

An Improved Model-Based Bayesian Framework for ECG Processing in Non-Stationary Environments

Danandeh Hesar, Hamed^{1*} / Danandeh Hesar, Amin²

¹ - Assistant Professor, Faculty of Biomedical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

² - Ph.D. Student, Department of Electrical and Computer Engineering and Advanced Technologies, Urmia University, Urmia, Iran

ARTICLE INFO

DOI: 10.22041/IJBME.2022.534458.1707

Received: 21 July 2021

Revised: 1 January 2022

Accepted: 8 January 2022

KEYWORDS

Extended Kalman Filter
ECG Denoising
Model-Based ECG Processing
MSEWPRD

ABSTRACT

Extended Kalman filter (EKF) is a well-known nonlinear Bayesian framework that has been deployed in various fields of ECG processing. However, it's not very effective in removing non-stationary noises such as muscle artifacts (MA) which are common in ECG recordings. This paper addresses this issue by proposing a new ECG dynamic model (EDM) and a novel formulation for EKF which improves its performance in non-stationary environments. In the new EDM, the measurement model is modified to include non-Gaussian, non-stationary additive noises as well as stationary ones. The proposed formulation for EKF algorithm in this paper enables it to perform better than standard EKF in removing non-stationary contaminants. The proposed filter also preserves the clinical characteristics of ECG signals better than standard EKF. In order to show the effectiveness of the proposed EKF algorithm, its denoising performance was evaluated on MIT-BIH Normal Sinus Rhythm database (NSRDB) in the presence of two different types of non-stationary contaminants; synthetic pink noise and real muscle artifact noise. The results showed that the proposed EKF framework in this paper has a significant outperformance over the standard EKF framework in non-stationary environments from both SNR improvement and MSEWPRD viewpoints.

***Corresponding Author**

Address	Faculty of Biomedical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
Postal Code	51335-1996
E-Mail	danandeh@sut.ac.ir
Tel	+98-41-33458413
Fax	+98-41-33458413





چهارچوب مدل پایه‌ی بیزی بهبود یافته برای پردازش ECG در محیط‌های غیرایستا

داننده حصار، حامد^{*۱} / داننده حصار، امین^۲

^۱ - استادیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران
^۲ - دانشجوی دکتری مهندسی مخابرات سیستم، دانشکده‌ی مهندسی برق و کامپیوتر و فناوری‌های پیشرفته، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران

مشخصات مقاله

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/IJBME.2022.534458.1707

پذیرش: ۱۸ دی ۱۴۰۰

بازنگری: ۱۱ دی ۱۴۰۰

ثبت در سامانه: ۳۰ تیر ۱۴۰۰

چکیده

واژه‌های کلیدی

فیلتر کالمن گسترش یافته (EKF) نوعی چهارچوب بیزی غیرخطی شناخته شده بوده که تا کنون در زمینه‌های مختلف پردازش ECG به کار گرفته شده است. با این حال عمل کرد این فیلتر در حذف نویزهای غیرایستا مانند آرتیفکت ماهیچه (MA) چندان رضایت‌بخش نیست. در این مقاله با ارائه‌ی یک مدل دینامیک ECG (EDM) اصلاح شده و یک فرمولاسیون جدید برای پیاده‌سازی EKF، عمل کرد این فیلتر در محیط‌های غیرایستا بهبود داده شده است. در این EDM جدید، مدل اندازه‌گیری طوری اصلاح شده است که علاوه بر نویزهای گوسی، نویزهای غیرایستای غیرگوسی را نیز در نظر بگیرد. هم‌چنین فرمولاسیون پیشنهادی در این مقاله برای الگوریتم EKF، آن را قادر ساخته تا عمل کرد بهتری نسبت به EKF استاندارد در حذف نویزهای غیرایستا داشته باشد. فیلتر پیشنهادی مشخصات بالینی سیگنال‌های ECG را نیز بهتر از EKF استاندارد حفظ می‌کند. به منظور نمایش اثربخشی الگوریتم EKF پیشنهادی، عمل کرد نویززدایی آن روی سیگنال‌های مستخرج از پایگاه داده‌ی ریتم سینوس نرمال MIT-BIH (NSRDB) در حضور دو نوع نویز غیرایستای مختلف (نویز صورتی مصنوعی و نویز آرتیفکت ماهیچه‌ی واقعی) ارزیابی شده است. نتایج ارزیابی‌ها نشان داده که از منظر معیارهای بهبود SNR و MSEWPRD، چهارچوب EKF پیشنهادی در این مقاله عمل کرد بهتری نسبت به چهارچوب EKF استاندارد در محیط‌های غیرایستا دارد.

فیلتر کالمن گسترش یافته
نویززدایی از سیگنال ECG
پردازش مبتنی بر مدل ECG
MSEWPRD

*نویسنده‌ی مسئول

نشانی گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران

تلفن +۹۸-۴۱-۳۳۴۵۸۴۱۳

۵۱۳۳۵-۱۹۹۶

دورنگار +۹۸-۴۱-۳۳۴۵۸۴۱۳

danandeh@sut.ac.ir

کد پستی

پست الکترونیک



۱- مقدمه

مدل دینامیک ECG^۱ (EDM) مک‌شری^۲ [۱]، از جمله مدل‌های غیرخطی معروف در پردازش سیگنال ECG است. این مدل هر ضربان ECG را به عنوان مجموعی از چند تابع هسته‌ی گوسی در نظر می‌گیرد. محققان بسیاری با الهام از این ایده، از نسخه‌های مختلف این EDM غیرخطی در زمینه‌های مختلف پردازش ECG مانند نویززدایی [۲-۴]، بخش‌بندی [۵-۷] و تشخیص آریتمی [۸، ۹] استفاده کرده‌اند. یکی از اولین چهارچوب‌های مدل‌پایه که از نسخه‌ی قطبی اصلاح شده‌ی EDM مک‌شری استفاده کرده، چهارچوب بیزی غیرخطی مبتنی بر الگوریتم فیلتر کالمن گسترش یافته‌ی استاندارد^۳ (EKF) است [۲]. ثامنی و هم‌کارانش در مقاله‌ی [۲] فرمولاسیون EDM مک‌شری را در فضای حالت قطبی گسسته بازنویسی کرده و از فیلتر کالمن گسترش یافته‌ی استاندارد برای تخمین حالات استفاده کردند. عمل‌کرد نویززدایی قابل قبول الگوریتم EKF استاندارد در محیط‌های ایستا منجر شد که سایر محققان نیز کاربردهای مختلف EKF استاندارد را در دیگر زمینه‌های پردازش ECG بررسی کنند.

الگوریتم EKF به عنوان یک الگوریتم تخمین بازگشتی بیزی، در صورتی که عدم قطعیت‌ها در مدل حالت و مدل اندازه‌گیری از نوع گوسی ایستای سفید باشد، عمل‌کرد مناسبی دارد. این امر به این معنا است که الگوریتم EKF در محیط‌های غیرایستا نمی‌تواند مطابق انتظار عمل کند. برخی از نویزهای ECG مانند آرتیفکت ماهیچه^۴ (MA) دارای ماهیت غیرایستا هستند. به همین دلیل صرف نظر از کاربرد (نویززدایی، بخش‌بندی و غیره)، خروجی الگوریتم EKF ممکن است در حضور اندازه‌گیری‌های آغشته به نویزهای غیرایستا به اندازه‌ی کافی رضایت‌بخش نباشد. علاوه بر مشکل مذکور، الگوریتم EKF نمی‌تواند اثرات منفی انحرافات خط مینای^۵ غیرخطی روی مورفولوژی سیگنال‌های ECG را حذف کند. این ناتوانی باعث می‌شود که مشخصه‌های بالینی مهم در سیگنال ECG در حضور انحراف خط مینا به خوبی حفظ نشود.

به منظور حل مشکلات بیان شده، در مقاله‌ی حاضر نسخه‌ی بهبود یافته‌ی الگوریتم EKF پیشنهاد شده است که از فرمولاسیون و EDM جدیدی استفاده کرده و عمل‌کرد بهتری در محیط‌های غیرایستا دارد. بر خلاف EDM-های پیشین،

EDM پیشنهادی این مقاله یک مدل اندازه‌گیری اصلاح شده دارد که حضور نویزهای غیرایستا و انحراف‌های خط مینا را در سیگنال‌های ECG در نظر می‌گیرد. نوآوری‌های این مقاله به شرح زیر است.

۱- مدل اندازه‌گیری اصلاح شده‌ی جدیدی برای نسخه‌ی قطبی EDM مک‌شری پیشنهاد شده است که حضور عدم قطعیت‌های ایستا و غیرایستا در اندازه‌گیری‌های ECG را در نظر می‌گیرد.

۲- یک چهارچوب EKF استاندارد، الگوریتم پیشنهادی نیز در دو مرحله‌ی پیش‌بینی و به‌روزرسانی اجرا می‌شود. با این حال چهارچوب EKF پیشنهادی عمل‌کرد مناسب‌تری نسبت به نسخه‌ی استاندارد خود در حذف آرتیفکت‌های ماهیچه و اثرات منفی انحراف‌های خط مینا دارد.

به منظور ارزیابی الگوریتم EKF پیشنهادی، عمل‌کرد نویززدایی آن روی پایگاه داده‌ی ریتم سینوس نرمال MIT-BIH^۶ (NSRDB) بررسی شده [۱۰] و با عمل‌کرد چهارچوب EKF استاندارد پیشنهادی در مطالعه‌ی [۲] مورد مقایسه قرار گرفته است. برای ارزیابی، ابتدا سیگنال‌های ECG استخراج شده از پایگاه داده، به دو نوع نویز غیرایستای صورتی و آرتیفکت ماهیچه در SNR-های مختلف آغشته شده است. نویز آرتیفکت ماهیچه در آزمایش‌های این مقاله از پایگاه داده‌ی تست استرس نویز MIT-BIH^۷ (NSTDB) استخراج شده است [۱۱]. دو معیار برای ارزیابی عمل‌کرد نویززدایی الگوریتم‌ها به کار گرفته شده که شامل معیار بهبود SNR^۸ و معیار اعوجاج وزن‌دار مبتنی بر آنتروپی چندمقیاسی^۹ (MSEWPRD) است [۱۲]. نتایج ارزیابی‌ها در مقاله‌ی حاضر حاکی از آن است که از هر دو منظر MSEWPRD و بهبود SNR، الگوریتم EKF پیشنهادی عمل‌کرد بهتری نسبت به EKF استاندارد در محیط‌های غیرایستا دارد.

در ادامه در بخش دوم به معرفی نسخه‌ی قطبی EDM و الگوریتم EKF استاندارد پیشنهادی در مطالعه‌ی [۲] برای نویززدایی ECG پرداخته شده است. در بخش سوم EDM و الگوریتم EKF پیشنهادی به صورت تفصیلی توضیح داده شده است. در بخش چهارم نتایج پیاده‌سازی روش پیشنهادی با هدف نویززدایی ECG ارائه شده و بخش پایانی مربوط به بحث و نتیجه‌گیری است.

^۶ MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database

^۷ MIT-BIH Noise Stress Test Database

^۸ SNR Improvement

^۹ Multi-Scale Entropy Based Weighted Distortion

^۱ ECG Dynamic Model

^۲ McSharry

^۳ Extended Kalman Filter

^۴ Muscle Artifact

^۵ Baseline Drifts



در این رابطه $y_k = [\phi_k, S_k]^T$ بردار اندازه‌گیری و $v_k = [u_k^1, u_k^2]^T$ بردار نویز گوسی سفید ایستا بوده که $v_k \sim N(0, R_k)$ نماد عدم قطعیت در مدل اندازه‌گیری است. هم‌چنین S_k اندازه‌ی ECG نویزی در گام زمانی k و ϕ_k نماد فاز تخصیص یافته به گام زمانی k است. با وجود این که ϕ_k نوعی اندازه‌گیری مصنوعی است، به میزان زیادی عمل کرد الگوریتم‌های پردازش ECG مبتنی بر EKF را بهبود می‌بخشد [۲، ۵، ۱۳]. روش‌های تشخیص پیک R متداول مانند روش پن-تامکینز^۲ قادر به شناسایی پیک‌های R در محیط‌های نویزی با دقت قابل قبول هستند. این امر به این معنا است که اندازه‌گیری فاز ϕ_k معمولاً نسبت به S_k دارای قابلیت اطمینان بیشتری می‌باشد. به بیان دیگر، u_k^1 دارای واریانس به مراتب کوچک‌تری در مقایسه با u_k^2 است [۲، ۵، ۱۳]. روابط (۱) و (۲) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\omega}_k) & (3\text{-الف}) \\ \mathbf{y}_k &= H\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k & (3\text{-ب}) \end{aligned}$$

در این رابطه $f(\cdot)$ تابع غیرخطی و H ماتریس 2×2 واحد بوده و بردارهای نویز حالت و اندازه‌گیری به صورت بردارهای ایستای گوسی سفید با میانگین صفر در نظر گرفته شده است $(\omega_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k))$. هم‌چنین Q_k و R_k به ترتیب ماتریس‌های کوواریانس حالت و اندازه‌گیری هستند. به منظور استفاده از فرمولاسیون EKF در سیستم تعریف شده در رابطه‌ی (۳-الف)، ضروری است تا یک تخمین خطی از رابطه‌ی (۳-الف) انجام گیرد. برای این کار، تابع $f(\cdot)$ با استفاده از بسط تیلور در نزدیکی یک نقطه‌ی مرجع دل‌خواه $(\mathbf{x}_{k-1}^R, \boldsymbol{\omega}_k^R)$ به صورت خطی تقریب زده می‌شود. در نتیجه، مدل تقریبی به صورت زیر در می‌آید.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &\approx f(\mathbf{x}_{k-1}^R, \boldsymbol{\omega}_k^R) + A_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_{k-1}^R) & (4\text{-الف}) \\ &\quad + F_{k-1}(\boldsymbol{\omega}_k - \boldsymbol{\omega}_k^R) & (4\text{-ب}) \\ \mathbf{y}_k &= H\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k & (4\text{-ب}) \end{aligned}$$

در روابط بالا معادلات زیر برقرار است.

$$\begin{aligned} A_{k-1} &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\omega}_k^R)}{\partial \mathbf{x}_{k-1}} \right|_{\mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{x}_{k-1}^R} \\ F_{k-1} &= \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_{k-1}, \boldsymbol{\omega}_k)}{\partial \boldsymbol{\omega}_k} \right|_{\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_k^R} \end{aligned}$$

بر اساس فرض‌های بالا و هم‌چنین فرض این که بردارهای نویز حالت و اندازه‌گیری غیرهمبسته هستند $(E[\omega_k, v_k^T] = 0)$ ، الگوریتم EKF استاندارد به صورت زیر خلاصه می‌شود [۱۴].

۲- مدل دینامیک ECG قطبی و فیلتر کالمن گسترش یافته استاندارد

مک‌شری و هم‌کارانش در مطالعه‌ی [۱] یک معادله‌ی حالت دیفرانسیلی سه‌بعدی پیوسته برای نمایش ECG در فضای کارتزین^۱ پیشنهاد کردند. این معادله، هر ضربان ECG را به عنوان مجموعی از پنج تابع هسته‌ی گوسی متناظر با موج‌های مختلف موجود (موج‌های P، Q، R، S و T) توصیف می‌کند. در این مدل فرض می‌شود که هر ضربان ECG پیرامون یک دایره با شعاع $r=1$ و فاز بین 0 و 2π (یا $-\pi$ و π) قرار دارد. ثامنی و هم‌کارانش در مطالعه‌ی [۲] مدل مک‌شری را در فضای قطبی گسسته‌سازی کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \varphi_k = (\varphi_{k-1} + \omega\delta) \bmod(2\pi) \\ z_k = \sum_{j \in \{P, Q, R, S, T\}} \omega\delta \frac{a_j \Delta\theta_{j,k-1}}{b_j^2} \exp\left(-\frac{\Delta\theta_{j,k-1}^2}{2b_j^2}\right) + z_{k-1} + \eta_k \end{cases} \quad (1)$$

در این رابطه $\mathbf{x}_k = [\varphi_k, z_k]^T$ بردار حالت در گام زمانی k ، φ_k و z_k به ترتیب حالت فاز و حالت دامنه‌ی ضربان ECG در گام زمانی k ، δ فاصله‌ی نمونه‌برداری، $\omega = 2\pi/T$ فرکانس زاویه‌ای (T فاصله‌ی بین دو پیک R متوالی) و a_j ، b_j و θ_j ($j \in P, Q, R, S, T$) به ترتیب دامنه، عرض و محل قرارگیری مرکز تابع هسته‌ی گوسی j -ام است. هم‌چنین $\Delta\theta_{j,k-1} = (\omega_{k-1} - \theta_j) \bmod(2\pi)$ و η_k نویز سفید گوسی تصادفی در گام زمانی k است که عدم قطعیت را در EDM توصیف می‌کند. بردار نویز معادله‌ی حالت بالا در گام زمانی k نیز به صورت زیر است.

$$\boldsymbol{\omega}_k = [\omega, \eta_k, a_P, \dots, a_T, b_P, \dots, b_T, \theta_P, \dots, \theta_T]^T$$

به منظور استفاده از الگوریتم EKF، علاوه بر معادله‌ی حالت، معادله‌ی اندازه‌گیری (مشاهده) نیز باید در دسترس باشد. در مطالعه‌ی [۲] پیشنهاد شده که علاوه بر دامنه‌های ECG، اندازه‌گیری دیگری با استفاده از تشخیص محل قرارگیری پیک‌های R قابل فرض است. این اندازه‌گیری با تخصیص خطی فاز (از بین مقادیر $-\pi$ تا π) به نمونه‌های بین دو پیک R متوالی شکل می‌گیرد. بدین ترتیب در مقاله‌ی [۲] مدل اندازه‌گیری زیر برای نویززدایی سیگنال ECG معرفی شده است.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_k \\ S_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_k \\ z_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_k^1 \\ u_k^2 \end{bmatrix} \\ R_k &= E\{[u_k^1, u_k^2]^T [u_k^1, u_k^2]\} \end{aligned} \quad (2)$$

^۱ Pan-Tompkins

^۲ Cartesian

تخمینی از مقدار ماتریس‌های کوواریانس نویز حالت و اندازه‌گیری (R_k, Q_k) و نیز مقادیر اولیه برای بردار میانگین و ماتریس کوواریانس حالت ($P_{0|0}, \hat{x}_{0|0}$) به دست می‌آید.

۳-۱- الگوریتم EDM پیشنهادی

با بررسی روابط (۲) و (۵) به وضوح مشاهده می‌شود که EDM و الگوریتم EKF پیشنهادی در مقاله‌ی [۲] نمی‌توانند نتایج رضایت‌بخشی در محیط‌های غیرایستا ارائه دهند زیرا در مدل اندازه‌گیری تعریف شده در رابطه‌ی (۲)، عدم قطعیت تنها به صورت نویزهای گوسی سفید ایستا فرض شده است. برای حل این مشکل، در این مقاله مدل اندازه‌گیری زیر به عنوان جایگزین رابطه‌ی (۲) پیشنهاد شده است.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_k \\ S_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_k \\ z_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_k^1 \\ \varepsilon_k^2 \end{bmatrix} & \text{(الف-۶)} \\ \begin{bmatrix} \varepsilon_{k+1}^1 \\ \varepsilon_{k+1}^2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_k^1 \\ \varepsilon_k^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_k^1 \\ u_k^2 \end{bmatrix} & \text{(ب-۶)} \end{aligned}$$

در این رابطه $\varepsilon_k = [\varepsilon_k^1, \varepsilon_k^2]^T$ بردار نویز اندازه‌گیری غیرایستا در گام زمانی k و $v_k = [u_k^1, u_k^2]^T$ بردار نویز گوسی سفید ایستا با میانگین صفر است ($v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k)$). با استفاده از مدل بالا، رابطه‌ی (۳) به شکل زیر تغییر می‌کند.

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, \omega_k) & \omega_k &\sim \mathcal{N}(0, Q_k) & \text{(الف-۷)} \\ y_k &= Hx_k + \varepsilon_k & & & \text{(ب-۷)} \\ \varepsilon_{k+1} &= \psi_k \varepsilon_k + v_k, v_k \sim \mathcal{N}(0, R_k) & & & \text{(ج-۷)} \end{aligned}$$

همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، فاز ϕ_k نوعی اندازه‌گیری تولید شده‌ی مصنوعی افزوده است که به سادگی توسط نویز مختل نمی‌شود. بنابراین در مدل اندازه‌گیری پیشنهادی فرض می‌شود که در هر گام زمانی، این s_k است که احتمال دارد توسط نویز غیرایستا مختل شود. به این دلیل در این مقاله پیشنهاد می‌شود که ماتریس ψ_k به شکل زیر تعریف شود.

$$\psi_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda_k \end{bmatrix}$$

با این تعریف، تنها یک عنصر در ψ_k ممکن است غیر صفر باشد. الگوریتم EDM پیشنهادی در رابطه‌ی (۶) اندکی پیچیده‌تر از رابطه‌ی (۳) است اما به خوبی می‌توان از آن در محیط‌های غیرایستا استفاده نمود.

نویزهای آرتیفکت ماهیچه دارای طیف توان متغیر در زیرباند‌های فرکانس مختلف بوده و موج‌های فرکانس پایین مانند P و T را بیش از موج‌های فرکانس بالا مانند کمپلکس‌های

مرحله‌ی پیش‌بینی:

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, \omega_k) |_{\omega_k = \bar{\omega}_k} \quad \text{(الف-۵)}$$

$$P_{k|k-1} = A_{k-1} P_{k-1|k-1} A_{k-1}^T + F_{k-1} Q_k F_{k-1}^T \quad \text{(ب-۵)}$$

مرحله‌ی به‌روزرسانی:

$$S_k = H P_{k|k-1} H^T + R_k \quad \text{(ج-۵)}$$

$$K_k = P_{k|k-1} H^T (S_k)^{-1} \quad \text{(د-۵)}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - H \hat{x}_{k|k-1}) \quad \text{(ه-۵)}$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k H P_{k|k-1} \quad \text{(و-۵)}$$

۳- مدل دینامیک ECG پیشنهادی و الگوریتم فیلتر کالمن گسترش یافته

در این بخش EDM جدیدی برای پردازش ECG و هم‌چنین معادلات مورد نیاز برای پیاده‌سازی الگوریتم NEW EKF معرفی شده است. برای درک ساده‌تر این معادلات، روند رسیدن به معادلات مورد نیاز برای الگوریتم EKF پیشنهادی به صورت کامل و با جزئیات ارائه شده است. مشابه با الگوریتم EKF استاندارد در رابطه‌ی (۵)، الگوریتم EKF پیشنهادی در این مقاله نهایتاً تنها توسط پنج معادله خلاصه می‌شود.

پیش از معرفی الگوریتم پیشنهادی، ذکر این نکته ضروری است که قبل از پردازش سیگنال ECG توسط الگوریتم EKF/EKS پیشنهادی در مقاله‌ی [۲] و هم‌چنین الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، باید ابتدا پارامترهای مدل دینامیکی رابطه‌ی (۱) برای هر سیگنال ECG به صورت اختصاصی به دست آید زیرا پارامترهای موجود در این مدل دینامیکی به شکل و مورفولوژی سیگنال ECG وابسته بوده و در نتیجه مقادیر آن‌ها برای سیگنال‌های مختلف متفاوت است. برای ساخت مدل دینامیکی (۱) برای هر سیگنال ECG از روش پیشنهادی در مقاله‌ی [۱۵] استفاده شده است. در این روش، فرض می‌شود که هر ضربان ECG در فضای قطبی استوانه‌ای، روی دایره‌ای به شعاع واحد قرار گرفته است. نحوه‌ی قرارگیری هر ضربان ECG طوری است که پیک R ضربان در فاز $\theta=0$ قرار گرفته باشد. برای نمونه‌های ECG بین دو پیک R متوالی، فازهای خطی [۳] یا غیرخطی [۴] در محدوده‌ی 0 و 2π (یا $-\pi$ و π) متصور می‌شوند. سپس بر اساس این فازدهی، میانگین و واریانس نمونه‌های هم‌فاز در ضربان‌های مختلف محاسبه شده و دو موجک میانگین و واریانس ECG (به ترتیب $\overline{ECG}(\theta)$ و $\sigma_{ECG}(\theta)$) به دست می‌آید. با اعمال یک روش آفلاین برازش غیرخطی حداقل مجذور مربعات خطا روی این دو موجک، پارامترهای سازنده‌ی مدل دینامیکی (۱) استخراج می‌شود [۱۶]. با استفاده از مقادیر پارامترهای به دست آمده و موجک‌های $\overline{ECG}(\theta)$ و $\sigma_{ECG}(\theta)$



ناهمبسته هستند. گام بعدی استفاده از رابطه‌ی (۹) و (۷-الف) برای بازسازی EDM جدید به صورت زیر است.

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{k+1}) \quad (۱۰-الف)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{k+1} = Hf(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{k+1}) - \psi_k H \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (۱۰-ب)$$

برای EDM بالا باید یک الگوریتم EKF جدید طراحی شود. بدین منظور ابتدا خطی‌سازی $f(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{k+1})$ در نزدیکی نقطه‌ی مرجع $(\mathbf{x}_k^R, \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R)$ به صورت زیر انجام می‌شود.

$$f(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{k+1}) \approx f(\mathbf{x}_k^R, \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R) + A_k(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^R) + F_k(\boldsymbol{\omega}_{k+1} - \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R) \quad (۱۱)$$

در این معادله روابط زیر برقرار است.

$$A_k = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R)}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^R}$$

$$F_k = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}_k^R, \boldsymbol{\omega}_{k+1})}{\partial \boldsymbol{\omega}_{k+1}} \right|_{\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R}$$

با استفاده از نتایج رابطه‌ی (۱۱)، روابط (۱۰-الف) و (۱۰-ب) به صورت زیر بازنویسی می‌شوند.

$$\mathbf{x}_{k+1} \approx A_k \mathbf{x}_k + F_k(\boldsymbol{\omega}_{k+1} - \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R) + \mathbf{d}_k \quad (۱۲-الف)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{k+1} \approx H_k^* \mathbf{x}_k + H \mathbf{d}_k + \mathbf{v}_k^* \quad (۱۲-ب)$$

در این معادلات روابط زیر برقرار است.

$$\mathbf{d}_k = f(\mathbf{x}_k^R, \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R) - A_k \mathbf{x}_k^R \quad (۱۳-الف)$$

$$H_k^* = H A_k - \psi_k H \quad (۱۳-ب)$$

$$\mathbf{v}_k^* = H F_k(\boldsymbol{\omega}_{k+1} - \boldsymbol{\omega}_{k+1}^R) + \mathbf{v}_k \quad (۱۳-ج)$$

اکنون می‌توان معادلات مورد نیاز برای گام پیش‌بینی الگوریتم EKF پیشنهادی را استخراج کرد. با نگاهی دوباره به رابطه‌ی (۱۲) این نکته درک می‌شود که نویزهای حالت و اندازه‌گیری در این معادله با یکدیگر همبسته هستند. به همین جهت به منظور ادامه‌ی روند فرمولاسیون، این مشکل باید رفع شود. این مشکل با افزودن یک معیار برابر با صفر به صورت زیر به رابطه‌ی (۱۲-الف) قابل حل است.

$$J_k(\boldsymbol{\xi}_{k+1} - H_k^* \mathbf{x}_k - H \mathbf{d}_k - \mathbf{v}_k^*)$$

با اعمال این ترفند، رابطه‌ی (۱۲-الف) تحت تاثیر قرار نگرفته اما در عین حال نویزهای حالت و اندازه‌گیری را می‌توان با

QRS مختل می‌کنند. از این رو میزان λ_k باید به ازای بخش‌های مختلف ضربان‌های ECG تغییر کند. در این مقاله پیشنهاد می‌شود به منظور حذف نویز MA، در بخش‌هایی از ECG که متعلق به موج‌های P و T است، مقدار λ_k برابر با مقادیر بیش‌تری نسبت به بخش‌هایی که شامل کمپلکس‌های QRS است باشد. انتخاب مناسب میزان λ_k تاثیر زیادی در الگوریتم پیشنهادی EKF خواهد داشت.

۳-۲- الگوریتم EKF جدید

در مدل معرفی شده در رابطه‌ی (۷) مشاهده می‌شود که بر خلاف رابطه‌ی (۳-ب) نویزهای اندازه‌گیری در گام‌های زمانی متوالی با یکدیگر همبسته هستند ($E[\varepsilon_{k+1} \varepsilon_k^T] \neq 0$). این امر مانع استفاده از الگوریتم EKF استاندارد می‌شود. به منظور استفاده از الگوریتم EKF، EDM در رابطه‌ی (۷) باید مجدداً به نحوی بازنویسی شود که نویزهای اندازه‌گیری در گام‌های زمانی متوالی، با یکدیگر ناهمبسته شوند. به منظور حل این مساله، پیشنهاد می‌شود که بردارهای اندازه‌گیری در گام‌های زمانی متوالی از هم تفریق گردند. این راه‌برد که در مقالات با عنوان راه‌برد تفاضل اندازه‌گیری^۱ نیز نامیده می‌شود [۱۴] یکی از تکنیک‌های شناخته شده برای مواجهه با نویزهای رنگی غیرایستا در الگوریتم‌های مبتنی بر فیلتر کالمن خطی است [۱۴]. با این حال تا کنون معادلات مورد نیاز برای استفاده از این تکنیک در فیلتر کالمن گسترش یافته‌ی غیرخطی ارائه نشده است [۱۴]. در این مقاله برای اولین بار معادلات پیش‌بینی و به‌روزرسانی مورد نیاز برای این نوع EKF به دست آورده شده که در معادلات اندازه‌گیری آن از تکنیک تفاضل اندازه‌گیری استفاده شده است. هم‌چنین پیشنهاد می‌شود که از این فیلتر به جای EKF استاندارد در پردازش ECG محیط‌های غیرایستا استفاده شود. تکنیک تفاضل اندازه‌گیری برای EDM موجود در رابطه‌ی (۷) با معرفی بردار اندازه‌گیری جدید \mathbf{y}_{k+1} شروع شده که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\boldsymbol{\xi}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \psi_k \mathbf{y}_k \quad (۸)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۷-ب) می‌توان معادله‌ی بالا را به صورت زیر بسط داد.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{k+1} &= H \mathbf{x}_{k+1} - \psi_k H \mathbf{x}_k - \psi_k \boldsymbol{\varepsilon}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \\ &= H \mathbf{x}_{k+1} - \psi_k H \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (۹)$$

همان‌طور که در رابطه‌ی بالا مشاهده می‌شود، اکنون نویزهای اندازه‌گیری در چهارچوب‌های زمانی متوالی نسبت به یکدیگر

^۱ Measurement Differencing Strategy

انتخاب میزان مناسب برای ماتریس J_k ناهمبسته نمود. با این توضیحات رابطه‌ی (۱۲) به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$J_k = (F_k Q_{k+1} F_k^T H^T) (R_k^*)^{-1} \\ = (F_k Q_{k+1} F_k^T H^T) (H F_k Q_{k+1} F_k^T H^T + R_k)^{-1} \quad (20)$$

در این جا هدف پیدا کردن ماتریس J_k به نحوی است که نویزهای حالت و اندازه‌گیری با یکدیگر ناهمبسته شوند. با در نظر گرفتن روابط (۱۳-ج) و (۱۴-ب) مشاهده می‌شود که ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری جدید در رابطه‌ی (۱۴-ب) یعنی $E\{v_k^* (v_k^*)^T\}$ به صورت زیر است.

$$\hat{x}_{k+1|k} = E\{x_{k+1} | \xi_{1:k+1}\} = (A_k - J_k H_k^*) \hat{x}_{k|k} \\ + F_k \Delta \omega_{k+1} - J_k \bar{v}_k^* + J_k \xi_k \\ + (I - J_k H) E\{d_k | \xi_{1:k+1}\} \quad (21)$$

در این معادله، روابط زیر برقرار است.

$$\overline{\Delta \omega_{k+1}} = E\{\Delta \omega_k\} = 0 \\ \bar{v}_k^* = E\{v_k^*\} = 0$$

با استفاده از رابطه‌ی (۱۳-الف)، عبارت $E\{d_k | \xi_{1:k+1}\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$E\{d_k | \xi_{1:k+1}\} = f_k(\hat{x}_{k|k}, \bar{\omega}_{k+1}) - A_k \hat{x}_{k|k} \quad (22)$$

نهایتاً با جایگزینی رابطه‌ی (۲۲) در معادله‌ی (۲۱)، $\hat{x}_{k+1|k}$ به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\hat{x}_{k+1|k} = (I - J_k H_k) f_k(\hat{x}_{k|k}, \bar{\omega}_{k+1}) + J_k \xi_{k+1} \\ + J_k (H A_k - H_k^*) \hat{x}_{k|k} \quad (23)$$

به منظور نمایش ساده‌تر، در ادامه‌ی مقاله عبارت $\{\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R\}$ به صورت $\Delta \omega_{k+1}$ نمایش داده شده است. با گسترش سمت راست رابطه‌ی (۱۷) عبارت زیر به دست می‌آید.

$$e_{k+1|k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} \quad (24)$$

رابطه‌ی (۲۴) را می‌توان به صورت معادله‌ی زیر نیز نوشت.

$$e_{k+1|k} = J_k (H A_k - H_k^*) (x_k - \hat{x}_{k|k}) + \omega_{k+1}^* \quad (25)$$

با استفاده از معادله‌ی (۲۵)، رابطه‌ی محاسبه‌ی ماتریس $P_{k+1|k}$ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$P_{k+1|k} = E\{e_{k+1|k} (e_{k+1|k})^T\} \\ = J_k (H A_k - H_k^*) P_{k|k} (H A_k - H_k^*)^T (J_k)^T + Q_{k+1}^* \\ = A_k^* P_{k|k} (A_k^*)^T + Q_{k+1}^* \quad (26)$$

انتخاب میزان مناسب برای ماتریس J_k ناهمبسته نمود. با این توضیحات رابطه‌ی (۱۲) به شکل زیر بازنویسی می‌شود.

$$x_{k+1} \approx A_k x_k + F_k (\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R) + d_k \\ + J_k (\xi_{k+1} - H_k^* x_k - H d_k - v_k^*) \quad (14-الف)$$

$$\approx (A_k - J_k H_k^*) x_k + (F_k (\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R) \\ - J_k v_k^*) + J_k \xi_{k+1} + (I - J_k H) d_k \\ \xi_{k+1} \approx H_k^* x_k + H d_k + v_k^* \quad (14-ب)$$

در این جا هدف پیدا کردن ماتریس J_k به نحوی است که نویزهای حالت و اندازه‌گیری با یکدیگر ناهمبسته شوند. با در نظر گرفتن روابط (۱۳-ج) و (۱۴-ب) مشاهده می‌شود که ماتریس کوواریانس اندازه‌گیری جدید در رابطه‌ی (۱۴-ب) یعنی $E\{v_k^* (v_k^*)^T\}$ به صورت زیر است.

$$E\{v_k^* (v_k^*)^T\} = H F_k Q_{k+1} F_k^T H^T + R_k \quad (15)$$

به منظور نمایش ساده‌ی معادلات، در ادامه‌ی این مقاله عبارت $E\{v_k^* (v_k^*)^T\}$ به صورت R_k^* نشان داده شده است. همچنین می‌توان به سادگی استنباط کرد که در رابطه‌ی (۱۴-الف) نویز حالت به صورت زیر تعریف شده است.

$$\omega_{k+1}^* = F_k (\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R) - J_k v_k^* \quad (16)$$

با در نظر داشتن روابط (۱۵) و (۱۶) می‌توان $E\{\omega_{k+1}^* (v_k^*)^T\}$ را به صورت زیر تعریف کرد.

$$E\{\omega_{k+1}^* (v_k^*)^T\} = E\{(F_k (\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R) \\ - J_k v_k^*) (v_k^*)^T\} \quad (17)$$

به منظور نمایش ساده‌تر، در ادامه‌ی مقاله عبارت $\{\omega_{k+1} - \omega_{k+1}^R\}$ به صورت $\Delta \omega_{k+1}$ نمایش داده شده است. با گسترش سمت راست رابطه‌ی (۱۷) عبارت زیر به دست می‌آید.

$$E\{\omega_{k+1}^* (v_k^*)^T\} = E\{(F_k \Delta \omega_{k+1}) (v_k^*)^T\} \\ - J_k E\{v_k^* (v_k^*)^T\} \quad (18)$$

در این جا هدف پیدا کردن ماتریس J_k به نحوی است که رابطه‌ی $E\{\omega_{k+1}^* (v_k^*)^T\}$ برابر با صفر باشد. برای رسیدن به این هدف، رابطه‌ی (۱۳-ج) در معادله‌ی (۱۸) جاگذاری شده و معادله‌ی (۱۸) مساوی با صفر قرار داده می‌شود. نتیجه‌ی این کار در رابطه‌ی زیر خلاصه شده است.

$$F_k E\{\Delta \omega_{k+1} (\Delta \omega_{k+1})^T\} F_k^T H^T \\ + F_k E\{\Delta \omega_{k+1} (v_k^*)^T\} = J_k R_k^* \quad (19)$$

مشابه با فرض در نظر گرفته شده برای الگوریتم EKF در رابطه‌ی (۵)، برای EKF پیشنهادی نیز می‌توان رابطه‌ی



در این معادله، روابط زیر برقرار است.

گام به‌روزرسانی:

$$S_k = H_k^* P_{k|k-1} (H_k^*)^T + R_k^* \quad (۳۰-ج)$$

$$K_k = P_{k|k-1} (H_k^*)^T (S_k)^{-1} \quad (۳۰-د)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_k | \xi_{1:k}\} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + K_k (\xi_{k+1} - H_k^* \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + H_k A_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - H_k f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_{k+1}) - \bar{\mathbf{v}}_k) \quad (۳۰-ه)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k^*) P_{k|k-1} (I - K_k H_k^*)^T + K_k R_k^* K_k^T \quad (۳۰-و)$$

در مطالعه‌ی [۲] پیشنهاد شده است که در زمینه‌ی نوین‌زادایی ECG، به منظور ارائه‌ی نتایج هموارتر می‌توان از الگوریتم‌های هموارسازی پس‌رو استفاده نمود. این الگوریتم‌ها از خروجی‌های الگوریتم EKF برای رسیدن به تخمین‌های هموارتری از حالت‌ها استفاده می‌کنند. به منظور بهبود نتایج نوین‌زادایی چهارچوب EKF استاندارد، در مقاله‌ی [۲] پیشنهاد شده است که از الگوریتم هموارساز کالمن گسترش یافته^۲ (EKS) استفاده شود. در این مقاله نیز از همان الگوریتم EKS استفاده شده که در ادامه توضیح داده شده است.

۳-۳- الگوریتم هموارساز کالمن گسترش یافته

الگوریتم هموارساز کالمن گسترش یافته (EKS) نوعی الگوریتم هموارسازی پس‌رو غیرعلی است که از اطلاعات اندازه‌گیری‌های آینده استفاده کرده تا تخمین‌های هموارتر و بهتری را ارائه دهد [۱۴]. مانند مطالعه‌ی [۲]، الگوریتم EKS به کار رفته در این مقاله نوعی هموارساز فاصله‌ی ثابت است که توسط معادلات زیر تعریف می‌گردد.

$$L_k = P_{k|k} (A_{k+1}^*)^T P_{k+1|k}^{-1} \quad (۳۱-الف)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|N} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k} + L_k (\hat{\mathbf{x}}_{k+1|N} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \quad (۳۱-ب)$$

$$P_{k|N} = P_{k|k} + L_k (P_{k+1|N} - P_{k+1|k}) L_k^T \quad (۳۱-ج)$$

در این معادلات $\hat{\mathbf{x}}_{k|N}$ و $P_{k|N}$ به ترتیب تخمین بردار حالت و ماتریس کوواریانس در زمان k و N گام زمانی آخر است. از این الگوریتم EKS برای هموارسازی نتایج ارائه شده توسط الگوریتم EKF پیشنهادی استفاده شده است.

۴- آزمایش‌های انجام شده

عملکرد نوین‌زادایی الگوریتم EKF/EKS پیشنهادی روی ثبت‌های ECG اتخاذ شده از پایگاه داده‌ی ریتیم سینوس نرمال MIT-BIH (NSRDB) بررسی شده [۱۰] و با الگوریتم EKF/EKS استاندارد معرفی شده در مطالعه‌ی [۲] مورد مقایسه قرار گرفته است. پایگاه داده‌ی NSRDB شامل ۱۸ ثبت

$$A_k^* = J_k (H_k A_k - H_k^*) \\ Q_{k+1}^* = F_k Q_{k+1} (F_k)^T - J_k R_k^* (J_k)^T$$

در گام پیش‌بینی الگوریتم EKF پیشنهادی، از معادله‌ی (۲۵) به جای معادله‌ی (۵-ب) استفاده می‌شود.

پس از گام پیش‌بینی، معادلات مورد نیاز برای گام به‌روزرسانی نیز باید استخراج شود. با به کارگیری معادله‌ی (۱۲-ب) در معادله‌ی (۵-ه) عبارت $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_k | \xi_{1:k}\} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + K_k (\xi_{k+1} - H_k^* \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + H_k A_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - H_k f(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_{k+1}) - \bar{\mathbf{v}}_k) \quad (۲۷)$$

در گام به‌روزرسانی الگوریتم EKF پیشنهادی، از معادله‌ی (۲۷) به جای معادله‌ی (۵-ه) استفاده خواهد شد. به منظور محاسبه‌ی $P_{k|k}$ ابتدا باید خطای تخمین (به‌روزرسانی) $e_{k|k}$ محاسبه گردد. این خطا به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$P_{k|k} = \mathbf{E}[e_{k|k} e_{k|k}^T] = (I - K_k H_k^*) P_{k|k-1} (I - K_k H_k^*)^T + K_k R_k^* K_k^T \quad (۲۸)$$

در گام به‌روزرسانی الگوریتم EKF پیشنهادی، به جای معادله‌ی (۵-و) از معادله‌ی (۲۸) استفاده خواهد شد. گام نهایی پیدا کردن بازده کالمن K_k است. در نظریه‌ی فیلتر کالمن، بازده کالمن به نحوی محاسبه شده که اثر^۱ ماتریس $P_{k|k}$ به حداقل رسانده شود. با مشتق‌گیری اثر $P_{k|k}$ نسبت به K_k و مساوی قرار دادن آن با صفر، K_k به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial \text{trace}(P_{k|k})}{\partial K_k} = \mathbf{0}$$

$$S_k = H_k^* P_{k|k-1} (H_k^*)^T + R_k^* \quad (۲۹-الف)$$

$$K_k = P_{k|k-1} (H_k^*)^T (S_k)^{-1} \quad (۲۹-ب)$$

در الگوریتم EKF پیشنهادی، روابط (۵-ج) و (۵-د) با معادلات بالا جایگزین می‌شود. برای شفاف‌سازی بیشتر، یک بار دیگر معادلات الگوریتم پیشنهادی به صورت زیر خلاصه می‌شود.

گام پیش‌بینی:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = (I - J_{k-1} H_{k-1}^*) f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) + J_{k-1} \xi_k + J_{k-1} (H_k A_{k-1} - H_k^*) \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (۳۰-الف)$$

$$P_{k|k-1} = J_{k-1} (H_k A_{k-1} - H_k^*) P_{k-1|k-1} (H_k A_{k-1} - H_k^*)^T (J_{k-1})^T + Q_k^* = A_{k-1}^* P_{k-1|k-1} (A_{k-1}^*)^T + Q_k^* \quad (۳۰-ب)$$

^۲ Extended Kalman Smoother

^۱ Trace

در این رابطه x_0 ، x_n و x_d به ترتیب سیگنال ECG بدون نویز، سیگنال ECG آغشته به نویز و سیگنال ECG نویززدایی شده هستند. معیار بهبود SNR یک معیار کمی بوده از این رو برای مقایسه‌ی کیفی نتایج، از معیار اعوجاج وزن دار مبتنی بر آنتروپی چندمقیاسی (MSEWPRD) [۱۲] استفاده شده است. سیگنال ECG دارای پارامترهای کلینیکی مهمی مانند دامنه‌ی موج R، دامنه‌ی موج T، قطعه‌ی ST، شیب بالارونده و پایین‌رونده‌ی موج T و ... است که تغییرات در هر کدام از آن‌ها در خروجی الگوریتم نویززدایی می‌تواند به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرد. با این وجود برای انجام چنین بررسی‌هایی لازم است که قسمت‌های مختلف سیگنال‌های ECG توسط یک پزشک متخصص نشان‌گذاری شده تا بتوان تغییرات پارامترهای کلینیکی را پس از عملیات نویززدایی بررسی نمود. داده‌های موجود در پایگاه داده‌ی NSRDB علامت‌گذاری نشده و به همین دلیل از معیار MSEWPRD استفاده شده است.

با استفاده از این معیار می‌توان مشخص نمود که الگوریتم‌های نویززدایی تا چه حد ویژگی‌های بالینی-تشخیصی سیگنال‌های ECG اصلی را حفظ می‌کنند. برای محاسبه‌ی این معیار، درصد اختلاف مجذور میانگین مربعات وزن‌دار^۳ (WPRD) بین آنتروپی ضرایب موجک زیرباند سیگنال‌های اصلی و فیلترشده حساب شده است [۱۲]. مزیت معیار MSEWPRD این است که می‌توان از آن در سیگنال‌هایی که قبلاً توسط پزشکان علامت‌گذاری نشده استفاده نمود.

پیش از ارائه‌ی نتایج ارزیابی الگوریتم‌ها، ذکر این نکته ضروری است که نتایج ارائه شده در شکل‌ها، نمودارها و جدول‌های این بخش، مربوط به بعد از اعمال فیلتر میان به خروجی الگوریتم‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS می‌باشد. همچنین همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز ذکر شد، عمل کرد الگوریتم NEW EKF/EKS به انتخاب مناسب میزان λ_k بستگی دارد. چنانچه مقدار λ_k مساوی با صفر باشد، چهارچوب‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS عمل کرد مشابهی دارند. در این مقاله مقادیر مختلفی برای λ_k از ۰/۱ تا ۰/۹ با گام‌های ۰/۰۵ برای هر کدام از موج‌های P&T و کمپلکس QRS امتحان شده است. در نهایت این نتیجه به دست آمد که برای کمپلکس‌های QRS، $\lambda_k=0/2$ و برای موج‌های P&T $\lambda_k=0/8$ عمل کرد مناسب‌تری را ارائه می‌دهد. در ادامه‌ی این مقاله نتایج نویززدایی چهارچوب NEW EKF/EKS به ازای مقادیر فوق برای λ_k نمایش داده شده است.

از ۱۸ بیمار مختلف به مدت حداقل یک ساعت است. در این ثبت‌ها هیچ‌گونه علایم قابل توجهی از آریتمی وجود ندارد. فرکانس نمونه‌برداری این ثبت‌ها ۱۲۸ هرتز است. در این مقاله حداقل ۲۰ بخش ECG از قسمت‌های مختلف هر ثبت برای آزمایش‌ها انتخاب شده است. در نتیجه پایگاه داده‌ی آزمایشی در این مقاله شامل ۲۰۰ سیگنال ECG بوده و طول هر سیگنال حداقل ۳۰ ثانیه است. دلیل انتخاب ۲۰۰ سیگنال ۳۰ ثانیه‌ای این است که در مطالعه‌ی [۲] از ۲۰۰ سیگنال ۳۰ ثانیه‌ای مستخرج از NSRDB برای ارزیابی نتایج استفاده شده است. در ادامه‌ی این مقاله الگوریتم EKF/EKS پیشنهادی با نام اختصاری NEW EKF/EKS و الگوریتم EKF/EKS استاندارد پیشنهاد شده در مقاله‌ی [۲] با نام اختصاری OLD EKF/EKS نشان داده شده است. ذکر این نکته ضروری است که هیچ‌کدام از الگوریتم‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS قادر به حذف انحراف خط مبنا نیستند. به بیان دیگر هر دو روش مذکور به یک الگوریتم پس‌پردازشی^۱ مانند فیلتر میان^۲ برای حذف انحراف خط مبنا نیاز دارند. با این حال در این بخش نشان داده شده که به دلیل لحاظ شدن اثر انحراف خط مبنا در مدل اندازه‌گیری NEW EKF/EKS، الگوریتم پیشنهادی قادر است اثرات منفی آن روی مورفولوژی موجک‌های موجود در ECG را تا حد زیادی کاهش دهد که این امر برای OLD EKF/EKS چندان امکان‌پذیر نیست.

الگوریتم‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS در نرم‌افزار Matlab روی یک کامپیوتر ۸ هسته‌ای با پردازش‌گر ۳/۳ گیگاهرتز و ۱۶ گیگابایت رم پیاده‌سازی شده است.

قابلیت نویززدایی NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS در حضور دو نوع نویز صورتی و MA غیرایستا در SNR مختلف از ۱۰ تا ۵- دسی‌بل ارزیابی شده است. نویز MA از پایگاه داده‌ی NSTDB استخراج شده [۱۱] و نویز صورتی به صورت مصنوعی با استفاده از چگالی طیفی زیر تولید شده است.

$$S(f) \propto \frac{1}{f} \quad (32)$$

در این رابطه $S(f)$ و f به ترتیب تابع چگالی طیفی نویز و فرکانس بر حسب هرتز هستند. از دو معیار ارزیابی در این مقاله استفاده شده است. معیار نخست، معیار بهبود SNR است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

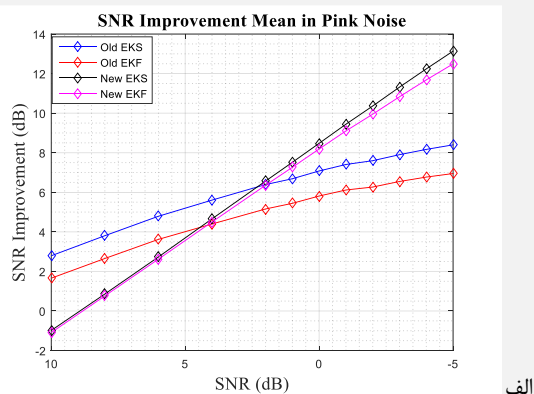
$$\begin{aligned} \text{imp}[dB] &= SNR_{\text{output}} - SNR_{\text{input}} \\ &= 10 \log \left(\frac{\sum_i |x_n(i) - x_o(i)|^2}{\sum_i |x_d(i) - x_o(i)|^2} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

^۳ Weighted Percentage Root-Mean-Square Difference

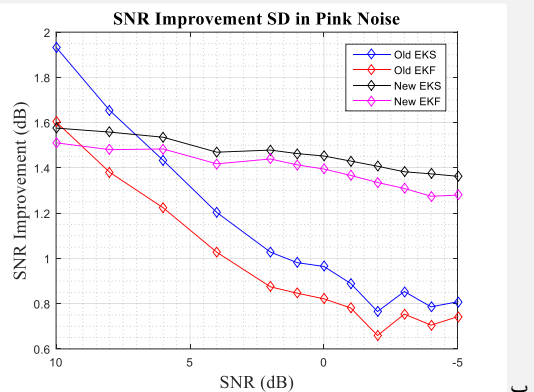
^۱ Post Processing

^۲ Median Filter

مذکور تحت تاثیر قرار می‌گیرند. مقادیر پایین‌تر MSEWPRD برای یک روش نویززدایی خاص حاکی از عمل کرد بهتر آن روش در حفظ مشخصات بالینی مهم ECG است. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود در حضور نویز MA، چهارچوب‌های NEW EKF/EKS نتایج بهتری برای SNR-های کم‌تر از صفر دسی‌بل به دست آورده‌اند. علاوه بر این از مقادیر موجود در جدول (۲) نیز می‌توان دریافت که در حضور نویز صورتی، چهارچوب‌های NEW EKF/EKS دارای MSEWPRD کم‌تری نسبت به OLD EKF/EKS به ازای SNR-های کم‌تر از ۴ دسی‌بل هستند. نتایج موجود در جدول‌های (۱) و (۲) بیان‌گر این است که در محیط‌های غیرایستای نویزی، روش پیشنهادی عمل کرد مناسب‌تری در حفظ مشخصات بالینی-کلینیکی سیگنال‌های ECG در مقایسه با OLD EKF/EKS دارد.



الف

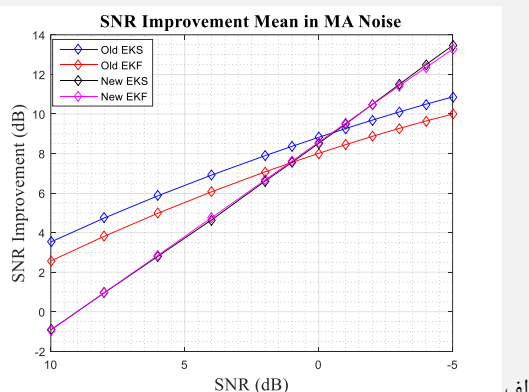


ب

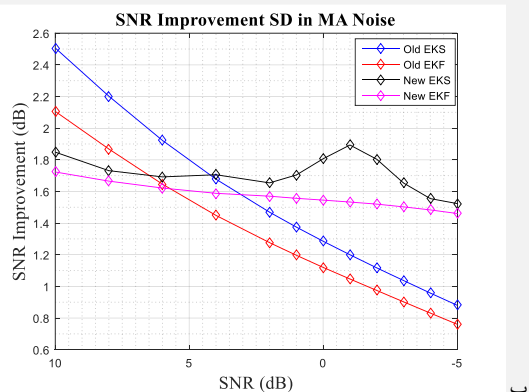
شکل (۲) - ارزیابی عمل کرد روش‌های نویززدایی در حضور نویز صورتی از منظرهای الف) میانگین بهبود SNR و ب) انحراف استاندارد بهبود SNR

به منظور نمایش بصری، عمل کردهای نویززدایی چهارچوب‌های NEW EKS و OLD EKS برای چندین ثبت ECG از NSRDB در شکل‌های (۳) و (۴) نشان داده شده است. در این شکل‌ها برای مقایسه‌ی بهتر عمل کرد نویززدایی، ECG-های اصلی و خروجی‌های NEW EKS کمی بالاتر از خط مرجع رسم شده است. در شکل (۳) خروجی‌های NEW EKS و OLD EKS در

نتایج نویززدایی حاصل از چهارچوب‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS در حضور نویزهای صورتی و MA از منظر معیار بهبود SNR به ازای SNR-های مختلف به ترتیب در شکل‌های (۱) و (۲) رسم شده است. در این دو شکل مشاهده می‌شود که NEW EKS و New EKF به ازای SNR-های ورودی پایین عمل کرد بهتری دارند. به عنوان نمونه در شکل (۱) به ازای SNR-های کم‌تر از ۲ دسی‌بل الگوریتم‌های پیشنهادی بهتر از Old EKF و به ازای SNR-های کم‌تر از ۱- دسی‌بل بهتر از Old EKS عمل کرده‌اند. در شکل (۲) مشاهده می‌شود که عمل کرد NEW EKF/EKS در نویز صورتی بهتر از نویز MA بوده به طوری که به ازای SNR-های کم‌تر از ۲ دسی‌بل، NEW EKF/EKS بر OLD EKF/EKS برتری یافته است. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که در محیط‌های غیرایستا، NEW EKF/EKS نتایج بهتری را از منظر بهبود SNR در SNR-های پایین ارائه می‌کند.



الف



ب

شکل (۱) - ارزیابی عمل کرد روش‌های نویززدایی در حضور نویز MA از منظرهای الف) میانگین بهبود SNR و ب) انحراف استاندارد بهبود SNR

نتایج نویززدایی NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS از منظر MSEWPRD در SNR-های مختلف در جدول‌های (۱) و (۲) ارائه شده است. این جدول‌ها نشان می‌دهند که ویژگی‌های بالینی/تشخیصی سیگنال‌های ECG چگونه توسط روش‌های

مشاهده می‌شود این است که در برخی از مواقع انحرافات خط مبنای غیرخطی می‌تواند OLD EKS را از تخمین شکل واقعی ECG-ها منحرف کند. برای مثال در زمان‌های ۱/۲ و ۶/۶ ثانیه در شکل (۳-ب) و زمان‌های ۱/۶ و ۱۰/۵ ثانیه در شکل (۳-د) می‌توان مشاهده کرد که انحراف خط مبنای غیرخطی باعث شده است که OLD EKS نتواند شکل موج سیگنال را به خوبی تخمین بزند. با این حال این مشکل توسط NEW EKS رفع شده است. خروجی NEW EKS و OLD EKS در حضور نویز صورتی مصنوعی برای بخش‌هایی از ثبت‌های ۱۹۰۹۰ و ۱۸۱۸۴ در SNR=۶ دسی‌بل در شکل (۴) رسم شده است. خروجی‌های NEW EKS در این شکل نشان می‌دهد که روش پیشنهادی عمل کرد بهتری نسبت به OLD EKS دارد. در شکل‌های (۴-ب) و (۴-د) مشاهده می‌شود که اثرات منفی انحرافات خط مبنای غیرخطی به خوبی توسط NEW EKS کاهش یافته است. همچنین خروجی‌های NEW EKS هموارتر بوده و شباهت بیشتری به مورفولوژی ECG-های اصلی دارند اما مورفولوژی خروجی‌های OLD EKS تفاوت قابل توجهی با ECG-های اصلی (خصوصاً در محل قرارگیری موج P) دارند.

حضور نویز MA واقعی برای بخشی از ثبت‌های ۱۶۲۷۳ و ۱۶۷۷۳ در SNR=۶ دسی‌بل نشان داده شده است. در شکل‌های (۳-الف) و (۳-ج) می‌توان مشاهده کرد که مورفولوژی امواج P و T به شدت تحت تاثیر نویز MA قرار گرفته است. همچنین انحرافات خط مبنای غیرخطی نیز در این دو شکل مشهود است. با نگاهی به شکل‌های (۳-ب) و (۳-د) این نکته درک می‌شود که NEW EKS به صورت موفقیت‌آمیزی امواج P&T را بازیابی کرده است در حالی که مورفولوژی ضربان‌های ECG هنوز در خروجی‌های OLD EKS مختل هستند. به عنوان نمونه در شکل (۳-ب) حوالی زمان‌های ۱/۳، ۳/۳، ۳/۸، ۵/۲، ۶/۶ و ۸/۲ ثانیه مشاهده می‌شود که مورفولوژی سیگنال ECG در خروجی OLD EKS نسبت به سیگنال اصلی در شکل (۳-الف) متفاوت است اما خروجی NEW EKS شباهت بیشتری به سیگنال اصلی دارد. این قضیه برای زمان‌های ۱/۲، ۵/۳ و ۹/۷ ثانیه در شکل (۳-د) نیز صادق است. دلیل برتری NEW EKS نسبت به OLD EKS به خاطر EDM آن است که می‌تواند غیرایستایی‌ها و انحرافات خط مبنای غیرخطی را مدل‌سازی کند. موضوع مهم دیگری که در شکل‌های (۳-ب) و (۳-د)

جدول (۱) - ارزیابی عمل کرد روش‌های نویززدایی در حضور نویز MA واقعی از منظر MSEWPRD

MSEWPRD (میانگین \pm انحراف معیار) در نویز ماهیچه‌ای (mV)						
روش	۸ دسی‌بل	۴ دسی‌بل	۲ دسی‌بل	۰ دسی‌بل	۲- دسی‌بل	۴- دسی‌بل
New EKF	۰/۴۳۲ \pm ۰/۰۴	۰/۴۴۲ \pm ۰/۰۳	۰/۴۴۶ \pm ۰/۰۳	۰/۴۵۱ \pm ۰/۰۸۳	۰/۴۵۷ \pm ۰/۰۸۴	۰/۴۶۵ \pm ۰/۰۸۳
New EKS	۰/۴۳۳ \pm ۰/۰۴	۰/۴۵۵ \pm ۰/۰۷	۰/۴۵۳ \pm ۰/۰۳	۰/۴۶۳ \pm ۰/۰۴۳	۰/۴۶۴ \pm ۰/۰۵۴	۰/۴۵۷ \pm ۰/۰۸۶
Old EKF	۰/۲۹۹ \pm ۰/۰۶	۰/۳۶۹ \pm ۰/۰۷	۰/۴۱۶ \pm ۰/۰۹	۰/۴۷۲ \pm ۰/۰۵۳	۰/۵۴ \pm ۰/۰۵۹	۰/۶۲۳ \pm ۰/۰۶۷
Old EKS	۰/۲۶۱ \pm ۰/۰۴	۰/۳۲۶ \pm ۰/۰۳	۰/۳۶۹ \pm ۰/۰۵	۰/۴۲ \pm ۰/۰۴۸	۰/۴۸ \pm ۰/۰۵۳	۰/۵۵۱ \pm ۰/۰۶

جدول (۲) - ارزیابی عمل کرد روش‌های نویززدایی در حضور نویز صورتی از منظر MSEWPRD

MSEWPRD (میانگین \pm انحراف معیار) در نویز صورتی (mV)						
روش	۸ دسی‌بل	۴ دسی‌بل	۲ دسی‌بل	۰ دسی‌بل	۲- دسی‌بل	۴- دسی‌بل
New EKF	۰/۴۴۷ \pm ۰/۰۶	۰/۴۶۲ \pm ۰/۰۷	۰/۴۷۲ \pm ۰/۰۹	۰/۴۸۱ \pm ۰/۰۹	۰/۴۹۷ \pm ۰/۰۸۹	۰/۵۱۲ \pm ۰/۰۸۷
New EKS	۰/۴۴۴ \pm ۰/۰۹	۰/۴۵۳ \pm ۰/۰۵	۰/۴۶ \pm ۰/۰۸۸	۰/۴۶۴ \pm ۰/۰۸	۰/۴۷۱ \pm ۰/۰۸۶	۰/۴۷۸ \pm ۰/۰۸۶
Old EKF	۰/۳۶۳ \pm ۰/۰۶	۰/۴۸۳ \pm ۰/۰۷	۰/۵۶۲ \pm ۰/۰۹	۰/۶۶ \pm ۰/۰۷۷	۰/۷۹۵ \pm ۰/۰۹۳	۰/۹۴۵ \pm ۰/۱۱۵
Old EKS	۰/۳۱ \pm ۰/۰۴۳	۰/۴۰۹ \pm ۰/۰۵	۰/۴۷۶ \pm ۰/۰۱	۰/۵۵۷ \pm ۰/۰۸	۰/۶۶۴ \pm ۰/۰۸	۰/۷۸۱ \pm ۰/۱۰۱

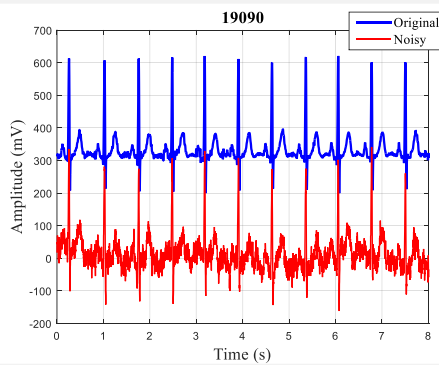
آزمایشی در پایگاه داده برای هر دو الگوریتم NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS کم‌تر از ۱ دقیقه است. با این وجود الگوریتم EKF پیشنهادی عمل کرد بهتری نسبت به نسخه‌ی استاندارد آن در محیط‌های غیرایستا از خود نشان داده است. عمل کرد EKF/EKS پیشنهادی به میزان λ_k بستگی دارد. سوال این است که NEW EKF/EKS چگونه محل‌های امواج P و T و کمپلکس‌های QRS را تشخیص داده و چگونه مقادیر مختلف λ_k را به نمونه‌های متوالی اختصاص می‌دهد. برای پاسخ به این

۵- بحث و بررسی

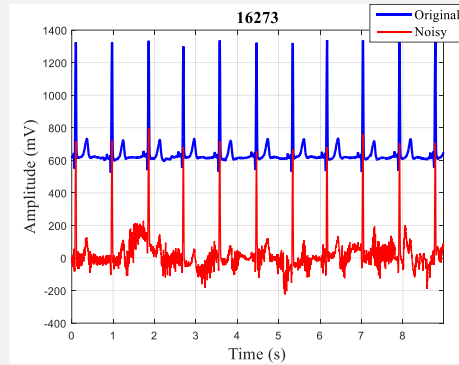
در این مقاله یک الگوریتم EKF بهبود یافته پیشنهاد شده است که عمل کرد خوبی در حذف نویزهای غیرایستا در سیگنال‌های ECG دارد. با وجود این که این فرمول پیاده‌سازی EKF جدید به محاسبات بیشتری نیاز دارد، در شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مقاله تفاوت محسوسی بین زمان‌های محاسبه‌ی چهارچوب‌های NEW EKF/EKS و OLD EKF/EKS مشاهده نشده است. زمان محاسبه برای هر کدام از سیگنال‌های

خطی ECG، مقداری بین $-\pi$ و π به هر نمونه‌ی ECG اختصاص داده می‌شود. در یک ضربان ECG نرمال، موج P، کمپلکس QRS و موج T به ترتیب در محدوده‌های $[-\pi/6, \pi/6]$ ، $[\pi/6, \pi]$ و $[-\pi/6, \pi/6]$ قرار دارند [۷]. با استفاده از این اطلاعات می‌توان مقدار صحیح λ_k را برای هر نمونه‌ی ECG اختصاص داد.

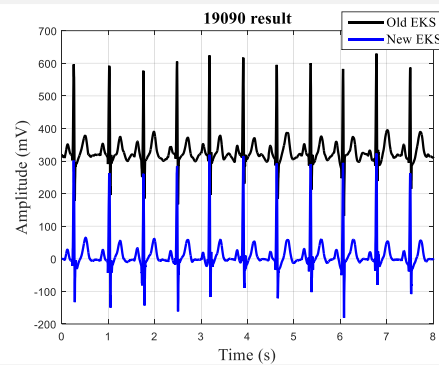
سوال باید گفت که NEW EKF مانند OLD EKF به برخی پیش‌پردازش‌ها^۱ قبل از نويززدایی ECG نیاز دارد. این پیش‌پردازش‌ها شامل تشخیص پیک R، فازدهی خطی ECG، استخراج میانگین ECG، تخمین نویز و تخمین پارامترهای مربوط به توابع هسته‌ی گوسی است [۲]. در مرحله‌ی فازدهی



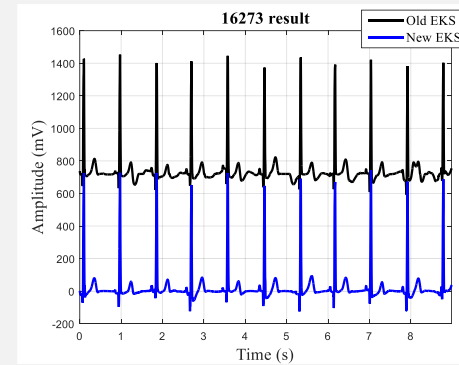
الف



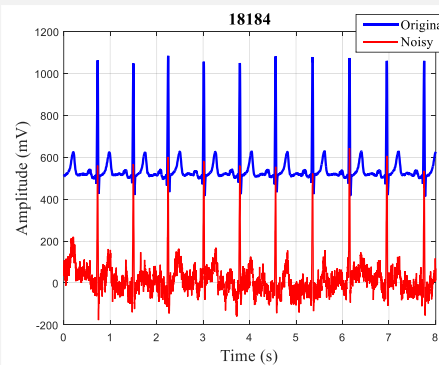
الف



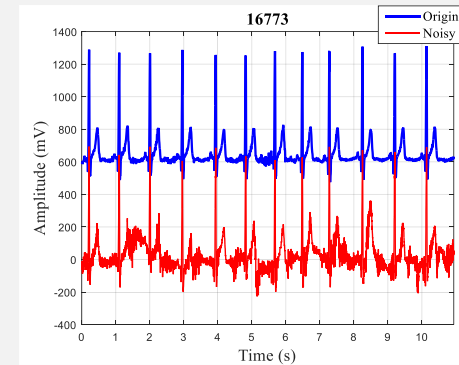
ب



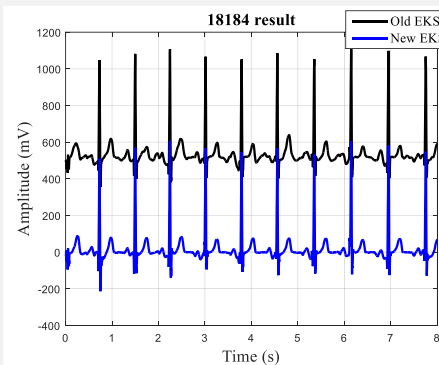
ب



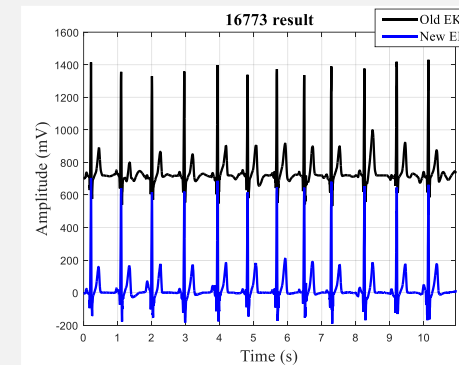
ج



ج



د



د

شکل (۴) - نتایج فیلترهای OLD EKS و NEW EKS برای ثبت‌های ۱۹۰۹۰ و ۱۸۱۸۴ در حضور نویز صورتی در $SNR=6$ دسی‌بل

شکل (۳) - نتایج فیلترهای OLD EKS و NEW EKS برای ثبت‌های ۱۶۲۷۳ و ۱۶۷۷۳ در حضور نویز MA در $SNR=6$ دسی‌بل

^۱ Pre-Processing

خود در نظر می‌گیرد. با استفاده از تکنیک تفاضل اندازه‌گیری، فرمولاسیون جدیدی برای فیلتر کالمن گسترش یافته که از این EDM استفاده می‌کند پیشنهاد شده است. الگوریتم EKF پیشنهادی از هر دو منظر بهبود SNR و MSEWPRD نتایج بهتری در مقایسه با نسخه‌ی استاندارد خود در حذف نویز آرتیفکت ماهیچه ارائه کرده است. الگوریتم پیشنهادی هم‌چنین می‌تواند اثرات نامناسب انحرافات خط مبنای غیرخطی بر مشخصات بالینی ECG-ها را کاهش دهد.

۷- مراجع

- [1] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko, and L. A. Smith, "A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 50, no. 3, pp. 289-294, 2003.
- [2] R. Sameni, M. B. Shamsollahi, C. Jutten, and G. D. Clifford, "A nonlinear Bayesian filtering framework for ECG denoising," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 54, no. 12, pp. 2172-2185, 2007.
- [3] H. Hesar and M. Mohebbi, "ECG Denoising Using Marginalized Particle Extended Kalman Filter with an Automatic Particle Weighting Strategy," *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 21, no. 3, pp. 635-644, 2016.
- [4] H. D. Hesar and M. Mohebbi, "An Adaptive Particle Weighting Strategy for ECG Denoising Using Marginalized Particle Extended Kalman Filter: an Evaluation in Arrhythmia Contexts," *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 21, no. 6, pp. 1581-1592, 2017.
- [5] O. Sayadi and M. Shamsollahi, "A model-based Bayesian framework for ECG beat segmentation," *Physiological Measurement*, vol. 30, no. 3, pp. 335-352, 2009.
- [6] M. Akhbari, M. B. Shamsollahi, and C. Jutten, "ECG fiducial points extraction by extended kalman filtering," in *Proc. Proc. 36th International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP)*, 2013, pp. 628-632.
- [7] H. D. Hesar and M. Mohebbi, "A Multi Rate Marginalized Particle Extended Kalman Filter for P and T Wave Segmentation in ECG Signals," *IEEE journal of biomedical and health informatics*, vol. 23, no. 1, pp. 112-122, 2018.
- [8] O. Sayadi, M. B. Shamsollahi, and G. D. Clifford, "Robust detection of premature ventricular contractions using a wave-based bayesian framework," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 57, no. 2, pp. 353-362, 2010.
- [9] M. Akhbari, M. B. Shamsollahi, and C. Jutten, "Twave alternans detection in ecg using Extended Kalman Filter and dualrate EKF," in

سوال دیگری که امکان دارد مطرح شود این است که با وجود این که عمل کرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در SNR-های پایین مطابق انتظار است اما چرا در SNR-های بالا عمل کرد الگوریتم‌ها مشابه هم نیست. در پاسخ به این سوال ذکر دو نکته ضروری به نظر می‌رسد. اول این که در این مقاله سعی شده که الگوریتم EKF/EKS برای رابطه‌ی (۱۰) که هم شامل تابع غیرخطی در معادله‌ی حالت و هم تابع غیرخطی در معادله‌ی اندازه‌گیری است پیاده‌سازی شود در حالی که معادلات اندازه‌گیری برای EKF/EKS استاندارد مورد استفاده در مقاله‌ی [۲] خطی هستند. از آن‌جا که هر دو الگوریتم‌های بررسی شده در این مقاله از تقریب خطی درجه‌ی اول برای تخمین توابع غیرخطی استفاده می‌کنند، این نکته در عمل باعث می‌شود که نتایج تخمین‌ها در الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم قبلی حتی در SNR-های بالا نیز متفاوت باشد. نکته‌ی دوم این که همان‌طور که در مرجع [۱۴] نیز ذکر شده است میزان λ_k نه تنها وابسته به نوع نویز مختل کننده‌ی سیگنال بوده بلکه به SNR آن نیز بستگی دارد. به عبارت دیگر در SNR-های پایین برای یک نوع نویز خاص، میزان λ_k باید بیشتر باشد. معمولاً روش‌هایی برای تخمین قدرت نویز مختل کننده‌ی سیگنال وجود دارد که می‌توان از آن‌ها برای تخمین SNR و به تبع آن تنظیم بهتر میزان λ_k استفاده نمود. از آن‌جا که این روش‌ها پیچیده بوده و به مطالعه‌ی بیشتری نیاز دارند، در این مقاله مقدار λ_k متناسب با نوع موج‌های سیگنال ECG تنظیم شده است و پیشنهاد می‌شود در کارهای آینده بر اساس SNR نویز نیز تنظیم شود. به همین دلیل است که عمل کرد الگوریتم‌ها در نویزهای ضعیف کاملاً شبیه الگوریتم‌های EKF/EKS استاندارد نیست. ضمناً باید خاطر نشان کرد که از لحاظ تئوریک، حساسیت الگوریتم پیشنهادی به شرایط اولیه، مشابه الگوریتم EKF/EKS استاندارد است. تنها پارامتر جدیدی که الگوریتم پیشنهادی نسبت به الگوریتم قبلی دارد، پارامتر λ_k است. در آزمایش‌های متعددی که به ازای λ_k -های مختلف در این مقاله انجام شده، مشاهده شده است که با نزدیک شدن λ_k به مقادیر بسیار نزدیک به ۱، مطابق انتظار ناپایداری الگوریتم پیشنهادی افزایش می‌یابد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک الگوریتم بیزی بهبود یافته‌ی مبتنی بر فیلتر کالمن گسترش یافته پیشنهاد شده که عمل کرد مناسبی در محیط‌های غیرایستا دارد. این الگوریتم از نوعی EDM اصلاح شده بهره گرفته که نویزهای غیرایستا را نیز در مدل اندازه‌گیری

- [13] R. Sameni, M. B. Shamsollahi, and C. Jutten, "Model-based Bayesian filtering of cardiac contaminants from biomedical recordings," *Physiological Measurement*, vol. 29, no. 5, pp. 595-613, May 2008.
- [14] D. Simon, *Optimal state estimation: Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*: John Wiley & Sons, 2006.
- [15] M. Akhbari, M. B. Shamsollahi, C. Jutten, A. A. Armoundas, and O. Sayadi, "ECG denoising and fiducial point extraction using an extended Kalman filtering framework with linear and nonlinear phase observations," *Physiological measurement*, vol. 37, no. 2, p. 203, 2016.
- [16] G. Clifford, A. Shoeb, P. McSharry, and B. Janz, "Model-based filtering, compression and classification of the ECG," *International Journal of Bioelectromagnetism*, vol. 7, no. 1, pp. 158-161, 2005.
- Proc. Proc. 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2014, pp. 2500-2504.
- [10] The MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database. *PhysioNet*, Cambridge, MA [Online]. Available: <http://www.physionet.org/physiobank/database/nsrdb/>
- [11] The MT-BIH Noise Stress Test Database. *PhysioNet*, Cambridge, MA [Online]. Available: <https://www.physionet.org/physiobank/database/nstadb/>
- [12] M. S. Manikandan and S. Dandapat, "Multiscale entropy-based weighted distortion measure for ECG coding," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 15, pp. 829-832, 2008.