی این شبکه‌ها محسوب می‌شوند. گروه دوم، شبکه‌های عصبی مصنوعی بوده که فاقد قابلیت یادگیری هستند (شبکه‌های غیریادگیرنده) و اغلب برای مدل‌سازی رفتار شبکه‌های نورونی که پالس‌های الکتریکی تولید می‌کنند، به کار می‌روند. این شبکه‌ها مجموعه‌ای از مدل‌های گسسته‌ی نورونی بوده که در یک تقسیم‌بندی کلی به مدل‌های یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی تقسیم می‌شوند. مدل‌های یک‌بعدی دارای یک متغیر برای توصیف رفتار نرون هستند (متغیر ولتاژ) در حالی که مدل‌های چندبعدی چند متغیر (ولتاژ و جریان) برای توصیف رفتار نرون دارند. مروری بر مدل‌های گسسته‌ی نورونی در جدول (۱) ارائه شده است [۱۸-۲۰].



شکل (۱) - شبکه‌های عصبی مصنوعی با قابلیت وقوع آشوب

جدول (۱) - انواع مدل‌های گسسته‌ی نورونی

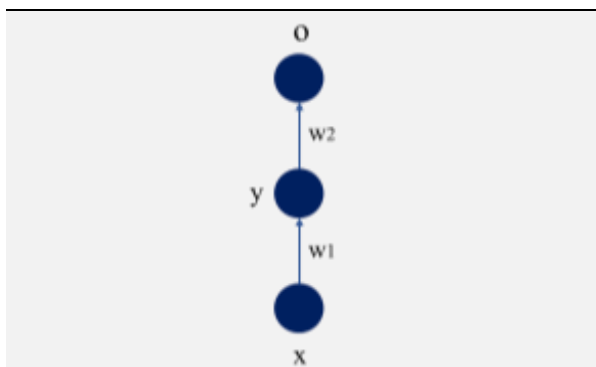
نوع مدل	نام مدل	سال ارائه
یک بعدی	Netlet	۱۹۷۰
	Nagumo-Sato	۱۹۷۲
	Aihara	۱۹۹۰
	Courbage	۲۰۰۱
دو بعدی	Chialvo	۱۹۹۵
	Rulkov	۲۰۰۱
	Izhikevich	۲۰۰۴
	CNV	۲۰۰۷
سه بعدی	KTz	۲۰۰۱
	KTzLog	۲۰۱۷

در پژوهش حاضر به بررسی وقوع آشوب در شبکه‌های یادگیرنده از نوع جلوسو پرداخته شده هر چند وقوع آشوب در شبکه‌های بازگشتی [۲۱-۲۳] و مدل‌های گسسته و پیوسته‌ی نورونی نیز قابل بررسی است.

نخستین پژوهش‌ها پیرامون وقوع آشوب در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه‌ی جلوسو به دهه‌ی ۱۹۹۰ میلادی باز می‌گردد که در آن‌ها الگوریتم پس‌انتشار خطا به عنوان خاستگاه آشوب در شبکه‌ی عصبی معرفی شده است. واندرماس و هم‌کارانش با

پیچیدگی ساختار، تعداد نورون بیشتر، تعداد لایه‌ی بیش‌تر و ... حذف گردد تا نتایج قابل تفسیر شود. در صورت استفاده از ساختارهای پیچیده‌تر با تعداد نورون بیش‌تر یا تعداد لایه‌های بیش‌تر، تفکیک اثر پارامترها و اثر ساختار در تغییر رفتار شبکه به سادگی امکان‌پذیر نخواهد بود.

اجزای این شبکه در شکل (۲) نشان داده شده که در آن X ورودی شبکه، O خروجی شبکه، y خروجی لایه‌ی پنهان و $W1$ و $W2$ وزن‌های شبکه است. در این شبکه خروجی مطلوب برابر ورودی در نظر گرفته شده است و در واقع شبکه یک عمل‌کرد خودرمنکنندگی (اتوانکودری^۲) انجام می‌دهد. هم‌چنین تابع فعال‌سازی شبکه از نوع خطی با رابطه‌ی $f(x)=x$ انتخاب شده است که عین ورودی را به خروجی نگاشته و تغییری روی آن ایجاد نمی‌کند.



شکل (۲) - ساختار شبکه‌ی عصبی مصنوعی مورد استفاده در این پژوهش برای به دست آوردن مدل نوروئی

در رابطه‌ی (۱) روابط ریاضی حاکم بر عمل‌کرد شبکه و در رابطه‌ی (۲) روابط ریاضی دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه بر اساس الگوریتم پس‌انتشار خطا ارائه شده که در آن ضریب یادگیری شبکه است. هر چند در ساختار این شبکه، تابع فعال‌سازی از نوع خطی انتخاب شده، اما روابط به دست آمده برای نگاشت دوبعدی وزن‌ها از نوع غیرخطی است. به عبارت دیگر خطی یا غیرخطی بودن تابع فعال‌سازی اثری روی خطی یا غیرخطی بودن روابط ریاضی وزن‌ها ندارد زیرا روابط ریاضی وزن‌ها از روی الگوریتم پس‌انتشار خطا به دست آمده و از آن‌جا که این الگوریتم اثر وزن‌های لایه‌های بالاتر را بر وزن‌های لایه‌های پایین‌تر انتشار می‌دهد، ناگزیر عبارت ریاضی به دست آمده برای وزن‌های شبکه نیز غیرخطی خواهد بود (به دلیل اثرگذاری $W1$ بر $W2$ و برعکس). در صورتی که به جای تابع فعال‌سازی خطی از تابع فعال‌سازی غیرخطی مانند

وزن‌ها است در حالی که یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد وقوع آشوب اساساً با این موضوع بی‌ارتباط بوده و چرایی وقوع آشوب باید در تعامل وزن‌های شبکه با یک‌دیگر جست‌وجو شود. از سوی دیگر پژوهش‌های پیشین اغلب به بررسی نقش پارامتر η (ضریب یادگیری) در وقوع آشوب پرداخته‌اند در حالی که نتایج این مقاله نشان می‌دهد حتی تحریک بیرونی نیز می‌تواند نقش یک پارامتر را در مدل ایفا کرده و باعث ایجاد آشوب شود. نگاشت‌های بازگشتی مربوط به وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی از منظر ریاضی مانند یک مدل نوروئی گسسته بوده که نه تنها قابلیت نمایش انواع رفتارهای نوروئی را دارند بلکه قابلیت یادگیری نیز به آن‌ها اضافه شده است. این نکته می‌تواند مجرای ارتباطی بین دو دسته از مدل‌های نوروئی (یادگیرنده و غیریادگیرنده) باشد که در پژوهش‌های پیشین ارتباطی بین این دو دسته‌ی مدل ایجاد نشده است. پدیده‌های شناختی مانند هم‌آوایی نوروئی‌ها^۱ که نقش مهمی در یادگیری ایفا می‌کنند تا کنون فقط در مدل‌های گسسته که فاقد قابلیت یادگیری هستند مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ارائه‌ی یک مدل نوروئی جدید با قابلیت یادگیری و مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی این امکان را فراهم می‌کند که چنین پدیده‌هایی را بتوان در مدل‌های واقعی‌تر مورد بررسی قرار داد.

۲- مواد و روش‌ها

به منظور بررسی رفتار یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی از منظر تئوری آشوب و استخراج نگاشت‌های نوروئی جدید، در گام نخست باید ساختار شبکه شامل تعداد لایه‌ها و نوروئی‌ها که در واقع تعیین‌کننده‌ی ابعاد نگاشت‌ها بوده و هم‌چنین نوع الگوریتم تعلیم شبکه تعیین شود. در گام دوم باید روابط ریاضی حاکم بر خروجی لایه‌های پنهان یا وزن‌ها بر اساس الگوریتم تعلیمی به دست آورده شده و در گام نهایی با تعیین پارامترهای هر نگاشت، رفتار آن از منظر وقوع یا عدم وقوع آشوب، توانایی نمایش رفتارهای متنوع نوروئی، توانایی مدل‌سازی پدیده‌های شناختی و ... مورد بررسی قرار گیرد.

در پژوهش حاضر از یک شبکه‌ی عصبی ساده‌ی جلوسوی سه‌لایه که در هر لایه‌ی آن یک نوروئی قرار دارد برای به دست آوردن دنباله‌ی بازگشتی وزن‌ها استفاده شده است. از آن‌جا که یکی از اهداف پژوهش حاضر، بررسی اثر تغییر پارامترها (پارامترهای η ، x) در تغییر رفتار شبکه است، با انتخاب یک ساختار ساده برای شبکه سعی شده تا اثر سایر عوامل (مانند

^۲ Autoencoder

^۱ Neuronal Synchronization



نمودار بایفورکیشن مربوط به یک نگاهت بازگشتی به منزله‌ی یک جاذب^۱ برای آن است که رفتار نگاهت در نهایت جذب یکی از نقاط جاذب می‌شود. در سیستم‌های غیرخطی، وجود چندین جاذب به صورت هم‌زمان محتمل است و به آن‌ها جاذب‌های هم‌زیست^۲ گفته می‌شود. به منظور به دست آوردن جاذب‌های هم‌زیست یک سیستم باید نمودار بایفورکیشن به ازای شرایط اولیه‌ی متفاوت رسم شود.

۳- یافته‌ها و بحث

دنباله‌ی بازگشتی معرفی شده در قسمت قبل، یک نگاهت دوبعدی است که در آن وضعیت فعلی هر وزن به وضعیت گذشته‌ی همان وزن، وضعیت گذشته‌ی وزن دیگر، ضریب یادگیری و ورودی بستگی دارد.

۳-۱- نمودار بایفورکیشن، نمای لیاپانوف و فضای فاز

نمودار بایفورکیشن نگاهت رابطه‌ی (۲) به ازای تغییرات پارامتر η در شکل (۳) نشان داده شده است. بر این اساس، این نگاهت نورونی قادر به بروز تمام رفتارهای سیستم پیچیده‌ی غیرخطی از جمله رفتار آشوبی، اینترمیتنسی، نوسانی و نقطه‌ثابت است. هر چند رابطه‌ی (۲) از نظر ریاضی شباهتی به نگاهت لجستیک ندارد اما توانسته است رفتاری آشوبی از خود به نمایش بگذارد. این رفتار آشوبی حاصل تعامل وزن‌ها و اثرگذاری و اثرپذیری آن‌ها از یکدیگر است. از سوی دیگر وقوع آشوب را می‌توان ناشی از اعمال اثر وضعیت گذشته‌ی نگاهت در وضعیت فعلی نگاهت (اثر حافظه) دانست. بدین ترتیب نه تنها تعامل اجزای نگاهت نورونی (تعامل اجزایی) در به وجود آمدن آشوب موثر بوده بلکه تعامل وضعیت گذشته و حال نورون (تعامل زمانی) نیز در به وجود آمدن آشوب در مدل نورونی اثرگذار است.

tansigmoid در شبکه استفاده شود، عبارت ریاضی وزن‌های شبکه کماکان غیرخطی باقی خواهد ماند.

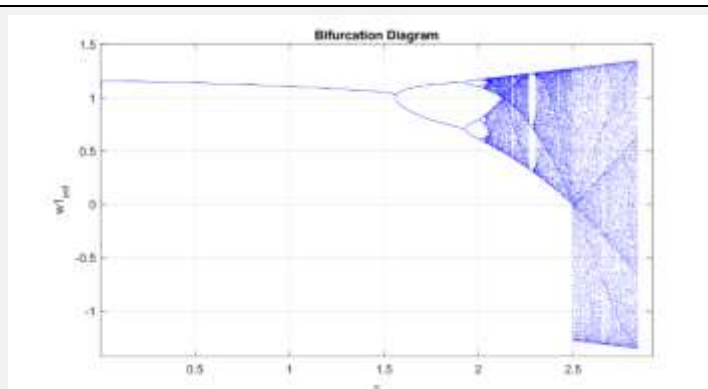
$$\begin{aligned} 0 &= f(y \times W2) = y \times W2 \\ y &= f(X \times W1) = X \times W1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{cases} W1_{(n+1)} = W1_{(n)} + \eta \times X^2 \times W2_{(n)} \\ \quad \times [1 - W1_{(n)} \times W2_{(n)}] \\ W2_{(n+1)} = W2_{(n)} + \eta \times X^2 \times W1_{(n)} \\ \quad \times [1 - W1_{(n)} \times W2_{(n)}] \end{cases} \quad (2)$$

بررسی وقوع آشوب در یک دنباله‌ی بازگشتی به صورت کیفی از طریق رسم نمودار بایفورکیشن میسر است. این نمودار که محور افقی آن پارامتر کنترل و محور عمودی آن حالت نهایی سیستم است، نشان می‌دهد که رفتار نهایی سیستم با تغییر پارامتر کنترل چه تغییری می‌کند. بررسی وقوع آشوب به صورت کمی نیز از طریق محاسبه‌ی نمای لیاپانوف و رسم نمودار لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر کنترل انجام می‌شود. در این پژوهش نمودار بایفورکیشن و لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر η مورد بررسی قرار گرفته است.

نقاط تعادل یک سیستم غیرخطی به نقاطی اطلاق می‌شود که در آن وضعیت سیستم در مرحله‌ی بعد با وضعیت سیستم در مرحله‌ی فعلی برابر است. به زبان ریاضی در نگاهت بازگشتی رابطه‌ی (۲)، نقاط تعادل از حل رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید. از نظر هندسی، نقاط تعادل به محل برخورد نمودار فاز با نیم‌ساز گفته می‌شود. در صورتی که در محل برخورد نمودار فاز با نیم‌ساز، شیب نمودار بزرگ‌تر از ۱ باشد، نقطه‌ی تعادل از نوع ناپایدار و در صورتی که کوچک‌تر از ۱ باشد، نقطه‌ی تعادل از نوع پایدار است [۱۳]. در این پژوهش نقاط تعادل مدل نورونی از نظر عددی و هندسی مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\begin{cases} W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \\ W2_{(n+1)} = W2_{(n)} \end{cases} \quad (3)$$



شکل (۳) - نمودار بایفورکیشن وزن $W1$ به ازای تغییرات پارامتر η ، ورودی: $X=0/8$ ، نمودار بایفورکیشن وزن $W2$ نیز مشابه این نمودار است

^۱ Coexisting Attractors

^۲ Attractor

یادگیری در مغز انسان می‌تواند روی بستر جذب‌های متفاوتی اتفاق افتد و این شرایط اولیه‌ی فرد است که تعیین می‌کند یادگیری در کدام بستر جذب انجام شود.

نمودار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر η در شکل (۴-ب) ارائه شده است. بر اساس این نمودار، مقدار نمای لیاپانوف در نقاط ثابت برابر صفر، در نقاط نوسانی کوچک‌تر از صفر و در نقاط آشوبی بزرگ‌تر از صفر است.

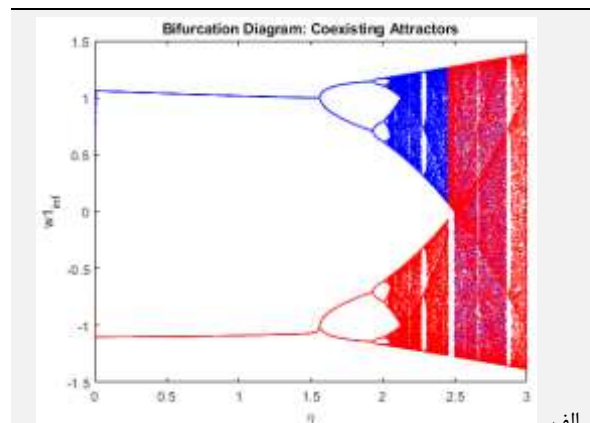
نمودار فضای فاز برای مدل نورونی در حالت آشوب در شکل (۴-پ) نشان داده شده است. این نمودار سهمی‌گون دارای سه نقطه‌ی تعادل ناپایدار در $(0,0)$ ، $(1,1)$ و $(-1,-1)$ است. لازم به ذکر است که به دلیل دارا بودن جذب هم‌زیست، نمودار فاز دارای یک قرینه در ربع سوم دستگاه مختصات بوده که در شکل نشان داده نشده است. مقایسه‌ی نمودار فضای فاز نگاشت نورونی با نگاشت لجستیک در شکل (۴-پ) نشان می‌دهد که علی‌رغم این که مدل نورونی نگاشتی دویبعدی و مدل لجستیک نگاشتی یک‌بعدی است، نمودار فاز هر دو مدل شکلی سهمی‌گون و شبیه به هم دارد. این شباهت را می‌توان در نمودار بایفورکیشن دو نگاشت نیز مشاهده کرد. بنابراین آن‌چه که باعث شباهت رفتار کیفی دو نگاشت (سیستم) می‌شود نه شباهت ظاهری معادلات ریاضی، بلکه شباهت نمودار فضای فاز است، هر چند دو سیستم در ابعاد متفاوت باشند.

۳-۲- بررسی پدیده‌ی هم‌آوایی

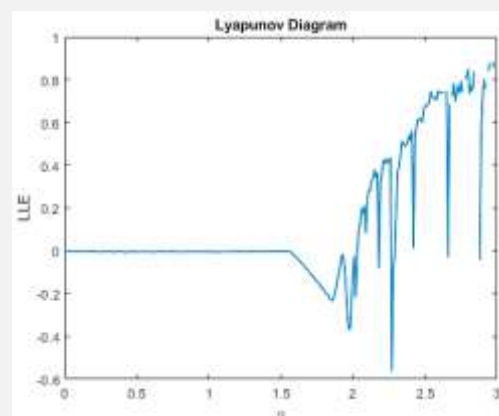
مدل‌های نورونی گسسته‌ی معرفی شده در پژوهش‌های مختلف عموماً به مدل‌سازی رفتار ولتاژ و جریان غشای نورون پرداخته‌اند. ایجاد ارتباط بین این مدل‌های گسسته و مدل نورونی ارائه شده در این پژوهش از طریق ایجاد تناظر بین متغیرهای این دو دسته مدل امکان‌پذیر است. بر این اساس از آن‌جا که متغیر اصلی توصیف‌کننده‌ی رفتار نورون در مدل‌های گسسته متغیر ولتاژ است، در رابطه‌ی (۲) نیز متغیر W را می‌توان معادل ولتاژ نورون در نظر گرفت. مدل‌های گسسته عموماً دارای متغیری هستند که بیان‌کننده‌ی تحریک بیرونی است، بنابراین متغیر X در رابطه‌ی (۲) را می‌توان به عنوان تحریک بیرونی در نظر گرفت. در این میان پارامتر η نیز پارامتر کنترل‌کننده‌ی رفتار مدل است.

بررسی هم‌آوایی نورون‌های مدل نورونی رابطه‌ی (۲) در شکل (۵) نشان می‌دهد که دو نورون در حالت‌های آشوبی، اینترمیتنسی و نوسانی به هم‌آوایی کامل با یک‌دیگر می‌رسند اما در حالت نقطه‌ثابت، علی‌رغم تشابه رفتاری، هم‌آوایی در مقادیر ولتاژ برقرار نیست. هم‌آوایی نورون‌های این مدل ناشی

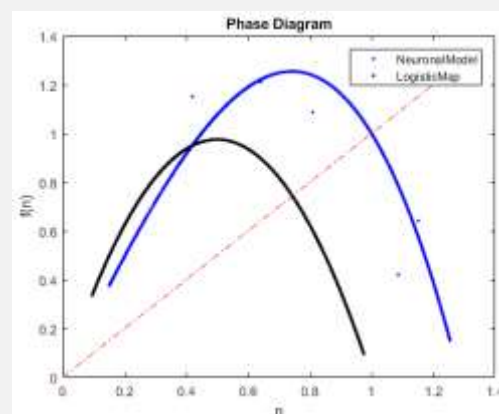
نمودار بایفورکیشن شکل (۳) تنها جاذب مدل نورونی معرفی شده نیست بلکه با تغییر شرایط اولیه‌ی وزن‌ها می‌توان جاذب‌های هم‌زیست دیگری برای این مدل نورونی به دست آورد که در شکل (۴-الف) نشان داده شده است. با تغییر مجدد شرایط اولیه، جاذب‌های دیگری به دست آمده که مسیرهای متفاوتی را در نمودار طی می‌کنند.



الف



ب



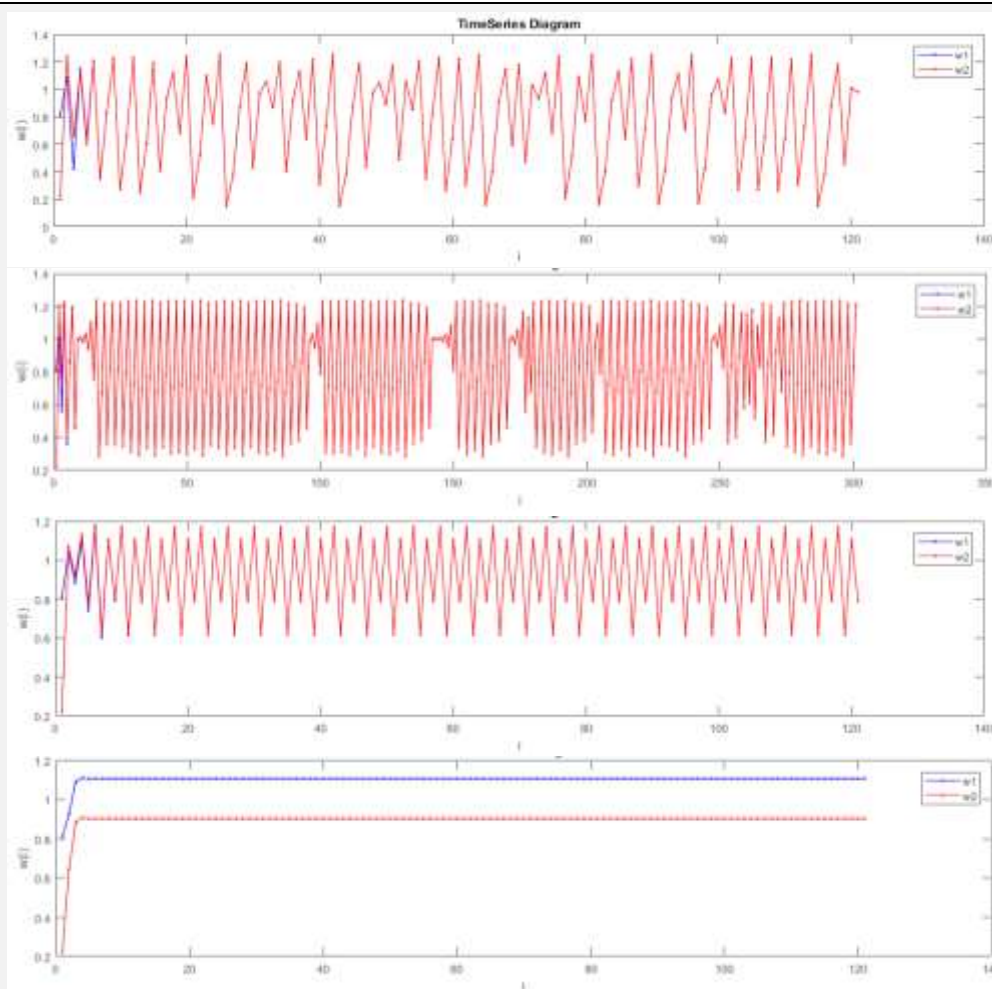
پ

شکل (۴-الف) جاذب‌های هم‌زیست وزن $W1$ ، نمودار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف وزن $W1$ ، نمودار فضای فاز وزن $W1$ به ازای پارامتر $\eta=2/4$ و $X=0/8$ ، به همراه نمودار فضای فاز نگاشت لجستیک به ازای پارامتر $A=3/9$

وجود جاذب‌های هم‌زیست در یک مدل نورونی یادگیرنده مانند مدل رابطه‌ی (۲) از منظر زیستی به این معنا است که فرایند

شیمیایی و از منظر ریاضی به معنی اضافه شدن اثر ولتاژ یک نورون به ولتاژ نورون دیگر است.

از وجود اثر کوپلینگ^۱ بین نورون‌ها بوده که از منظر زیستی به معنی تعامل بین نورونی از طریق سیناپس‌های الکتریکی یا



شکل (۵) - پدیده‌ی هم‌آوایی به ترتیب از بالا به پایین: در حالت آشوبی ($\eta=2/4$)، اینترمتینسی ($\eta=2/3$) و نوسانی ($\eta=2$)، در حالت نقطه ثابت ($\eta=1$) هم‌آوایی بین وزن‌ها اتفاق نمی‌افتد

آشوب فعالیت می‌کنند. برای رفع این تناقض باید به این نکته توجه نمود که هر شبکه‌ی عصبی مصنوعی برای یادگیری یک وظیفه‌ی مشخص آموزش داده می‌شود (مثلاً طبقه‌بندی تصاویر چهره). بنابراین چون فقط یک وظیفه به شبکه تحمیل شده است، وزن‌های آن به نقاط مشخصی هم‌گرا می‌شود اما چنانچه یک شبکه‌ی عصبی برای انجام چندین وظیفه‌ی متفاوت (با دادگان متفاوت) آموزش داده شود^۲، وزن‌های آن لزوماً هم‌گرا نشده و آشوب نیز از بین نمی‌رود. در چنین حالتی عملکرد شبکه‌ی عصبی مصنوعی به عملکرد مغز نزدیک‌تر است.

۳-۲-۱- به دست آوردن نگاهی یک‌بعدی

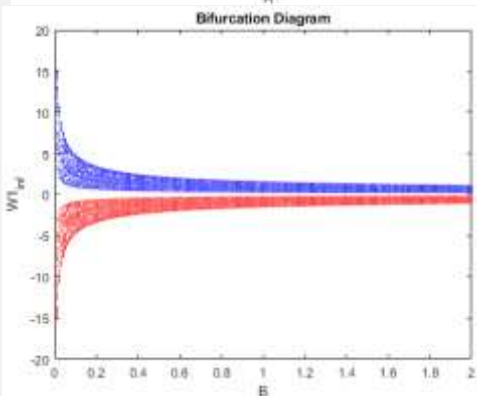
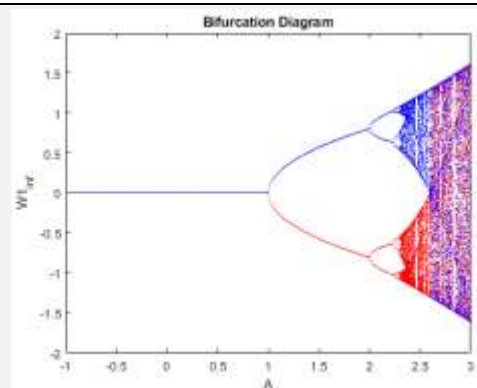
مطابق شکل (۵)، تشابه رفتاری دو نورون در اثر پدیده‌ی هم‌آوایی مشهود بوده و دو نورون عملاً یک کارکرد را انجام

نتیجه‌ی جدیدترین تحقیقات آزمایشگاهی در مورد تاثیر هم‌آوایی بر یادگیری نشان می‌دهد که در حین یادگیری، عملکرد نورون‌ها با یکدیگر سنکرون می‌شود [۲۹، ۳۰]. آنچه که در نمودارهای سری زمانی شکل (۵) نشان داده شده نیز بیانگر این واقعیت بوده که در مدل نورونی یادگیرنده‌ی رابطه‌ی (۲) که از یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی استخراج شده، هم‌آوایی نورون‌ها در تمام حالت‌ها قابل مشاهده است.

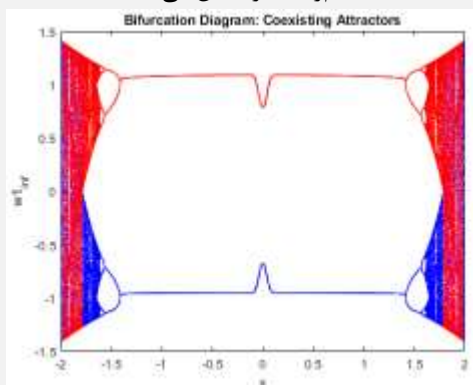
در شبکه‌های عصبی مصنوعی با الگوریتم پس‌انتشار خطا، یادگیری زمانی اتفاق می‌افتد که وزن‌های شبکه به نقاط بهینه‌ای هم‌گرا شوند (نمودار آخر در شکل ۵). بدیهی است که با هم‌گرا شدن وزن‌ها به یک نقطه‌ی مشخص و ثابت، آشوب به تدریج کاهش یافته و در نهایت از بین می‌رود. این در حالی است که یافته‌های زیستی نشان می‌دهد نورون‌ها در حالت

^۱ Multi-Task Learning

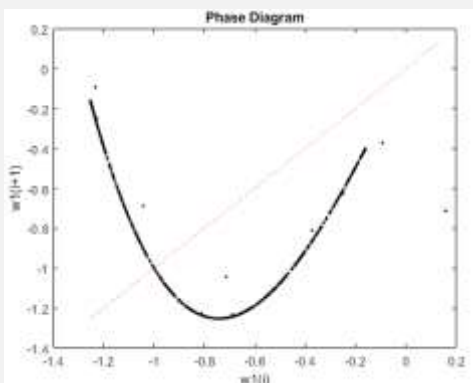
^۱ Coupling



شکل (۶) - نمودار بایفورکیشن نگاشت یک‌بعدی رابطه‌ی (۵) به ازای تغییرات پارامتر A (بالا) و پارامتر B (پایین)، رنگ قرمز جاذب هم‌زیست را نشان می‌دهد



الف



ب

شکل (۷) - الف) نمودار بایفورکیشن رابطه‌ی (۲) به ازای تغییرات ورودی X، ب) نمودار فاز وزن W1 در مدل نورونی رابطه‌ی (۲) به ازای ورودی $X=1/7$ و $\eta=0/4$ ، نمودار فاز دارای یک قرینه در ربع اول دستگاه مختصات بوده که در این‌جا نشان داده نشده است

می‌دهند. در چنین حالتی کاهش ابعاد نگاشت به طوری که بتواند ویژگی‌های اصلی سیستم را حفظ کند، مدل ساده‌تری در اختیار خواهد گذاشت. بدین منظور از نمودار فاز وزن W1 در شکل (۴-پ) استفاده شده است که نه تنها حاوی اطلاعات وزن W1 بوده بلکه به دلیل تعامل بین دو نورون، اطلاعات وزن W2 را نیز در بر دارد. درون‌یابی نمودار فاز به صورت یک چندجمله‌ای، رابطه‌ی (۴) را به دست می‌دهد که در صورت بازنویسی به صورت رابطه‌ی (۵) دارای دو پارامتر A و B است.

$$W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \times (2.536 - 1.536 \times W1_{(n)}^2) \quad (۴)$$

$$W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \times (A - B \times W1_{(n)}^2) \quad (۵)$$

نمودار بایفورکیشن رابطه‌ی (۵) به ازای تغییرات پارامترهای A و B در شکل (۶) ارائه شده است. با توجه به شباهت نمودار بایفورکیشن A به نمودار بایفورکیشن η در شکل (۴-الف)، می‌توان نتیجه گرفت که پارامتر A در نگاشت یک‌بعدی، نقش پارامتر η در نگاشت دوبعدی را ایفا می‌کند. بدین ترتیب پارامتر B نیز مدل‌کننده‌ی اثر وزن W2 در وزن W1 است. شباهت نمودارهای بایفورکیشن مدل یک‌بعدی و دوبعدی حاکی از آن است که در سیستم‌های پیچیده‌ی غیرخطی که اجزای آن در تعامل با یکدیگر هستند، هر جزء توانایی بروز رفتارهای کلی سیستم را دارد. از این رو ایجاد آسیب یا نقصان در یک جزء لزوماً به معنی از دست رفتن عملکرد آن نیست بلکه اجزای دیگر کماکان می‌توانند رفتار کلی سیستم را محقق سازند.

۳-۳- بررسی اثر تحریک بیرونی

متغیر X در مدل نورونی رابطه‌ی (۲)، ورودی سیستم است که در مدل‌های گسسته‌ی نورونی، تحریک بیرونی نیز نامیده شده و نقش مهمی در ایجاد تنوع رفتار دارد. هر چند این ورودی به عنوان یک متغیر در طول زمان تغییر می‌کند، اما می‌توان آن را مانند یک پارامتر برای مدل در نظر گرفت که رفتار سیستم را کنترل می‌کند. در این صورت می‌توان برای ورودی X نیز نمودار بایفورکیشن و فضای فاز ترسیم کرد و به بررسی رفتار مدل با تغییر ورودی پرداخت. نمودار بایفورکیشن به ازای تغییرات X در شکل (۷-الف) رسم شده است. تفاوت این نمودار با نمودار بایفورکیشن η در شکل (۴-الف) در تقارن آن بوده که ناشی از توان دوم متغیر X در رابطه‌ی (۲) است. در شکل (۷-ب) نمودار فاز مدل نورونی رابطه‌ی (۲) به ازای مقادیر متفاوتی از η و X رسم شده است. نقاط اضافه در این نمودار و نیز نمودار فاز شکل (۴-پ) مقادیری از وزن‌ها هستند که هم‌آوایی در آن‌ها اتفاق نیفتاده است (نقاط ابتدایی سری زمانی در شکل ۵).



در این مقاله ساختار شبکه به صورت خودانجمنی، بدون نورون بایاس و با تابع فعال‌سازی خطی در نظر گرفته شده و تحلیل‌ها بر این مبنا انجام شده است. استفاده از شبکه‌های دیگرانجمنی که در آن‌ها خروجی با ورودی متفاوت است و خروجی می‌تواند به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته شود، یافته‌های جدیدی بر پژوهش‌های قبلی اضافه می‌نماید. استفاده از نورون بایاس که باعث افزایش ابعاد نگاشت شده و همچنین استفاده از توابع فعال‌سازی غیرخطی که باعث تسهیل در یادگیری می‌شود، می‌تواند در پژوهش‌های آینده مورد بررسی قرار گیرد.

بروز رفتار آشوبی با تغییر مقدار ورودی در مدل نورونی یادگیرنده حاکی از آن است که از منظر زیستی، فرایند یادگیری نه تنها به تعاملات نورونی در مغز وابسته بوده بلکه به تغییرات ورودی نیز بسیار حساس است. به عبارت دیگر در صورتی که ورودی مناسب در اختیار مغز قرار نگیرد، فرایند یادگیری با اختلال مواجه می‌شود. بنابراین توجه به نوع ورودی در فرایند یادگیری به همان میزان دارای اهمیت است که توجه به بیمار یا سالم بودن دستگاه شناختی فرد مهم بوده و حتی شاید بتوان در مواردی، بیماری دستگاه شناختی را از طریق انتخاب ورودی مناسب جبران کرد.

۵- مراجع

- [1] G. Dreyfus, *Neural networks: methodology and applications*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [2] I. A. Basheer and M. Hajmeer, "Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application," *J. Microbiol. Methods*, vol. 43, no. 1, pp. 3–31, 2000.
- [3] م. منهج، مبانی شبکه‌های عصبی. انتشارات صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۱.
- [4] F. F. Ting, Y. J. Tan, and K. S. Sim, "Convolutional neural network improvement for breast cancer classification," *Expert Syst. Appl.*, vol. 120, pp. 103–115, 2019.
- [5] J. Gao, Y. L. Murphey, and H. Zhu, "Multivariate time series prediction of lane changing behavior using deep neural network," *Appl. Intell.*, vol. 48, no. 10, pp. 3523–3537, 2018.
- [6] S. M. E. Ghadiri and K. Mazlumi, "Adaptive protection scheme for microgrids based on SOM clustering technique," *Appl. Soft Comput.*, vol. 88, p. 106062, 2020.
- [7] P. Xiong, H. Wang, M. Liu, and X. Liu, "Denoising autoencoder for electrocardiogram signal enhancement," *J. Med. Imaging Heal. Informatics*, vol. 5, no. 8, pp. 1804–1810, 2015.
- [8] Y. Chen, H. Jiang, C. Li, X. Jia, and P. Ghamisi, "Deep feature extraction and classification of hyperspectral images based on convolutional neural networks," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 54, no. 10, pp. 6232–6251, 2016.
- [9] D. Wang and J. Gu, "VASC: dimension reduction and visualization of single-cell RNA-seq data by deep variational autoencoder," *Genomics. Proteomics Bioinformatics*, vol. 16, no. 5, pp. 320–331, 2018.
- [10] S. Shao, P. Wang, and R. Yan, "Generative adversarial networks for data augmentation in machine fault diagnosis," *Comput. Ind.*, vol. 106, pp. 85–93, 2019.
- [11] E. Choi, A. Schuetz, W. F. Stewart, and J. Sun, "Using recurrent neural network models for early detection of heart failure onset," *J. Am. Med. Informatics Assoc.*, vol. 24, no. 2, pp. 361–370, 2017.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل نورونی جدید با استفاده از الگوریتم پس‌انتشار خطا در شبکه‌های عصبی مصنوعی ارائه شده است که قابلیت یادگیری و نمایش رفتارهای پیچیده و آشوبی را دارد. هر چند مدل مذکور از یک شبکه‌ی عصبی ساده استخراج شده اما نتایج به دست آمده نشان داده که شبکه‌های عصبی مصنوعی حتی با ساده‌ترین ساختارها (ساختارهای تک‌نورونی) قابلیت نمایش رفتارهای پیچیده را داشته و رفتار پیچیده لزوماً از ساختار پیچیده‌ی شبکه ناشی نمی‌شود بلکه عامل اصلی در بروز رفتارهای پیچیده در یک شبکه‌ی عصبی، روابط ریاضی حاکم بر اجزای شبکه است، هر چند نوع ساختار نیز می‌تواند در پیچیدگی رفتار شبکه موثر باشد.

این مدل نورونی دوبعدی دارای جاذب‌های هم‌زیست متعددی بوده که نشان می‌دهد یادگیری در بستر جذب‌های متفاوت امکان‌پذیر است. بررسی پدیده‌ی هم‌آوایی نورون‌ها در حین یادگیری با استفاده از این مدل نورونی انجام شده و نشان داده شده که دو نورون در حالت‌های مختلف رفتاری هم‌آوا دارند. سپس نگاشت یک‌بعدی برای این مدل به دست آمده که توانایی بروز رفتارهای نگاشت دوبعدی را دارا است. بررسی نمودار بایفورکیشن به ازای پارامترهای مختلف نشان داده که این مدل نورونی نه تنها نسبت به تغییرات پارامتر ضریب یادگیری بسیار حساس است، بلکه نسبت به تغییرات ورودی نیز حساسیت بالایی دارد و رفتارهای آشوبی از خود به نمایش می‌گذارد.

مدل نورونی ارائه شده در این پژوهش با اعمال الگوریتم یادگیری پس‌انتشار خطا به شبکه‌ی عصبی به دست آمده است در حالی که الگوریتم‌های متنوعی برای تعلیم شبکه وجود دارد (مانند الگوریتم گرادیان مزدوج، الگوریتم لوبنبرگ-مارکوارت) که استفاده از هر کدام از آن‌ها دنباله‌های بازگشتی متفاوت با پارامترهای متفاوت در اختیار خواهد گذاشت.



- [22] R. Rakkiyappan, K. Udhayakumar, G. Velmurugan, J. Cao, and A. Alsaedi, "Stability and Hopf bifurcation analysis of fractional-order complex-valued neural networks with time delays," *Adv. Differ. Equations*, vol. 2017, no. 1, p. 225, 2017.
- [23] D. Wang, H. Tang, Y. Wang, and J. Wu, "Beautiful chaotic patterns generated using simple untrained recurrent neural networks under harmonic excitation."
- [24] H. L. J. Van der Maas, P. F. M. J. Verschure, and P. C. M. Molenaar, "A note on chaotic behavior in simple neural networks," *Neural Networks*, vol. 3, no. 1, pp. 119–122, 1990.
- [25] J. F. Kolen and J. B. Pollack, "Back propagation is sensitive to initial conditions," in *Advances in neural information processing systems*, 1991, pp. 860–867.
- [26] K. Bertels, L. Neuberg, S. Vassiliadis, and D. G. Pechanek, "XOR and backpropagation learning: in and out of the chaos?," 1995.
- [27] K. Bertels, L. Neuberg, S. Vassiliadis, and D. G. Pechanek, "Chaos and neural network learning. Some observations," *Neural Process. Lett.*, vol. 7, no. 2, pp. 69–80, 1998.
- [28] S. U. Ahmed, M. Shahjahan, and K. Murase, "Chaotic dynamics of supervised neural network," in *2010 13th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT)*, 2010, pp. 412–417.
- [29] L. Zhang et al., "Dynamics of a hippocampal neuronal ensemble encoding trace fear memory revealed by in vivo Ca²⁺ imaging," *PLoS One*, vol. 14, no. 7, p. e0219152, 2019.
- [30] Y. Zhou, L. Qiu, H. Wang, and X. Chen, "Induction of activity synchronization among primed hippocampal neurons out of random dynamics is key for trace memory formation and retrieval," *FASEB J.*, vol. 34, no. 3, pp. 3658–3676, 2020.
- [12] J. Schmidhuber, "Deep learning in neural networks: An overview," *Neural networks*, vol. 61, pp. 85–117, 2015.
- [13] R. C. Hilborn, *Chaos and nonlinear dynamics: an introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press on Demand, 2000.
- [14] H. Korn and P. Faure, "Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models," *C. R. Biol.*, vol. 326, no. 9, pp. 787–840, 2003.
- [15] S. N. Sarbadhikari and K. Chakrabarty, "Chaos in the brain: a short review alluding to epilepsy, depression, exercise and lateralization," *Med. Eng. Phys.*, vol. 23, no. 7, pp. 447–457, 2001.
- [16] G. Rodriguez-Bermudez and P. J. Garcia-Laencina, "Analysis of EEG signals using nonlinear dynamics and chaos: a review," *Appl. Math. Inf. Sci.*, vol. 9, no. 5, p. 2309, 2015.
- [۱۷] محمدی، احسان، کرمانی، گلپور، "ارزیابی آشوبناکی سیگنال الکتروانسفالوگرام در سطوح مختلف بیهوشی،" *دانشکده پزشکی اصفهان*, vol. 482, no. 36, pp. 601–606, 2018.
- [18] B. Ibarz, J. M. Casado, and M. A. F. Sanjuán, "Map-based models in neuronal dynamics," *Phys. Rep.*, vol. 501, no. 1–2, pp. 1–74, 2011.
- [19] S. M. Kuva, G. F. Lima, O. Kinouchi, M. H. R. Tragtenberg, and A. C. Roque, "A minimal model for excitable and bursting elements," *Neurocomputing*, vol. 38, pp. 255–261, 2001.
- [20] M. Girardi-Schappo, G. S. Bortolotto, R. V Stenzinger, J. J. Gonsalves, and M. H. R. Tragtenberg, "Phase diagrams and dynamics of a computationally efficient map-based neuron model," *PLoS One*, vol. 12, no. 3, p. e0174621, 2017.
- [۲۱] A. Zerroug, L. Terrissa, and A. Faure, "Chaotic dynamical behavior of recurrent neural network," *Annu. Rev. Chaos Theory Bifurc. Dyn. Syst.*, vol. 4, pp. 55–66, 2013.

۱- مقدمه

شبکه‌های عصبی مصنوعی به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند در یادگیری ماشین و هوش مصنوعی، در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته‌اند. این شبکه‌ها که با الهام‌گیری از شبکه‌ی عصبی زیستی مغز انسان مدل‌سازی می‌شوند، مانند مغز انسان توانایی یادگیری الگوها را دارند. شبکه‌ی عصبی انسان متشکل از تعداد زیادی نورون متصل به هم است که در تعامل با یکدیگر از طریق ارسال و دریافت پالس‌های الکتریکی، عمل یادگیری را انجام می‌دهند. شبکه‌ی عصبی مصنوعی نیز از نورون‌های محاسباتی تشکیل شده است که در لایه‌های متوالی در کنار هم قرار گرفته و از طریق وزن‌های شبکه به یکدیگر متصل می‌شوند. یادگیری در شبکه‌ی عصبی مصنوعی به معنی پردازش ورودی در لایه‌های مختلف و در نهایت نگاشت ورودی به یک خروجی مشخص است [۱-۳].

شبکه‌های عصبی مصنوعی در گستره‌ی وسیعی از علوم مختلف از پزشکی تا مهندسی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. کاربردهای شبکه‌های عصبی مصنوعی به صورت کلی شامل طبقه‌بندی^۱، پیش‌بینی^۲، خوشه‌بندی^۳، حذف نویز^۴، استخراج ویژگی^۵، کاهش بعد^۶ و بازتولید داده^۷ است [۴-۱۰].

اولین گام برای استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، انتخاب ساختار مناسب برای شبکه بر اساس هدف و کاربرد است. شبکه‌های عصبی بر حسب ساختار و نحوه‌ی اتصالات بین نورون‌ها به دو دسته‌ی اصلی جלו سوسو^۸ و بازگشتی^۹ تقسیم می‌شوند. در شبکه‌های جلو سوسو اتصالات بین نورون‌های لایه‌های مختلف رو به جلو است و اتصال بازگشتی بین لایه‌ها وجود ندارد. در شبکه‌های بازگشتی، بین لایه‌ها اتصالات بازگشتی (بازخوردی) وجود دارد [۱۱]. در یک تقسیم‌بندی کلی دیگر، شبکه‌های عصبی به دو دسته‌ی شبکه‌های عمیق و شبکه‌های غیرعمیق تقسیم می‌شوند. شبکه‌های عصبی عمیق به شبکه‌هایی گفته می‌شود که عموماً دارای بیش از سه لایه‌ی پنهان باشند. این شبکه‌ها به دلیل پردازش‌های غیرخطی متعدد در لایه‌های متوالی، قادر به یادگیری عمل‌کردهای پیچیده و سطح بالا مانند بینایی و تکلم هستند [۱۲].

گام دوم در استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، آموزش شبکه با استفاده از داده‌های تعلیم است. هدف از آموزش شبکه،

کمینه کردن مقدار خطای خروجی شبکه از طریق اصلاح مقادیر وزن‌ها است. الگوریتم پس‌انتشار خطا^{۱۰} معروف‌ترین الگوریتم آموزش شبکه‌های عصبی است که با محاسبه‌ی گرادیان خطای خروجی شبکه و پس‌انتشار آن به لایه‌های پایین‌تر باعث اصلاح وزن‌های شبکه می‌شود. این الگوریتم، روابط ریاضی وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی را به صورت دنباله‌های بازگشتی در آورده که در حین فرایند تعلیم باید در جهت مقادیر بهینه اصلاح شوند.

آشوب^{۱۱} حالتی از سیستم‌های پیچیده‌ی غیرخطی است که در این حالت، سیستم رفتاری به ظاهر بی‌نظم و تصادفی دارد اما در واقع توسط قوانینی مشخص و قطعی هدایت می‌شود. این رفتار به شرایط اولیه‌ی سیستم بسیار حساس است و هر گونه تغییر کوچک در شرایط اولیه منجر به تغییرات چشم‌گیر در حالت نهایی (غایی) سیستم می‌شود [۱۳]. به منظور بررسی پدیده‌ی آشوب در یک سیستم پیچیده، باید در ابتدا معادلات حاکم بر رفتار سیستم به دست آورده شود. سیستم‌های آشوبی عموماً با استفاده از دنباله‌های بازگشتی (مانند نگاشت لجستیک) یا معادلات دیفرانسیل (مانند معادلات لورنز) توصیف می‌شوند. این معادلات دارای یک یا چندین پارامتر کنترل هستند که رفتار سیستم را کنترل می‌کنند. بر اساس مقدار پارامتر کنترل، یک سیستم می‌تواند رفتاری آشوبی، نوسانی یا نقطه‌ثابت از خود به نمایش بگذارد.

شواهد زیستی نیز نشان می‌دهد که رفتار نورون‌های زیستی و سیگنال‌های الکتریکی مغز انسان ماهیتی آشوب‌گونه دارد [۱۴-۱۷]. بنابراین مدل محاسباتی نورون و به تبع آن شبکه‌ی عصبی مصنوعی نیز می‌تواند رفتاری آشوب‌گونه از خود به نمایش بگذارد. هدف پژوهش حاضر بررسی وجود رفتار آشوبی در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی است. در صورت وجود رفتار آشوبی در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه، امکان ارائه‌ی نگاشت‌های نورونی جدید فراهم شده و راه برای تحلیل عمل‌کرد شبکه‌های عصبی مصنوعی و زیستی از منظر تئوری آشوب هموار می‌گردد.

پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که وقوع آشوب در دو گروه از شبکه‌های عصبی مصنوعی قابل بررسی بوده که در شکل (۱) نشان داده شده است. گروه اول، شبکه‌های عصبی مصنوعی با

^۷ Data Regeneration / Data Acquisition

^۸ Feedforward Neural Networks

^۹ Recurrent Neural Networks

^{۱۰} Back Propagation Algorithm

^{۱۱} Chaos

^۱ Classification

^۲ Prediction

^۳ Clustering

^۴ Noise Canceling

^۵ Feature Extraction

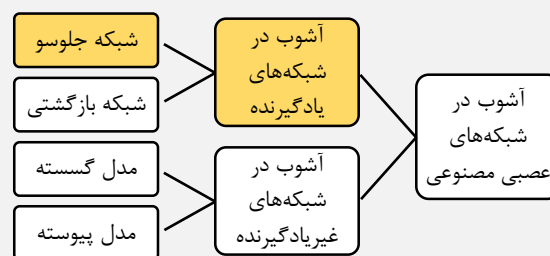
^۶ Dimension Reduction



به دست آوردن دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های یک شبکه‌ی عصبی ساده با سه نرون از طریق الگوریتم پس‌انتشار خطا، به بررسی اثر تغییرات نرخ یادگیری بر رفتار شبکه پرداختند. آن‌ها نشان دادند که با افزایش نرخ یادگیری، رفتار شبکه از حالت پریودیک به حالت آشوبی تغییر می‌کند [۲۴]. کولن و پولاک با بررسی عمل کرد یک شبکه‌ی عصبی سه‌لایه حین یادگیری عمل‌گر XOR نشان دادند که الگوریتم پس‌انتشار خطا نسبت به شرایط اولیه‌ی وزن‌ها بسیار حساس است و هر گونه تغییر کوچک در شرایط اولیه‌ی وزن‌ها، هم‌گرایی شبکه را به شدت تحت تاثیر قرار می‌دهد. آن‌ها هم‌چنین نشان دادند که الگوریتم پس‌انتشار خطا نسبت به تغییرات نرخ یادگیری η و ضریب مومنوم α بسیار حساس است و تغییر این دو پارامتر هم‌گرایی شبکه را تغییر می‌دهد [۲۵]. برتلس و هم‌کارانش با بررسی دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های یک شبکه‌ی عصبی مدعی شدند که وجود عبارتی نظیر عبارت ریاضی نگاشت لجستیک در دنباله‌ی وزن‌ها باعث به وجود آمدن رفتار آشوبی در شبکه می‌شود. آن‌ها نشان دادند که هر چه فرایند تعلیم شبکه جلوتر رفته و تعلیم شبکه کامل‌تر می‌شود، آشوب در الگوریتم پس‌انتشار خطا نیز کاهش می‌یابد. آن‌ها نتایج پژوهش خود را با مباحث زیستی ناسازگار دانستند زیرا طبق مباحث زیستی هنگام یادگیری، جاذب‌های آشوب‌گون در رفتار نرون‌ها مشاهده می‌شود اما نتایج پژوهش آن‌ها نشان می‌داد که هنگام یادگیری، آشوب به تدریج از بین می‌رود [۲۶]. برتلس و هم‌کارانش در پژوهش دیگری به بررسی نقش پارامتر T (شیب تابع فعال‌سازی سیگموئید) در هم‌گرایی شبکه و هم‌چنین بروز رفتار آشوبی پرداخته و نشان دادند که با افزایش مقدار این پارامتر، دوشاخگی در نمودار بایفورکیشن پارامتر η با تاخیر اتفاق می‌افتد [۲۷].

احمد و هم‌کارانش در سال ۲۰۱۰ به بررسی دینامیک آشوبی شبکه‌های عصبی حین یادگیری سه مساله‌ی طبقه‌بندی شامل مساله‌ی XOR، مساله‌ی تشخیص سرطان و مساله‌ی تشخیص دیابت پرداخته و نشان دادند که شبکه با تغییر η رفتاری آشوبی از خود به نمایش می‌گذارد [۲۸]. در این پژوهش مساله‌ی پیچیده‌ی طبقه‌بندی، با ساده‌سازی‌هایی نظیر انتخاب یک نمونه از هر کلاس برای آموزش شبکه و آموزش یک شبکه‌ی جداگانه برای هر نمونه، مورد بررسی قرار گرفته است. پژوهش‌هایی که تا کنون به بررسی وقوع پدیده‌ی آشوب در الگوریتم پس‌انتشار خطا پرداخته‌اند، صرفاً آن را از منظر ریاضی تحلیل کرده و در توجیه چرایی وقوع آشوب دچار ضعف تئوریک بوده‌اند. آن‌ها بیان داشته‌اند که علت وقوع آشوب، وجود عبارتی مانند عبارت ریاضی نگاشت لجستیک در دنباله‌ی بازگشتی

قابلیت یادگیری بوده (شبکه‌های یادگیرنده) که شبکه‌های عصبی جلوسو و بازگشتی از جمله‌ی این شبکه‌ها محسوب می‌شوند. گروه دوم، شبکه‌های عصبی مصنوعی بوده که فاقد قابلیت یادگیری هستند (شبکه‌های غیریادگیرنده) و اغلب برای مدل‌سازی رفتار شبکه‌های نوروئی که پالس‌های الکتریکی تولید می‌کنند، به کار می‌روند. این شبکه‌ها مجموعه‌ای از مدل‌های گسسته‌ی نوروئی بوده که در یک تقسیم‌بندی کلی به مدل‌های یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی تقسیم می‌شوند. مدل‌های یک‌بعدی دارای یک متغیر برای توصیف رفتار نرون هستند (متغیر ولتاژ) در حالی که مدل‌های چندبعدی چند متغیر (ولتاژ و جریان) برای توصیف رفتار نرون دارند. مروری بر مدل‌های گسسته‌ی نوروئی در جدول (۱) ارائه شده است [۱۸-۲۰].



شکل (۱) - شبکه‌های عصبی مصنوعی با قابلیت وقوع آشوب

جدول (۱) - انواع مدل‌های گسسته‌ی نوروئی

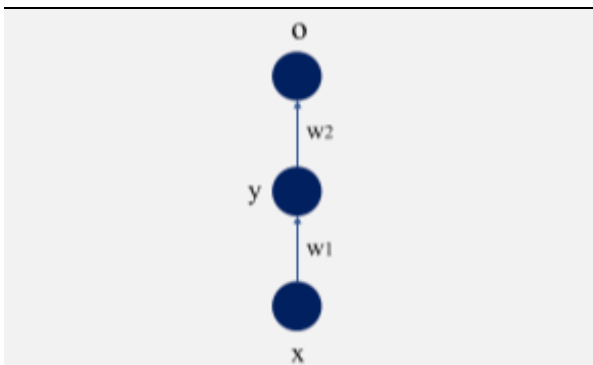
نوع مدل	نام مدل	سال ارائه
یک بعدی	Netlet	۱۹۷۰
	Nagumo-Sato	۱۹۷۲
	Aihara	۱۹۹۰
	Courbage	۲۰۰۱
دو بعدی	Chialvo	۱۹۹۵
	Rulkov	۲۰۰۱
	Izhikevich	۲۰۰۴
سه بعدی	CNV	۲۰۰۷
	KTz	۲۰۰۱
	KTzLog	۲۰۱۷

در پژوهش حاضر به بررسی وقوع آشوب در شبکه‌های یادگیرنده از نوع جلوسو پرداخته شده هر چند وقوع آشوب در شبکه‌های بازگشتی [۲۱-۲۳] و مدل‌های گسسته و پیوسته‌ی نوروئی نیز قابل بررسی است.

نخستین پژوهش‌ها پیرامون وقوع آشوب در دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه‌ی جلوسو به دهه‌ی ۱۹۹۰ میلادی باز می‌گردد که در آن‌ها الگوریتم پس‌انتشار خطا به عنوان خاستگاه آشوب در شبکه‌ی عصبی معرفی شده است. واندرماس و هم‌کارانش با

پیچیدگی ساختار، تعداد نورون بیشتر، تعداد لایه‌ی بیش‌تر و ... حذف گردد تا نتایج قابل تفسیر شود. در صورت استفاده از ساختارهای پیچیده‌تر با تعداد نورون بیش‌تر یا تعداد لایه‌های بیش‌تر، تفکیک اثر پارامترها و اثر ساختار در تغییر رفتار شبکه به سادگی امکان‌پذیر نخواهد بود.

اجزای این شبکه در شکل (۲) نشان داده شده که در آن X ورودی شبکه، O خروجی شبکه، y خروجی لایه‌ی پنهان و $W1$ و $W2$ وزن‌های شبکه است. در این شبکه خروجی مطلوب برابر ورودی در نظر گرفته شده است و در واقع شبکه یک عمل‌کرد خودرمنکنندگی (اتوانکودری^۲) انجام می‌دهد. هم‌چنین تابع فعال‌سازی شبکه از نوع خطی با رابطه‌ی $f(x)=x$ انتخاب شده است که عین ورودی را به خروجی نگاشته و تغییری روی آن ایجاد نمی‌کند.



شکل (۲) - ساختار شبکه‌ی عصبی مصنوعی مورد استفاده در این پژوهش برای به دست آوردن مدل نورونی

در رابطه‌ی (۱) روابط ریاضی حاکم بر عمل‌کرد شبکه و در رابطه‌ی (۲) روابط ریاضی دنباله‌ی بازگشتی وزن‌های شبکه بر اساس الگوریتم پس‌انتشار خطا ارائه شده که در آن ضریب یادگیری شبکه است. هر چند در ساختار این شبکه، تابع فعال‌سازی از نوع خطی انتخاب شده، اما روابط به دست آمده برای نگاشت دوبعدی وزن‌ها از نوع غیرخطی است. به عبارت دیگر خطی یا غیرخطی بودن تابع فعال‌سازی اثری روی خطی یا غیرخطی بودن روابط ریاضی وزن‌ها ندارد زیرا روابط ریاضی وزن‌ها از روی الگوریتم پس‌انتشار خطا به دست آمده و از آن‌جا که این الگوریتم اثر وزن‌های لایه‌های بالاتر را بر وزن‌های لایه‌های پایین‌تر انتشار می‌دهد، ناگزیر عبارت ریاضی به دست آمده برای وزن‌های شبکه نیز غیرخطی خواهد بود (به دلیل اثرگذاری $W1$ بر $W2$ و برعکس). در صورتی که به جای تابع فعال‌سازی خطی از تابع فعال‌سازی غیرخطی مانند

وزن‌ها است در حالی که یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد وقوع آشوب اساساً با این موضوع بی‌ارتباط بوده و چرایی وقوع آشوب باید در تعامل وزن‌های شبکه با یک‌دیگر جست‌وجو شود. از سوی دیگر پژوهش‌های پیشین اغلب به بررسی نقش پارامتر η (ضریب یادگیری) در وقوع آشوب پرداخته‌اند در حالی که نتایج این مقاله نشان می‌دهد حتی تحریک بیرونی نیز می‌تواند نقش یک پارامتر را در مدل ایفا کرده و باعث ایجاد آشوب شود. نگاشت‌های بازگشتی مربوط به وزن‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی از منظر ریاضی مانند یک مدل نورونی گسسته بوده که نه تنها قابلیت نمایش انواع رفتارهای نورونی را دارند بلکه قابلیت یادگیری نیز به آن‌ها اضافه شده است. این نکته می‌تواند مجرای ارتباطی بین دو دسته از مدل‌های نورونی (یادگیرنده و غیریادگیرنده) باشد که در پژوهش‌های پیشین ارتباطی بین این دو دسته‌ی مدل ایجاد نشده است. پدیده‌های شناختی مانند هم‌آوایی نورون‌ها^۱ که نقش مهمی در یادگیری ایفا می‌کنند تا کنون فقط در مدل‌های گسسته که فاقد قابلیت یادگیری هستند مورد بررسی قرار گرفته‌اند. ارائه‌ی یک مدل نورونی جدید با قابلیت یادگیری و مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی این امکان را فراهم می‌کند که چنین پدیده‌هایی را بتوان در مدل‌های واقعی‌تر مورد بررسی قرار داد.

۲- مواد و روش‌ها

به منظور بررسی رفتار یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی از منظر تئوری آشوب و استخراج نگاشت‌های نورونی جدید، در گام نخست باید ساختار شبکه شامل تعداد لایه‌ها و نورون‌ها که در واقع تعیین‌کننده‌ی ابعاد نگاشت‌ها بوده و هم‌چنین نوع الگوریتم تعلیم شبکه تعیین شود. در گام دوم باید روابط ریاضی حاکم بر خروجی لایه‌های پنهان یا وزن‌ها بر اساس الگوریتم تعلیمی به دست آورده شده و در گام نهایی با تعیین پارامترهای هر نگاشت، رفتار آن از منظر وقوع یا عدم وقوع آشوب، توانایی نمایش رفتارهای متنوع نورونی، توانایی مدل‌سازی پدیده‌های شناختی و ... مورد بررسی قرار گیرد.

در پژوهش حاضر از یک شبکه‌ی عصبی ساده‌ی جلوسوی سه‌لایه که در هر لایه‌ی آن یک نورون قرار دارد برای به دست آوردن دنباله‌ی بازگشتی وزن‌ها استفاده شده است. از آن‌جا که یکی از اهداف پژوهش حاضر، بررسی اثر تغییر پارامترها (پارامترهای η ، x) در تغییر رفتار شبکه است، با انتخاب یک ساختار ساده برای شبکه سعی شده تا اثر سایر عوامل (مانند

^۲ Autoencoder

^۱ Neuronal Synchronization

نمودار بایفورکیشن مربوط به یک نگاهت بازگشتی به منزله‌ی یک جاذب^۱ برای آن است که رفتار نگاهت در نهایت جذب یکی از نقاط جاذب می‌شود. در سیستم‌های غیرخطی، وجود چندین جاذب به صورت هم‌زمان محتمل است و به آن‌ها جاذب‌های هم‌زیست^۲ گفته می‌شود. به منظور به دست آوردن جاذب‌های هم‌زیست یک سیستم باید نمودار بایفورکیشن به ازای شرایط اولیه‌ی متفاوت رسم شود.

۳- یافته‌ها و بحث

دنباله‌ی بازگشتی معرفی شده در قسمت قبل، یک نگاهت دوبعدی است که در آن وضعیت فعلی هر وزن به وضعیت گذشته‌ی همان وزن، وضعیت گذشته‌ی وزن دیگر، ضریب یادگیری و ورودی بستگی دارد.

۳-۱- نمودار بایفورکیشن، نمای لیاپانوف و فضای فاز

نمودار بایفورکیشن نگاهت رابطه‌ی (۲) به ازای تغییرات پارامتر η در شکل (۳) نشان داده شده است. بر این اساس، این نگاهت نورونی قادر به بروز تمام رفتارهای سیستم پیچیده‌ی غیرخطی از جمله رفتار آشوبی، اینترمیتنسی، نوسانی و نقطه‌ثابت است. هر چند رابطه‌ی (۲) از نظر ریاضی شباهتی به نگاهت لجستیک ندارد اما توانسته است رفتاری آشوبی از خود به نمایش بگذارد. این رفتار آشوبی حاصل تعامل وزن‌ها و اثرگذاری و اثرپذیری آن‌ها از یکدیگر است. از سوی دیگر وقوع آشوب را می‌توان ناشی از اعمال اثر وضعیت گذشته‌ی نگاهت در وضعیت فعلی نگاهت (اثر حافظه) دانست. بدین ترتیب نه تنها تعامل اجزای نگاهت نورونی (تعامل اجزایی) در به وجود آمدن آشوب موثر بوده بلکه تعامل وضعیت گذشته و حال نورون (تعامل زمانی) نیز در به وجود آمدن آشوب در مدل نورونی اثرگذار است.

tansigmoid در شبکه استفاده شود، عبارت ریاضی وزن‌های شبکه کماکان غیرخطی باقی خواهد ماند.

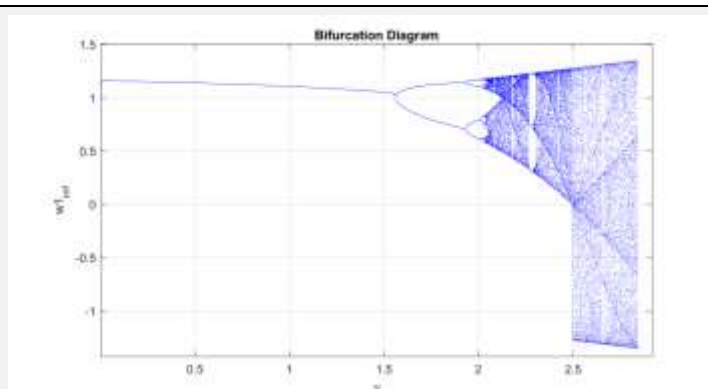
$$\begin{aligned} 0 &= f(y \times W2) = y \times W2 \\ y &= f(X \times W1) = X \times W1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{cases} W1_{(n+1)} = W1_{(n)} + \eta \times X^2 \times W2_{(n)} \\ \quad \times [1 - W1_{(n)} \times W2_{(n)}] \\ W2_{(n+1)} = W2_{(n)} + \eta \times X^2 \times W1_{(n)} \\ \quad \times [1 - W1_{(n)} \times W2_{(n)}] \end{cases} \quad (2)$$

بررسی وقوع آشوب در یک دنباله‌ی بازگشتی به صورت کیفی از طریق رسم نمودار بایفورکیشن میسر است. این نمودار که محور افقی آن پارامتر کنترل و محور عمودی آن حالت نهایی سیستم است، نشان می‌دهد که رفتار نهایی سیستم با تغییر پارامتر کنترل چه تغییری می‌کند. بررسی وقوع آشوب به صورت کمی نیز از طریق محاسبه‌ی نمای لیاپانوف و رسم نمودار لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر کنترل انجام می‌شود. در این پژوهش نمودار بایفورکیشن و لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر η مورد بررسی قرار گرفته است.

نقاط تعادل یک سیستم غیرخطی به نقاطی اطلاق می‌شود که در آن وضعیت سیستم در مرحله‌ی بعد با وضعیت سیستم در مرحله‌ی فعلی برابر است. به زبان ریاضی در نگاهت بازگشتی رابطه‌ی (۲)، نقاط تعادل از حل رابطه‌ی (۳) به دست می‌آید. از نظر هندسی، نقاط تعادل به محل برخورد نمودار فاز با نیم‌ساز گفته می‌شود. در صورتی که در محل برخورد نمودار فاز با نیم‌ساز، شیب نمودار بزرگ‌تر از ۱ باشد، نقطه‌ی تعادل از نوع ناپایدار و در صورتی که کوچک‌تر از ۱ باشد، نقطه‌ی تعادل از نوع پایدار است [۱۳]. در این پژوهش نقاط تعادل مدل نورونی از نظر عددی و هندسی مورد بررسی قرار گرفته است.

$$\begin{cases} W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \\ W2_{(n+1)} = W2_{(n)} \end{cases} \quad (3)$$



شکل (۳) - نمودار بایفورکیشن وزن $W1$ به ازای تغییرات پارامتر η ، ورودی: $X=0/8$ ، نمودار بایفورکیشن وزن $W2$ نیز مشابه این نمودار است

^۱ Coexisting Attractors

^۲ Attractor

یادگیری در مغز انسان می‌تواند روی بستر جذب‌های متفاوتی اتفاق افتد و این شرایط اولیه‌ی فرد است که تعیین می‌کند یادگیری در کدام بستر جذب انجام شود.

نمودار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به ازای تغییرات پارامتر η در شکل (۴-ب) ارائه شده است. بر اساس این نمودار، مقدار نمای لیاپانوف در نقاط ثابت برابر صفر، در نقاط نوسانی کوچک‌تر از صفر و در نقاط آشوبی بزرگ‌تر از صفر است.

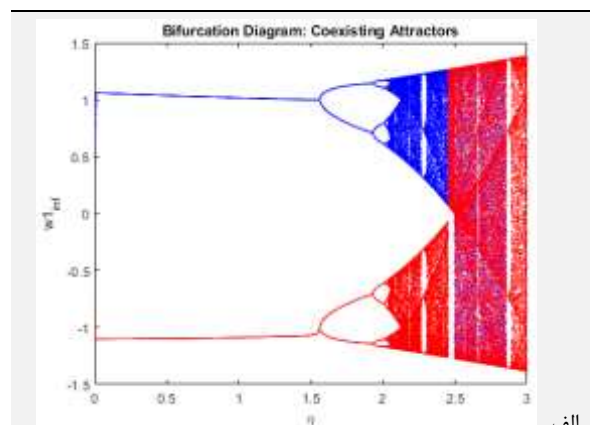
نمودار فضای فاز برای مدل نورونی در حالت آشوب در شکل (۴-پ) نشان داده شده است. این نمودار سهمی‌گون دارای سه نقطه‌ی تعادل ناپایدار در $(0,0)$ ، $(1,1)$ و $(-1,-1)$ است. لازم به ذکر است که به دلیل دارا بودن جذب هم‌زیست، نمودار فاز دارای یک قرینه در ربع سوم دستگاه مختصات بوده که در شکل نشان داده نشده است. مقایسه‌ی نمودار فضای فاز نگاشت نورونی با نگاشت لجستیک در شکل (۴-پ) نشان می‌دهد که علی‌رغم این که مدل نورونی نگاشتی دویبعدی و مدل لجستیک نگاشتی یک‌بعدی است، نمودار فاز هر دو مدل شکلی سهمی‌گون و شبیه به هم دارد. این شباهت را می‌توان در نمودار بایفورکیشن دو نگاشت نیز مشاهده کرد. بنابراین آن‌چه که باعث شباهت رفتار کیفی دو نگاشت (سیستم) می‌شود نه شباهت ظاهری معادلات ریاضی، بلکه شباهت نمودار فضای فاز است، هر چند دو سیستم در ابعاد متفاوت باشند.

۳-۲- بررسی پدیده‌ی هم‌آوایی

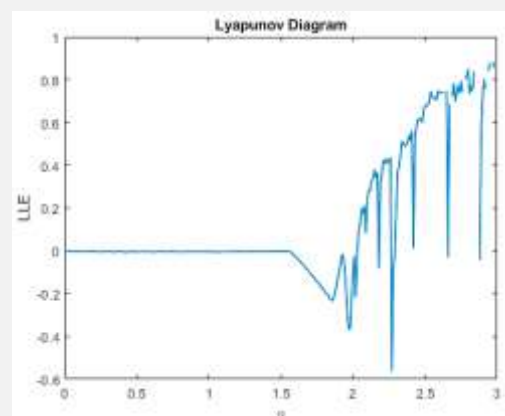
مدل‌های نورونی گسسته‌ی معرفی شده در پژوهش‌های مختلف عموماً به مدل‌سازی رفتار ولتاژ و جریان غشای نورون پرداخته‌اند. ایجاد ارتباط بین این مدل‌های گسسته و مدل نورونی ارائه شده در این پژوهش از طریق ایجاد تناظر بین متغیرهای این دو دسته مدل امکان‌پذیر است. بر این اساس از آن‌جا که متغیر اصلی توصیف‌کننده‌ی رفتار نورون در مدل‌های گسسته متغیر ولتاژ است، در رابطه‌ی (۲) نیز متغیر W را می‌توان معادل ولتاژ نورون در نظر گرفت. مدل‌های گسسته عموماً دارای متغیری هستند که بیان‌کننده‌ی تحریک بیرونی است، بنابراین متغیر X در رابطه‌ی (۲) را می‌توان به عنوان تحریک بیرونی در نظر گرفت. در این میان پارامتر η نیز پارامتر کنترل‌کننده‌ی رفتار مدل است.

بررسی هم‌آوایی نورون‌های مدل نورونی رابطه‌ی (۲) در شکل (۵) نشان می‌دهد که دو نورون در حالت‌های آشوبی، اینترمیتنسی و نوسانی به هم‌آوایی کامل با یک‌دیگر می‌رسند اما در حالت نقطه‌ثابت، علی‌رغم تشابه رفتاری، هم‌آوایی در مقادیر ولتاژ برقرار نیست. هم‌آوایی نورون‌های این مدل ناشی

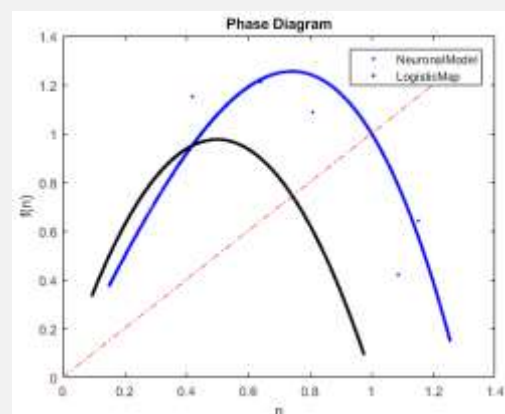
نمودار بایفورکیشن شکل (۳) تنها جاذب مدل نورونی معرفی شده نیست بلکه با تغییر شرایط اولیه‌ی وزن‌ها می‌توان جاذب‌های هم‌زیست دیگری برای این مدل نورونی به دست آورد که در شکل (۴-الف) نشان داده شده است. با تغییر مجدد شرایط اولیه، جاذب‌های دیگری به دست آمده که مسیرهای متفاوتی را در نمودار طی می‌کنند.



الف



ب



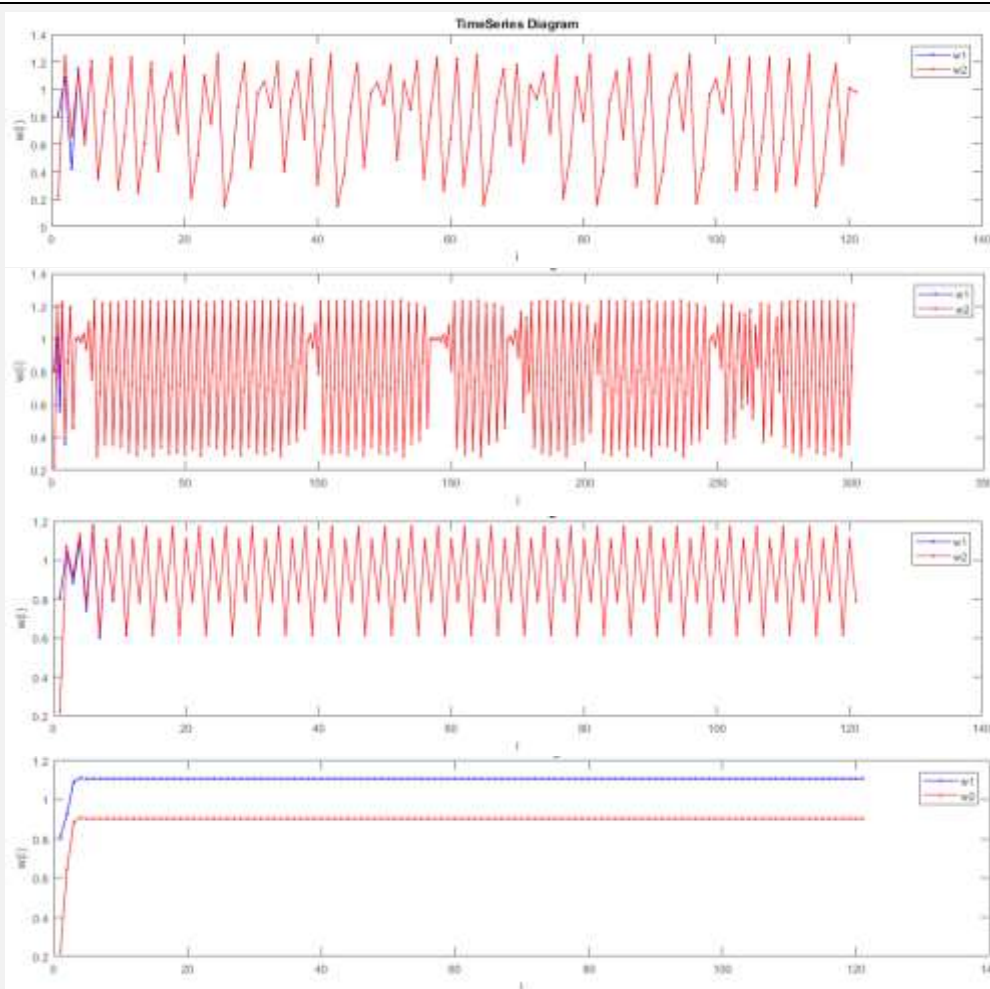
پ

شکل (۴-الف) جاذب‌های هم‌زیست وزن $W1$ ، نمودار بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف وزن $W1$ ، نمودار فضای فاز وزن $W1$ به ازای پارامتر $\eta=2/4$ و $X=0/8$ ، به همراه نمودار فضای فاز نگاشت لجستیک به ازای پارامتر $A=3/9$

وجود جاذب‌های هم‌زیست در یک مدل نورونی یادگیرنده مانند مدل رابطه‌ی (۲) از منظر زیستی به این معنا است که فرایند

شیمیایی و از منظر ریاضی به معنی اضافه شدن اثر ولتاژ یک نورون به ولتاژ نورون دیگر است.

از وجود اثر کوپلینگ^۱ بین نورون‌ها بوده که از منظر زیستی به معنی تعامل بین نورونی از طریق سیناپس‌های الکتریکی یا



شکل (۵) - پدیده‌ی هم‌آوایی به ترتیب از بالا به پایین: در حالت آشوبی ($\eta=2/4$)، اینترمیتنسی ($\eta=2/3$) و نوسانی ($\eta=2$)، در حالت نقطه ثابت ($\eta=1$) هم‌آوایی بین وزن‌ها اتفاق نمی‌افتد

آشوب فعالیت می‌کنند. برای رفع این تناقض باید به این نکته توجه نمود که هر شبکه‌ی عصبی مصنوعی برای یادگیری یک وظیفه‌ی مشخص آموزش داده می‌شود (مثلاً طبقه‌بندی تصاویر چهره). بنابراین چون فقط یک وظیفه به شبکه تحمیل شده است، وزن‌های آن به نقاط مشخصی هم‌گرا می‌شود اما چنانچه یک شبکه‌ی عصبی برای انجام چندین وظیفه‌ی متفاوت (با دادگان متفاوت) آموزش داده شود^۲، وزن‌های آن لزوماً هم‌گرا نشده و آشوب نیز از بین نمی‌رود. در چنین حالتی عملکرد شبکه‌ی عصبی مصنوعی به عملکرد مغز نزدیک‌تر است.

۳-۲-۱- به دست آوردن نگاهی یک‌بعدی

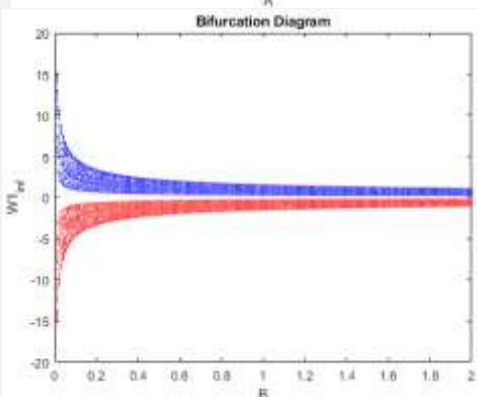
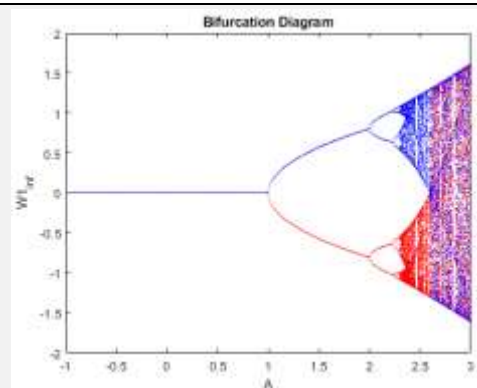
مطابق شکل (۵)، تشابه رفتاری دو نورون در اثر پدیده‌ی هم‌آوایی مشهود بوده و دو نورون عملاً یک کارکرد را انجام

نتیجه‌ی جدیدترین تحقیقات آزمایشگاهی در مورد تاثیر هم‌آوایی بر یادگیری نشان می‌دهد که در حین یادگیری، عملکرد نورون‌ها با یکدیگر سنکرون می‌شود [۲۹، ۳۰]. آنچه که در نمودارهای سری زمانی شکل (۵) نشان داده شده نیز بیانگر این واقعیت بوده که در مدل نورونی یادگیرنده‌ی رابطه‌ی (۲) که از یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی استخراج شده، هم‌آوایی نورون‌ها در تمام حالت‌ها قابل مشاهده است.

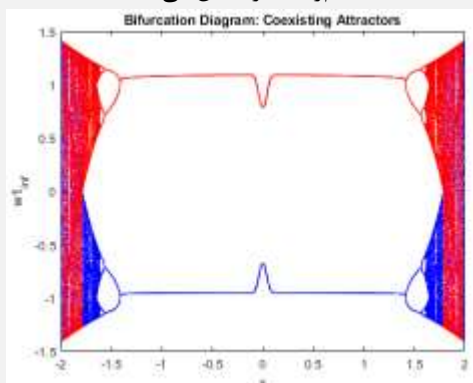
در شبکه‌های عصبی مصنوعی با الگوریتم پس‌انتشار خطا، یادگیری زمانی اتفاق می‌افتد که وزن‌های شبکه به نقاط بهینه‌ای هم‌گرا شوند (نمودار آخر در شکل ۵). بدیهی است که با هم‌گرا شدن وزن‌ها به یک نقطه‌ی مشخص و ثابت، آشوب به تدریج کاهش یافته و در نهایت از بین می‌رود. این در حالی است که یافته‌های زیستی نشان می‌دهد نورون‌ها در حالت

^۱ Multi-Task Learning

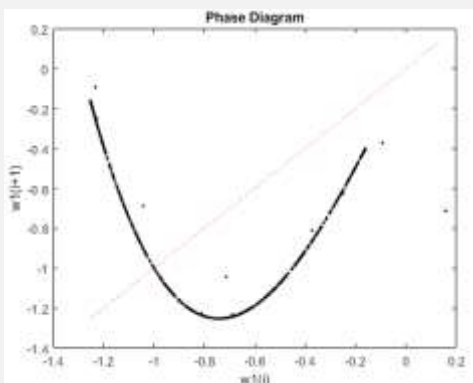
^۱ Coupling



شکل (۶) - نمودار بایفورکیشن نگاشت یک‌بعدی رابطه‌ی (۵) به ازای تغییرات پارامتر A (بالا) و پارامتر B (پایین)، رنگ قرمز جاذب هم‌زیست را نشان می‌دهد



الف



ب

شکل (۷) - الف) نمودار بایفورکیشن رابطه‌ی (۲) به ازای تغییرات ورودی X، ب) نمودار فاز وزن W1 در مدل نورونی رابطه‌ی (۲) به ازای ورودی $X=1/7$ و $\eta=0/4$ ، نمودار فاز دارای یک قرینه در ربع اول دستگاه مختصات بوده که در این‌جا نشان داده نشده است

می‌دهند. در چنین حالتی کاهش ابعاد نگاشت به طوری که بتواند ویژگی‌های اصلی سیستم را حفظ کند، مدل ساده‌تری در اختیار خواهد گذاشت. بدین منظور از نمودار فاز وزن W1 در شکل (۴-پ) استفاده شده است که نه تنها حاوی اطلاعات وزن W1 بوده بلکه به دلیل تعامل بین دو نورون، اطلاعات وزن W2 را نیز در بر دارد. درون‌یابی نمودار فاز به صورت یک چندجمله‌ای، رابطه‌ی (۴) را به دست می‌دهد که در صورت بازنویسی به صورت رابطه‌ی (۵) دارای دو پارامتر A و B است.

$$W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \times (2.536 - 1.536 \times W1_{(n)}^2) \quad (۴)$$

$$W1_{(n+1)} = W1_{(n)} \times (A - B \times W1_{(n)}^2) \quad (۵)$$

نمودار بایفورکیشن رابطه‌ی (۵) به ازای تغییرات پارامترهای A و B در شکل (۶) ارائه شده است. با توجه به شباهت نمودار بایفورکیشن A به نمودار بایفورکیشن η در شکل (۴-الف)، می‌توان نتیجه گرفت که پارامتر A در نگاشت یک‌بعدی، نقش پارامتر η در نگاشت دوبعدی را ایفا می‌کند. بدین ترتیب پارامتر B نیز مدل‌کننده‌ی اثر وزن W2 در وزن W1 است. شباهت نمودارهای بایفورکیشن مدل یک‌بعدی و دوبعدی حاکی از آن است که در سیستم‌های پیچیده‌ی غیرخطی که اجزای آن در تعامل با یکدیگر هستند، هر جزء توانایی بروز رفتارهای کلی سیستم را دارد. از این رو ایجاد آسیب یا نقصان در یک جزء لزوماً به معنی از دست رفتن عملکرد آن نیست بلکه اجزای دیگر کماکان می‌توانند رفتار کلی سیستم را محقق سازند.

۳-۳- بررسی اثر تحریک بیرونی

متغیر X در مدل نورونی رابطه‌ی (۲)، ورودی سیستم است که در مدل‌های گسسته‌ی نورونی، تحریک بیرونی نیز نامیده شده و نقش مهمی در ایجاد تنوع رفتار دارد. هر چند این ورودی به عنوان یک متغیر در طول زمان تغییر می‌کند، اما می‌توان آن را مانند یک پارامتر برای مدل در نظر گرفت که رفتار سیستم را کنترل می‌کند. در این صورت می‌توان برای ورودی X نیز نمودار بایفورکیشن و فضای فاز ترسیم کرد و به بررسی رفتار مدل با تغییر ورودی پرداخت. نمودار بایفورکیشن به ازای تغییرات X در شکل (۷-الف) رسم شده است. تفاوت این نمودار با نمودار بایفورکیشن η در شکل (۴-الف) در تقارن آن بوده که ناشی از توان دوم متغیر X در رابطه‌ی (۲) است. در شکل (۷-ب) نمودار فاز مدل نورونی رابطه‌ی (۲) به ازای مقادیر متفاوتی از η و X رسم شده است. نقاط اضافه در این نمودار و نیز نمودار فاز شکل (۴-پ) مقادیری از وزن‌ها هستند که هم‌آوایی در آن‌ها اتفاق نیفتاده است (نقاط ابتدایی سری زمانی در شکل ۵).



در این مقاله ساختار شبکه به صورت خودانجمنی، بدون نورون بایاس و با تابع فعال‌سازی خطی در نظر گرفته شده و تحلیل‌ها بر این مبنا انجام شده است. استفاده از شبکه‌های دیگرانجمنی که در آن‌ها خروجی با ورودی متفاوت است و خروجی می‌تواند به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته شود، یافته‌های جدیدی بر پژوهش‌های قبلی اضافه می‌نماید. استفاده از نورون بایاس که باعث افزایش ابعاد نگاشت شده و همچنین استفاده از توابع فعال‌سازی غیرخطی که باعث تسهیل در یادگیری می‌شود، می‌تواند در پژوهش‌های آینده مورد بررسی قرار گیرد.

بروز رفتار آشوبی با تغییر مقدار ورودی در مدل نورونی یادگیرنده حاکی از آن است که از منظر زیستی، فرایند یادگیری نه تنها به تعاملات نورونی در مغز وابسته بوده بلکه به تغییرات ورودی نیز بسیار حساس است. به عبارت دیگر در صورتی که ورودی مناسب در اختیار مغز قرار نگیرد، فرایند یادگیری با اختلال مواجه می‌شود. بنابراین توجه به نوع ورودی در فرایند یادگیری به همان میزان دارای اهمیت است که توجه به بیمار یا سالم بودن دستگاه شناختی فرد مهم بوده و حتی شاید بتوان در مواردی، بیماری دستگاه شناختی را از طریق انتخاب ورودی مناسب جبران کرد.

۵- مراجع

- [1] G. Dreyfus, *Neural networks: methodology and applications*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [2] I. A. Basheer and M. Hajmeer, "Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application," *J. Microbiol. Methods*, vol. 43, no. 1, pp. 3–31, 2000.
- [۳] م. منهج، مبانی شبکه‌های عصبی. انتشارات صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۱.
- [4] F. F. Ting, Y. J. Tan, and K. S. Sim, "Convolutional neural network improvement for breast cancer classification," *Expert Syst. Appl.*, vol. 120, pp. 103–115, 2019.
- [5] J. Gao, Y. L. Murphey, and H. Zhu, "Multivariate time series prediction of lane changing behavior using deep neural network," *Appl. Intell.*, vol. 48, no. 10, pp. 3523–3537, 2018.
- [6] S. M. E. Ghadiri and K. Mazlumi, "Adaptive protection scheme for microgrids based on SOM clustering technique," *Appl. Soft Comput.*, vol. 88, p. 106062, 2020.
- [7] P. Xiong, H. Wang, M. Liu, and X. Liu, "Denoising autoencoder for electrocardiogram signal enhancement," *J. Med. Imaging Heal. Informatics*, vol. 5, no. 8, pp. 1804–1810, 2015.
- [8] Y. Chen, H. Jiang, C. Li, X. Jia, and P. Ghamisi, "Deep feature extraction and classification of hyperspectral images based on convolutional neural networks," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 54, no. 10, pp. 6232–6251, 2016.
- [9] D. Wang and J. Gu, "VASC: dimension reduction and visualization of single-cell RNA-seq data by deep variational autoencoder," *Genomics. Proteomics Bioinformatics*, vol. 16, no. 5, pp. 320–331, 2018.
- [10] S. Shao, P. Wang, and R. Yan, "Generative adversarial networks for data augmentation in machine fault diagnosis," *Comput. Ind.*, vol. 106, pp. 85–93, 2019.
- [11] E. Choi, A. Schuetz, W. F. Stewart, and J. Sun, "Using recurrent neural network models for early detection of heart failure onset," *J. Am. Med. Informatics Assoc.*, vol. 24, no. 2, pp. 361–370, 2017.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک مدل نورونی جدید با استفاده از الگوریتم پس‌انتشار خطا در شبکه‌های عصبی مصنوعی ارائه شده است که قابلیت یادگیری و نمایش رفتارهای پیچیده و آشوبی را دارد. هر چند مدل مذکور از یک شبکه‌ی عصبی ساده استخراج شده اما نتایج به دست آمده نشان داده که شبکه‌های عصبی مصنوعی حتی با ساده‌ترین ساختارها (ساختارهای تک‌نورونی) قابلیت نمایش رفتارهای پیچیده را داشته و رفتار پیچیده لزوماً از ساختار پیچیده‌ی شبکه ناشی نمی‌شود بلکه عامل اصلی در بروز رفتارهای پیچیده در یک شبکه‌ی عصبی، روابط ریاضی حاکم بر اجزای شبکه است، هر چند نوع ساختار نیز می‌تواند در پیچیدگی رفتار شبکه موثر باشد.

این مدل نورونی دوبعدی دارای جاذب‌های هم‌زیست متعددی بوده که نشان می‌دهد یادگیری در بستر جذب‌های متفاوت امکان‌پذیر است. بررسی پدیده‌ی هم‌آوایی نورون‌ها در حین یادگیری با استفاده از این مدل نورونی انجام شده و نشان داده شده که دو نورون در حالت‌های مختلف رفتاری هم‌آوا دارند. سپس نگاشت یک‌بعدی برای این مدل به دست آمده که توانایی بروز رفتارهای نگاشت دوبعدی را دارا است. بررسی نمودار بایفورکیشن به ازای پارامترهای مختلف نشان داده که این مدل نورونی نه تنها نسبت به تغییرات پارامتر ضریب یادگیری بسیار حساس است، بلکه نسبت به تغییرات ورودی نیز حساسیت بالایی دارد و رفتارهای آشوبی از خود به نمایش می‌گذارد.

مدل نورونی ارائه شده در این پژوهش با اعمال الگوریتم یادگیری پس‌انتشار خطا به شبکه‌ی عصبی به دست آمده است در حالی که الگوریتم‌های متنوعی برای تعلیم شبکه وجود دارد (مانند الگوریتم گرادیان مزدوج، الگوریتم لوبنبرگ-مارکوارت) که استفاده از هر کدام از آن‌ها دنباله‌های بازگشتی متفاوت با پارامترهای متفاوت در اختیار خواهد گذاشت.



- [22] R. Rakkiyappan, K. Udhayakumar, G. Velmurugan, J. Cao, and A. Alsaedi, "Stability and Hopf bifurcation analysis of fractional-order complex-valued neural networks with time delays," *Adv. Differ. Equations*, vol. 2017, no. 1, p. 225, 2017.
- [23] D. Wang, H. Tang, Y. Wang, and J. Wu, "Beautiful chaotic patterns generated using simple untrained recurrent neural networks under harmonic excitation."
- [24] H. L. J. Van der Maas, P. F. M. J. Verschure, and P. C. M. Molenaar, "A note on chaotic behavior in simple neural networks," *Neural Networks*, vol. 3, no. 1, pp. 119–122, 1990.
- [25] J. F. Kolen and J. B. Pollack, "Back propagation is sensitive to initial conditions," in *Advances in neural information processing systems*, 1991, pp. 860–867.
- [26] K. Bertels, L. Neuberg, S. Vassiliadis, and D. G. Pechanek, "XOR and backpropagation learning: in and out of the chaos?," 1995.
- [27] K. Bertels, L. Neuberg, S. Vassiliadis, and D. G. Pechanek, "Chaos and neural network learning. Some observations," *Neural Process. Lett.*, vol. 7, no. 2, pp. 69–80, 1998.
- [28] S. U. Ahmed, M. Shahjahan, and K. Murase, "Chaotic dynamics of supervised neural network," in *2010 13th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT)*, 2010, pp. 412–417.
- [29] L. Zhang et al., "Dynamics of a hippocampal neuronal ensemble encoding trace fear memory revealed by in vivo Ca²⁺ imaging," *PLoS One*, vol. 14, no. 7, p. e0219152, 2019.
- [30] Y. Zhou, L. Qiu, H. Wang, and X. Chen, "Induction of activity synchronization among primed hippocampal neurons out of random dynamics is key for trace memory formation and retrieval," *FASEB J.*, vol. 34, no. 3, pp. 3658–3676, 2020.
- [12] J. Schmidhuber, "Deep learning in neural networks: An overview," *Neural networks*, vol. 61, pp. 85–117, 2015.
- [13] R. C. Hilborn, *Chaos and nonlinear dynamics: an introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press on Demand, 2000.
- [14] H. Korn and P. Faure, "Is there chaos in the brain? II. Experimental evidence and related models," *C. R. Biol.*, vol. 326, no. 9, pp. 787–840, 2003.
- [15] S. N. Sarbadhikari and K. Chakrabarty, "Chaos in the brain: a short review alluding to epilepsy, depression, exercise and lateralization," *Med. Eng. Phys.*, vol. 23, no. 7, pp. 447–457, 2001.
- [16] G. Rodriguez-Bermudez and P. J. Garcia-Laencina, "Analysis of EEG signals using nonlinear dynamics and chaos: a review," *Appl. Math. Inf. Sci.*, vol. 9, no. 5, p. 2309, 2015.
- [۱۷] محمدی، احسان، کرمانی، گلپور، "ارزیابی آشوبناکی سیگنال الکتروانسفالوگرام در سطوح مختلف بیهوشی،" *دانشکده پزشکی اصفهان*, vol. 482, no. 36, pp. 601–606, 2018.
- [18] B. Ibarz, J. M. Casado, and M. A. F. Sanjuán, "Map-based models in neuronal dynamics," *Phys. Rep.*, vol. 501, no. 1–2, pp. 1–74, 2011.
- [19] S. M. Kuva, G. F. Lima, O. Kinouchi, M. H. R. Tragtenberg, and A. C. Roque, "A minimal model for excitable and bursting elements," *Neurocomputing*, vol. 38, pp. 255–261, 2001.
- [20] M. Girardi-Schappo, G. S. Bortolotto, R. V Stenzinger, J. J. Gonsalves, and M. H. R. Tragtenberg, "Phase diagrams and dynamics of a computationally efficient map-based neuron model," *PLoS One*, vol. 12, no. 3, p. e0174621, 2017.
- [21] A. Zerroug, L. Terrissa, and A. Faure, "Chaotic dynamical behavior of recurrent neural network," *Annu. Rev. Chaos Theory Bifurc. Dyn. Syst.*, vol. 4, pp. 55–66, 2013.