

Iranian Journal of Biomedical Engineering

www.ijbme.org / P-ISSN: 2008-5869 / E-ISSN: 8006-9685



Volume 16, Issue 2, Summer 2022, 133 - 145

Development of a Planar Multibody Model of the Knee Joint with Contact Mechanics

Javanfar, Amirhosein¹ / Bamdad, Mahdi^{2*}

¹ - Ph.D. Student, School of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
 ² - Associate Professor, Corrective Exercise and Rehabilitation Laboratory, School of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

ARTICLE INFO

DOI: 10.22041/ijbme.2022.555148.1775		
Received: 5 June 2022	Revised: 19 July 2022	Accepted: 29 July 2022

KEYWORDS ABSTRACT Biomechanical modeling of human joints has been considered for a long time by Forward Dynamics researchers due to its high importance and application. Therefore, methods of modeling Nonlinear Discontinuous joints, and kinematic and dynamic analysis of human movement have continuously been Contact Model developing. In this paper, a biomechanical human knee model is developed, and a Osteoarthritis generic procedure for dynamic analysis of contact problems in combination with the musculoskeletal model is introduced. The development of this knee dynamic model Musculoskeletal Modeling includes the geometric expression of collision curves and an algorithm for determining Cartilage collision points. This presentation addresses cartilage penetration depth and contact force calculation through nonlinear discontinuous contact law. Therefore, the femur and **Penetration Depth** tibia's relative motion is modeled through the combined collision reactions of cartilage and bone in the knee. Moreover, two knee models, the novel curve fitted-plane contact model, and the spherical-plane contact model, have been compared, and a personalized model has been developed for such cases as knee osteoarthritis. There is a difference (average 12%) between the results of the enhanced model and the sphere on the plane model in the cartilage penetration. In the simulation, maximum penetration depth in a healthy knee is reported to be 0.705 mm, while in a 75% KOA is 0.521 mm, including 0.5 mm cartilage-cartilage contact and 0.021 mm bone-bone contact. The contact force is not increased in KOA despite the general belief. The cartilage penetration depth exceeds cartilage thickness, and the bone-bone contact leads to pain. It is a suitable tool for the analysis and control of the auxiliary device in order to control the relative motion of the tibia femur and their separation in patients with osteoarthritis of the knee.

*Corresponding	Author		
Address	Corrective Exercise and Rehabilitation Laborat of Technology, Shahrood, Iran	ory, Scł	nool of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University
Postal Code	3619995161	Tel	+98-23-32392204
E-Mail	bamdad@shahroodut.ac.ir	Fax	+98-23-32392204

Copyright © 2022 by ISBME, http://www.ijbme.org - All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

ناشر: انجمن مهندسی پزشکی ایران / www.isbme.ir



مجلهی مهندسی پزشکی زیستی

شاپای چاپی: ۵۸۶۹-۲۰۰۸ / شاپای الکترونیکی: ۵۸۶۹-۹۶۸۵ / www.ijbme.org



دوره: ۱۶، شماره: ۲، تابستان ۱۴۰۱، ۱۳۳ – ۱۴۵

توسعهی مدل دینامیک چندعضوی صفحهای زانو با در نظر گرفتن مکانیک تماس

جوانفر، امیرحسین ۱ / بامداد، مهدی ۲*

ٔ – دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکدهی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران ^۴ – دانشیار، دانشکدهی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

مشخصات مقاله

	10.22041/ijbi	شناسەي ديجيتال: me.2022.555148.1775
پذیرش: ۷ مرداد ۱۴۰۱	بازنگری: ۲۸ تیر ۱۴۰۱	ثبت در سامانه: ۱۵ خرداد ۱۴۰۱

چکیدہ	واژەھاي كليدى
مدلسازی بیومکانیک مفاصل انسان با توجه به اهمیت بالا و کاربرد آن، از دیرباز مورد توجه محققان	دینامیک مستقیم
بوده و از این رو همواره روش های مدلسازی مفاصل و تحلیل دینامیک حرکت انسان در حال توسعه	ناپيوستهي غيرخطي
است. در این مقاله مدل بیومکانیکی زانو توسعه داده شده و یک روش کلی برای تجزیه و تحلیل	مدل تماس
دینامیکی مسائل تماس در ترکیب با مدل اسکلتی عضلانی ارائه شده است تا تحت شرایط بارگذاری	آرتروز
واقعی رفتار مدل دینامیکی زانو ارزیابی شود. توسعهی این مدل دینامیکی شامل بیان هندسی	مدل سازی اسکلتے عضلانے
منحنیهای تماسی و الگوریتمی برای تعیین نقاط تصادم است. در این مطالعه به محاسبهی عمق نفوذ	غض دفي
غضروف و نیروی تماس از طریق قانون تماس ناپیوستهی غیرخطی پرداخته شده است. بنابراین حرکت	متنزز
نسبی استخوان ران و ساق از طریق نیروهای عکسالعمل شامل تماس دو زیرلایهی تماسی غضروف و	عمق تقود
استخوان در زانو مدلسازی شده است. همچنین دو مدل جدید منحنی برازش شده-صفحه، و مدل	
کره-صفحه با هم مقایسه شده و یک تحلیل برای مواردی مانند آرتروز زانو ارائه شده است. در این	
پژوهش حداکثر 12٪ تفاوت در عمق نفوذ غضروف مفصل تیبیوفمورال داخلی مشاهده شده که با	
توجه به ضرورت مدلسازی دقیقتر برای محاسبهی گشتاورهای زانو، این مساله از اهمیت زیادی	
برخوردار است. در مقایسهی زانوی سالم و آرتروزی، مشاهده شده است که لزوما نیروی تماس در	
بيماران آرتروزي افزايش نيافته بلكه كاهش ضخامت غضروف موجب پيدايش تماس استخوان-استخوان	
در فرایند گامبرداری میشود. میزان پیک عمق نفوذ در زانوی سالم ۷۰۵/۰ میلیمتر بوده در حالی که	
این میزان برای زانوی ۷۵٪ آرتروزی حدود ۲۸٪ کاهش یافته است. این روش پیشنهادی با محاسبات	
نسبتا سریع و دقیق، ابزار مناسبی در تحلیل و کنترل مکانیسمهای اسکلت خارجی میباشد.	

*نویسندهی مسئول			
نشانی	دانشکدهی مهندسی مکانیک و مکاترونیک، د	دانشگاه صنعن	ني شاهرود، شاهرود، ايران
کد پستی	8619990161	تلفن	+9 <i>\</i> _77 <u>~</u> 7777777
پست الكترونيك	bamdad@shahroodut.ac.ir	دورنگار	+9 \ -7٣-٣٢٣٩٢٢• ۴

Copyright © 2022 by ISBME, http://www.ijbme.org - All rights reserved

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License

۱– مقدمه

طرح رویکردهای نوین در درمان اختلالات سیستم عضالنی اسکلتی در دو دههی اخیر نشان میدهد که هنگام ارزیابی آسیب مفصلی زانو آگاهی از آناتومی و عمل کرد ساختارهای آسیب دیدهی مفصل مهم است [۱]. این امر توجه کلینیسینها را بیش از گذشته به شناخت هر چه بیش تر این مشخصات جهت احیای مکانیک طبیعی مفاصل به عنوان جز اساسی درمان در بیماریهای مفصلی معطوف کرده است [۲، ۳]. مطالعات بسیاری نشان دادهاند که آسیبها و بیماریهای مفصلی سبب تغییر سینماتیک مفصل می شوند [۴، ۵]. یکی از این بیماری ها باریک شدن فضای مفاصل بوده که یک پدیدهی چندعاملی است و می تواند در اثر آرتروز (شایعترین اختلال مفصل تیبیوفمورال) باشد [۶]. رشد آرتروز زانو^۲ بیشتر در کمپارتمان داخلی رخ میدهد و این مساله به واسطهی از بین رفتن بافت نرم در اثر بارگذاری بیشتر در این ناحیه است [۷]. بنابراین بازگرداندن تحرک و احیای شخص بیمار هر چند محدودتر از حالت طبیعی از اهمیت ویژهای برخوردار است. بریسهای والگوس، عصا، کفی کفش و اصلاح راه رفتن [۸] از جمله تکنیکهای غیرتهاجمی كاهش نيروى تماس داخلى مفصل تيبيوفمورال مىباشند. همچنین عوامل بیومکانیکی مانند نقطهی تماس، نیروی تماس تيبيا-فمور و دامنهی حرکت از مسائل مهم و رايج در مطالعه و فرایند باربرداری آرتروز زانو می باشند [۱۱، ۱۰] که درک درست این عوامل به مدلسازی دقیق این مفصل نیازمند است.

به طور کلی دو روش اجزای محدود (دقت بالا) و روش سیستمهای چندعضوی (زمان محاسبات کمتر) برای مدلسازی مفاصل طبیعی و مصنوعی مربوط به بدن انسان به عنوان یک سیستم بیومکانیکی وجود دارد. از مدلهای اجزای محدود در مواردی که به ساختار محلی جابهجایی جهت توصیف نیاز است استفاده شده [۹] اما از مدلهای چندعضوی معمولا در مواردی که شامل حرکتهای بزرگ و تعامل پیچیده با محیط اطراف است بهره گرفته می شود [۱۰، ۱۲، ۱۳].

تقاضا و علاقهی محققان در توسعهی مدلهای ریاضیاتی مفصل زانو جهت مطالعهی رفتار دینامیکی سیستمهای بیومکانیکی عمدتا در حوزهی تاثیر تماسهای مفصلی بر رفتار و پاسخ دینامیکی این سیستمها میباشد که این مقاله بر اساس پاسخ به این نیازها تنظیم شده و یک روش کلی برای تحلیل تماس در این تحقیق پیشنهاد شده است.

در دهههای اخیر تعداد زیادی از کارهای تئوری و آزمایشگاهی جهت شبیهسازی مفصل زانو انجام شده است. بعضی از مطالعات

ابتدایی این حوزه با فرض صلبیت اعضای تماسی [۱۴–۱۶] به تحلیل زانو پرداخته و سپس با تعریف دقیق تر سطوح تماسی در دو بعد و سه بعد دقت مدلسازی را ارتقا دادند [۱۷–۱۹]. یکی از اولین مدلهای تماسی، مدل تماس هرتز [۲۰] است که محققان در مسائل مختلف تماس از آن استفاده کردهاند. از این رو کارهای ابتدایی در مدلسازی زانو نیز جهت مدلسازی یک تماس الاستیک از آن بهره بردهاند [۱۹، ۲۱].

پژوهش های بعدی در این زمینه با به کارگیری مدل در فرایند راه رفتن به ارائهی مدل سهبعدی زانو به همراه تماس الاستیک و میرا در این حوزه پرداختهاند [۲۲]. در سال های اخیر توجه به چالش بارگذاری واقعی موجب پیدایش مطالعاتی بر اساس ترکیب مدل های اسکلتی عضلانی با مدل های هندسی دقیق تر زانو با استفاده از تصاویر امآرآی شده است [۳۲، ۲۴]. با این حال در فرایند بهره گیری از مدل بیومکانیکی و در طراحی باربرداری در آرتروز زانو، با وجود دقت بالای مدل های سهبعدی فوق، هزینه ی محاسباتی بالا مانع بزرگی بوده که ممکن است به کارگیری مناسب محدود کند. بنابراین بخشی از مطالعات این حوزه با تمرکز بر مشخصات حرکت در فرایند گامبرداری، تحلیل رفتار زانو با مدل تماسی را در دو بعد ارائه کردهاند [۳۰ محا–۲۵].

در این مقاله با توسعهی مدل دوبعدی [۱۰] و تحلیل آن تحت بارگذاری سیستم اسکلتی عضلانی، یک مدل دوبعدی چندعضوی دینامیکی برای زانو پیشنهاد شده است. این مدل شامل تیبیای ثابت و فمور متحرک است. حرکت نسبی بین فمور و تیبیا بر اساس نیروهای سطوح تماسی مدل شده است. تماس بر اساس مدل کلوین-ویت در نظر گرفته شده و هندسهی سطوح تماس با استفاده از عکسهای امآرآی از زانوی طبیعی بدون جراحت و با استفاده از تابع اسپلاین استخراج شده است. این پژوهش با هدف ارائهی یک مدل ریاضیاتی برای تماس بین صفحات با اشکال هندسی مختلف (محدب و صاف) و چند زیرلایهی تماسی با دیدگاه دینامیک چندعضوی انجام شده است. در این مقاله جهت تعیین نقاط و نیروی تماس و عمق نفوذ، یک راهبرد نوین به همراه یک مدل توسعه یافته برای تماس ويسكوالاستيك در مفصل زانو ارائه شده است. اين مدل قابليت پیشبینی حرکتها و نیروهای تماسی غیرطبیعی زانو که در اثر آسیب دیدگی به وجود می آید را دارد. از این رو نوآوری این مقاله، ارائه و بررسی یک مدل جدید زانو برای پیشبینی همزمان عمق نفوذ غضروف و نیروی تماس تیبیوفمورال سمت داخلی زانو حتی برای بیمار آرتروز زانو در چرخهی گامبرداری است.

^r Osteoarthritis

[\] Tibiofemoral

ě,

۲- مواد و روشها

روش انجام تحقیق در پژوهش حاضر نیازمند توصیف دقیق مدل ریاضیاتی زانو بوده که این مدل شامل شش بخش بیان هندسی سطوح تماسی، فرمول بندی تعیین تصادم، مدل زانوی مقید، مدل سازی نیروی تماسی، مدل اسکلتی عضلانی و تحلیل دینامیک مستقیم زانو است.

۲-۱- مدل ریاضیاتی زانو

تحلیل دینامیکی حرکت بدن انسان و عکسالعملهای ساختار اسکلتی عضالنی، رفتار مکانیکی این سیستمها را پیشبینی میکند. مطالعات بیومکانیکی این حرکتها به واسطهی پیچیدگی و غیرخطی بودن معادلات، نیازمند روشهای محاسباتی و حل معادلات غیرخطی است [۱۰]. در این بخش معادلات حرکت سیستمهای چندعضوی با روش نیوتن اویلر^۱ استخراج شده است. بدون تردید رویکرد سیستمهای چندعضوی، موثرترین روش برای تحلیل دینامیکی حرکتهای بزرگ سیستمهای بیومکانیکی است اما مسالهی مدلسازی و تعیین تصادم و محاسبهی مقدار نیروی تماس می باشد. ضمنا تعیین تصادم در مدلسازی تماس از این جهت که چه زمانی، کجا و چه نقطهای در تماس قرار دارد بسیار حائز اهمیت است.

۲-۱-۱- بیان هندسی سطوح تماسی

با توسعهی مدل دینامیکی زانو که تحلیل عملکرد تماس در زانو را میسر میکند، تعریف دقیق و درست سطوح تماسی تیبیا–فمور، ضروری و اجتنابناپذیر است. لذا از امآرآی^۲ زانو

برای به دست آوردن این مشخصات استفاده می شود. بر این اساس به کمک تصاویر ام آرآی، دو دسته نقاط برای توصیف مشخصات سطوح تیبیا – فمور در نظر گرفته شده است. جهت توصیف ریاضیاتی نمای کلی هندسی عضوها از برازش منحنی^۳ بر اساس درونیابی استفاده شده است. روشهای درونیابی بر اساس درونیابی استفاده شده است. روشهای درونیابی متعددی وجود دارد که از آن جمله می توان به درونیابی لاگرانژ و هرمیت اشاره کرد [۳۰]. اما به دلیل ناپیوستگیها، محاسبات دشوار و عدم تطبیق یافتن روش با اضافه شدن نقاط، این روشها برای مسالهی حاضر مناسب نیستند.

در نتیجه در این مقاله از تابع درونیابی اسپلاین درجهی سه با توجه به پیوستگی و هموار بودن نقاط اتصال زیر منحنیهای جزئی استفاده شده است. تابع درونیابی اسپلاین درجهی سه بر سه محور زیر تکیه دارد.

۱- منحنی هر قطعه درجهی سه است که ضرایب آن در هر
 فاصلهی (x_i,x_{i+1}) متفاوت می باشد.

۲- منحنی از نقاط داده شده عبور میکند.

۳- مشتق اول و دوم در ندهای x باید پیوسته باشد. شکل (۱) با استخراج مدل سهبعدی از غضروفهای تیبیا-فمور به کمک تصاویر دایکام به دست آمده است. به این ترتیب پس از استخراج مدل سهبعدی از میمیکس⁴، با نرمافزار تریمتیک^۵ مختصات دقیق نقاطی که سطوح درگیر را تعریف میکنند استخراج شده است. تصاویر امآرآی از سیستم امآرآی بالینی استخراج شده است. تصاویر امآرآی از سیستم امآرآی بالینی الهام از مکان نقاط تماس گزارش شده، از تصاویر سیتی در مقالهی [۳۲] به دست آمده است. سپس استخراج معادلهی سطح و باقی مراحل تحلیل در نرمافزار متلب⁹انجام شده است.



- [\]Newton-Euler
- ^v Magnetic Resonance Imaging
- ^v Curve Fitting

- * MIMICS
- ^a 3-MATIC
- ' MATLAB

۲-۱-۲- فرمولبندی تعیین تصادم

در این بخش سینماتیک تعمیم یافته ی تماس بین دو جسم مسطح با سطوحی که منحنی آنها در بخش قبل تعریف شده و در معرض تماس خارج از مرکز مایل قرار دارند، بررسی شده است. همان طور که در شکل (۲) مشاهده می شود دو جسم محدب با سرعت مطلق $\dot{r} e' \dot{r}$ و نقاط پتانسیل تماس P و 'P نشان داده شده است. محاسبات سینماتیکی شامل سه کمیت اساسی است که با عناوین مکان نقاط پتاسیل تماس، فاصله ی اقلیدسی آنها و سرعت نرمال نسبی شناخته می شوند [۳۳]. مقادیر مثبت و منفی این شاخصها نشان دهنده ی حالتهای بدون تصادم (پرواز آزاد) و تماس مربوطه بوده که این دو سناریوی تصادم در شکل (۲) نشان داده شده است. هم چنین مقدار مثبت سرعت نرمال نسبی (سرعت نفوذ) نشان گر این



فرایند تعیین تصادم نیازمند تعریف بردارها و روابط سینماتیکی حاکم بر آنها است. از این رو برداری که دو نقطهی پتانسیل تماس P و 'P را به هم وصل میکند به صورت زیر است.

$$d = r_{p'} - r_p \tag{1}$$

برای بردار $r_{P'}$ در سیستم مختصات اصلی رابطه ی زیر برقرار است.

$$r_{p'} = r_{o'} + A_k r'_{p'} \tag{(Y)}$$

در این رابطه A_k ماتریس دوران و r'P یک بردار در سیستم مختصات محلی است. همچنین بردار نرمال صفحهی تماس (n) در شکل (۲) نشان داده شده است. بزرگی بردار d عمق نفوذ غضروف است و به صورت زیر محاسبه می شود.

$$|d| = \delta = n^T d \tag{(7)}$$

بردارهای واحد نرمال و مماسی بر اساس صفحهی تماس به صورت زیر هستند.

$$\begin{cases} n = \cos \alpha \,\vec{i} + \sin \alpha \,\vec{j} \\ t = -\sin \alpha \,\vec{i} + \cos \alpha \,\vec{j} \end{cases}$$
(°)

در این رابطه α جهت عمق نفوذ غضروف با بزرگی δ است. بنابراین برای استخراج حداکثر عمق نفوذ توسط رابطهی تعیین تصادم، سه شرط هندسی را میتوان به صورت زیر تعریف کرد. 1- فاصلهی بین نقاط پتانسیل تماس تعریف شده توسط بردار b باید برابر با حداقل فاصله باشد 7- بردار n باید با بردار b موازی باشد ۳- بردارهای n و 'n در نقاط پتانسیل تماس باید موازی باشند. شرطهای ۲ و ۳ را میتوان در قالب ضرب خارجی بیان کرد.

$$\begin{cases} n \times n' = 0\\ d \times n = 0 \end{cases}$$
 (Δ)

علاوه بر این شرط 0≥d^Tn نیز برای وقوع تماس باید برآورده شود. همچنین برای سرعت نرمال و مماسی نفوذ روابط زیر برقرار است.

$$v_N = \dot{\delta} = n^T (\dot{r}_{p'} - \dot{r}_p)$$

$$v_T = t^T (\dot{r}_{p'} - \dot{r}_p)$$
(۶)

اگر چه این روش از نظر محاسباتی کارآمد به نظر میرسد اما محدود به منحنیهای محدب یا مسطح با سطوح صاف است. همچنین این روش برای اکثر حالتهای هندسی با سطوح دارای مماس واحد، قابل گسترش است [۱۰].

۲-۱-۳- مدل زانوی مقید

دو مدل کره-صفحه و منحنی برازش شده-صفحه در شکل (۳) نشان داده شده است. به عبارت دیگر شماتیک مسیر استخراج منحنی کندیل داخلی فمور و مقایسه یآن با کره رسم شده است. مدلهای ریاضیاتی مختلفی از جمله مدل مفصل دورانی و کروی [۳۴، ۳۵] برای زانو در نظر گرفته شده است اما مدلی که منحنیهای تماسی را به طور دقیق تعریف کند زمان محاسبات بالایی دارد. با توجه به این که سطح تیبیا در پژوهشهای زیادی [۳7] به صورت صفحه در نظر گرفته شده، در این مقاله با حفظ شکل دقیق منحنی سطح فمور، تیبیا به صورت صفحه در نظر گرفته شده است تا از این طریق و با حل سریعتر معادلات تعیین تصادم (بخش بعد)، مدل جهت عکس العمل های سریع به شیوه ای موثر به کار گرفته شود.



شکل (۳)– مدل دوبعدی زانو با تصویر MRI [۱۰] (در صفحهی ساجیتال) و مدل بیولوژیک زانو بیان کنندهی هندسهی مدل کروی و مدل توسعه یافتهی سطوح منحنی فمور بر اساس تعریف زاویهی خم شدن زانو و نقطهی مرجع

> بنابراین با توجه به دستهی نقاط تعریف کنندهی سطح فمور $\vec{p} = \begin{bmatrix} x_p, y_p, z_p \end{bmatrix}^T$ و بردار نرمال $m = \infty$ برای سطح صاف تیبیا، رابطهی (۵) به صورت زیر برای نقطهی تماس Pc بازنویسی شده است.

$$\begin{cases} for \ p_c \to n \parallel n' \parallel y \ , \ t \parallel t' \parallel x \\ for \ p_c \to n \parallel n' \parallel d \end{cases}$$
(Y)

در این رابطه x و y محورهای دستگاه مختصات در صفحهی ساجیتال میباشند. این رویکرد جدید به شکل عمومی نیز در مسائل فیزیکی برای اکثر حالتهای هندسی با مسالهی تماس صفحه-منحنی قابل گسترش است.

۲-۱-۴ مدلسازی نیروی تماسی

برای مدلسازی همزمان تماس غضروف-غضروف و تماس استخوان-استخوان، با استفاده از مفهوم مدلسازی تماس دولایهی الاستیک خالص [۱۳]، مدل تماس دولایهی ویسکوالاستیک برای اولین بار ارائه شده است. بنابراین در سناریوی نیروی تماس دولایه، مجموع نیروهای تماس در هر لایه به صورت زیر به دست آمده است.

$$F_{TN} = \begin{cases} F_{1p}^n & if \ \delta \leq h_{s_1} \\ F_{1p}^{n \max} + F_{2p}^n & if \ \delta > h_{s_1} \end{cases} \tag{A}$$

 $F_{1p}^{n\,max}$ و F_{1p}^{n} و نیروی تماس نرمال و F_{1p}^{n} و F_{1p}^{n} و F_{1p}^{n} در این رابطه یا تماس ناشی از عمق نفوذ لایه اول هستند که برای $F_{1p}^{n\,max}$ میزان نیرو مرتبط با زمانی است که عمق نفوذ غضروف از میزان بحرانی خود (ضخامت غضروف آسیب دیده در زانوی بیمار) عبور می کند. نیروی F_{2p}^{n} نیروی تماس ناشی از عمق نفوذ

¹ OPENSIM (V. 3.3)

لایهی دوم است. با در نظر گرفتن ویسکوزیته، مدل پیشنهادی بر اساس مفهوم مدلسازی تماس دولایهی ویسکوالاستیک را میتوان به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$F_{TN} = \begin{cases} K_1 \delta^n + C \dot{\delta} & \text{if } \delta \le h_{s_1} \\ K_1 h_{s_1}^n + K_2 (\delta - h_{s_1})^n + C \dot{\delta} & \text{if } \delta > h_{s_1} \end{cases}$$
(9)

در این رابطه K₁ و K₂ سختی کلی لایهی اول و دوم، C میرایی معادل دو لایه و h_{s1} عمق نفوذ بحرانی (ضخامت غضروف) است. لایههای تماسی تعریف شده در شکل (۴) نشان داده شده است.



۲-۱-۵ مدل اسکلتی عضلانی

درک اثر پارامترهای مدل تماسی بر عمل کرد زانو، و استخراج یک نتیجهی واقعی از عمل کرد طبیعی و سالم زانو نیازمند تعریف بارگذاری و قیود حرکتی مناسب است. بنابراین مدل اسکلتی عضلانی اتخاذ شده در اپن سیم^۱، برای مدلسازی حرکت و پیشبینی نیروهای تماس FT در زانو برای یک چرخهی کامل گامبرداری مورد استفاده قرار گرفته است [۳۷]. مدل 2542 [۳۸] به عنوان یک مدل اسکلتی عضلانی با ۲۲ درجهی آزادی از ۵۴ جفت عضله-تاندون و ۱۷ محرک گشتاور برای شبیهسازی استفاده می کند. در شکل(۵) مراحل مختلف ۱۳۸

تحلیل در این سیم نشان داده شده که برای محاسبهی نیروهای عکسالعمل زانو انجام شده است. این مراحل به ترتیب شامل مقیاس بندی مدل کلی^۱، سینماتیک معکوس^۲، دینامیک معکوس^۲، الگوریتم کاهش باقی مانده^۴، کنترل عضلات محاسبه شده^۵ و تحلیل نیروی واکنش مفصل^۶ است. نتایج این تحلیل در نرمافزار این سیم در شکل (۵) نشان داده شده است.

در ابتدا مدل اسکلتی عضاانی برای مطابقت با آنتروپومتری کیس مورد بررسی مقیاسبندی شده و سپس زوایای مفصلی با استفاده از ابزار سینماتیک معکوس IK محاسبه شده است. پس از آن ابزار الگوریتم کاهش باقیماندهی RRA برای کاهش نیروهای باقیماندهی ناشی از اختلاف اندک بین دادههای صفحهی نیرو، دادههای نشان گر و مدل اسکلتی عضلانی مورد استفاده قرار گرفته است. با استفاده از ابزار کنترل عضلانی محاسبه شدهی CMC، شبیهسازی عضلانی انجام شده است. از هر دو خروجی IK و RRA می توان به عنوان ورودی های CMC استفاده کرد اما با توجه به حل RRA از این خروجی به عنوان ورودی موثر در CMC استفاده شده است. در نهایت با توجه به تحلیلهای انجام شده با ابزارهای مذکور، با ابزار تحلیل Analyze نيروهاي عكس العمل مفصل استخراج شده است. بارگذاری و شرایط اولیهی مدل چندعضوی که از مدل اسکلتی عضلانی به دست آمده شامل زاویهی خم شدن زانو و نیروهای عبوری از مفصل زانو است. نیروی عکس العمل مفصل شامل نیروهای اینرسی ناشی از شتابها، نیروهای عضلانی و نیروهای خارجی (عکسالعمل زمین) است [۲۴]. بر این اساس نیروی خارجی (شامل نیروهای عضلانی) تعریف شده در مدل (رابطهی ۱۰) از تحلیل در این سیم استخراج شده و به نقطهی مرجع مدل چندعضوی زانو اعمال شده است.

۲-۱-۶- تحلیل دینامیک مستقیم زانو

در این مقاله حرکت در صفحهی ساجیتال با مختصات (X, Y) تعریف شده است. در شکل (۴) پارامترهای مورد نیاز برای تشکیل معادلهی حرکت به همراه لایههای تماسی تعریف شده نشان داده شده است. پس از استفاده از روابط (۸) و (۹) معادلهی حرکت مفصل تیبیوفمورال را میتوان بر اساس قانون دوم نیوتن به صورت زیر به دست آورد.

 $M\ddot{Y} = F_{ext} + F_{TN} \tag{(1)}$

* Residual Reduction Algorithm

در این رابطه M جرم استخوان ران، \dot{Y} بردار شتاب انتقالی نقطهی مرجع فمور، F_{TN} نیروهای خارجی (بخش P_{-1}) و F_{TN} کل نیروی تماس نرمال (رابطهی ۹) است. با استفاده از روابط بالا، مدل سازی دینامیک مستقیم برای استخوان ران ارائه شده است تا آزادانه با سه درجهی آزادی حرکت انتقالی و دورانی داشته باشد. با این حال دو درجهی آزادی سیستم به عنوان زاویهی خمش-کشش و حرکت قدامی-خلفی به هم مرتبط شده است.

بدین ترتیب دو پارامتر مرتبط شده، به کمک آنالیز سینماتیک معکوس اپن سیم^۷ (زاویهی خمش^۸) و تصویر دینامیکی امآرآی زانو (حرکت قدامی-خلفی^۹) تعریف شده است [۲۳]. یک مدل زانو با استخوان ران متحرک و ساق ثابت با مدلسازی دوبعدی در صفحهی ساجیتال در شکل (۴) نشان داده شده است. بر اساس مطالعات انجام شده، رابطهی (۱۰) اولین معادلهای است که میتواند نیروهای عکسالعمل مفصل را به عمق نفوذ غضروفها و استخوانها مرتبط کند. کاهش این پارامتر به شکل موثری میتواند جایگزین کاهش نیروی تماسی و گشتاور ادداکشن برای احساس درد در بیماران آرتروز زانو باشد.

۳- یافتهها و بحث

در این بخش شبیه سازی عددی مدل دوبعدی کره-صفحه و مدل منحنی برازش شده-صفحه برای مفصل زانو انجام شده است. در فاز مطالعاتی آسیب شناسی زانو نیز مقایسه ی نتایج آرتروز زانو (آرتروز ۲۵٪ [۱۰]) با زانوی طبیعی ارائه شده است. برای محاسبه ی نیروی تماس از مدل تماس کلوین ویت استفاده شده است. سفتی تماس تعمیم یافته برابر ۳۲۶۰۵۱۳ نیوتن بر شده است. سفتی تماس تعمیم یافته برابر ۳۲۶۰۵۱۳ نیوتن بر برابر ۲۴ مگاپاسکال و نسبت پواسون برابر ۸۸/۰ در نظر گرفته شده در حالی که برای مدل مورد مطالعه، جرم استخوان ران برابر ۳ کیلوگرم بوده که با قد ۱/۸ متر و وزن ۷۶ کیلوگرم مرتبط است [۱۰]. در این بخش شرایط اولیه از حل استاتیکی نیروهای وارد شده به استخوان تیبیا به دست آمده است. مطابق شکل (۴) موقعیت اولیه ی نقطه ی مرجع در استخوان ران نسبت به استخوان ساق (م. است.

این بخش شامل سه قسمت اصلی بوده که ابتدا دینامیک زانو با استفاده از بارگذاری طبیعی به دست آمده از مرحلهی اپن سیم به کمک مدل توسعه یافته شبیهسازی شده است. در ادامه تحلیل یک زانوی درگیر با آرتروز برای جلوگیری از عمق نفوذ

^{&#}x27; Generic Model Scaling

^r Inverse Kinematics (IK)

^{*} Inverse Dynamics (ID)

^a Computed Muscle Control (CMC)

⁵ Joint Reaction Force (JRF)

^v OPENSIM

[^] Flexion

¹ Anterior-Posterior

بحرانی غضروف، مرتبط با شدت آسیب ارائه شده است. در انتها نتایج حاصل از شبیهسازی مورد بحث قرار گرفته است.

۳-۱- چارچوب سیستم محاسباتی

فرایند مدلسازی به صورت شماتیک در شکل (۵) نشان داده شده است. بر اساس این گردش کار جدید، هندسهی کندیلهای تیبیا-فمور با روش برازش منحنی تعریف شده و نیروی عکسالعل مفصل از اپن سیم استخراج شده است. هندسهی تماس تیبیوفمورال و نیروی واکنش مفصل مرتبط با

زاویهی فلکشن و حرکت قدامی-خلفی، دادههای ورودی مدل دینامیکی جدید زانو است. معادلات حرکت به طور اختصاصی در بخش ۲-۱-۶ توضیح داده شده است. مدل دینامیکی شامل نیروهای خارجی (Fext)، بخشی از نیروی عکسالعمل مفصل، استخراج شده از اپن سیم در شکل (۵) بوده که به سمت داخلی زانو وارد شده و نیروی تماس تیبیا-فمور (FT) همان نیروی بین دو سطح در حال تماس است. در این مقاله روی تماس قسمت داخلی مفصل تیبیافمورال تمرکز شده زیرا نیروی تماس در این ناحیه به طور قابل توجهی بالاتر از قسمت جانبی است.



به همین دلیل آرتروز زانو در ناحیهی داخلی شایعترین نوع آرتروز بوده [۳۹] و در واقع میتوان گفت که آرتروز داخلی شایعتر از آرتروز جانبی است [۴۰، ۴۰].

در این مقاله برای اولین بار عمق نفوذ غضروف تیبیا-فمور در چرخهی راه رفتن گزارش شده است. به عنوان خروجی چارچوب نوین نشان داده شده در شکل (۵)، هدف، تعیین نیروی تماس (F_{TN})، عمق نفوذ غضروف (۵) (رابطهی ۹) و جابهجایی مرکز جرم استخوان ران در امتداد محور y است. نتایج این بخش از حل معادلات حرکت (رابطهی ۱۰) توسط تابع ODE در متلب به دست آمده است.

نیروی تماس زانو (F_{TN}) برای مدل منحنی برازش شده-صفحه و کره-صفحه در شکل (۶) نشان داده شده که این مدلها به طور مشخص در بخش ۲-۱-۳ توضیح داده شده است. همچنین در این شکل نتایج حاصل از مدلسازی در این مقاله با کارهای گذشته مقایسه شده است. عمق نفوذ غضروف در فرایند گامبرداری در شکل (۷) نشان داده شده است. نقطهی تماس مفصل تیبیوفمورال نیز در شکل (۸) گزارش شده است. برای

نیروی تماس، مدل تماس کلوین ویت اتخاذ شده است [۴۲]. مدلهای مبتنی بر هرتز، رفتار مواد نرم را ضعیف توصیف می کنند لذا از مدلهای مبتنی بر مدل کلوین ویت برای شبیه سازی تماس غضروف استفاده شده است. توضیحات مفهوم این بخش در شکلهای (۷) و (۸) قابل مشاهده بوده که در آن نقاط تماس و عمق نفوذ غضروف مرتبط با مراحل چرخه ی گامبرداری، با استفاده از مدل جدید زانو گزارش شده است.

۲-۳- آسیبشناسی زانو

در این بخش نتایج برای زانو با ۲۵٪ آرتروز به دست آمده و با نتایج زانوی سالم مقایسه شده است. در نمودارهای زیر کم شدن دامنه ی حرکتی فمور ناشی از افزایش سفتی و برخورد استخوان –استخوان در زانو است. نتایج بر حسب نیروی تماس خالص (F_{TN}) و عمق نفوذ غضروف (δ) در شکل (۹) نشان داده شده است. در حالی که عمق نفوذ بحرانی برابر با میزان ضخامت غضروف (۵/۰ میلی متر) در بیمار آرتروز زانو است، حداکثر عمق نفوذ تماس استخوان –استخوان برابر ۲۱ ۰/۰۲۰ میلی متر می باشد.



شکل (۶) – مقایسهی نیروی تماسی مفصل داخلی زانو با استفاده از روش برازش منحنی حفظ شکل برای منحنی تماسی فمور با مدل کروی فمور و اعتبارسنجی با مقالات گذشته



شکل (۷) – مقایسه یعمق نفوذ مفصل داخلی زانو با استفاده از روش برازش منحنی برای منحنی تماسی فمور با مدل کروی فمور



[\] Flexion Angle

- " First Peak
- * Second Peak
- ^a Anterior-Posterior

۲ Heel Strike (HS)



۳-۳- بحث

در پژوهشهای گذشته که در آنها گامبرداری در مدل سالم بررسی شده، پیک اول و دوم نیروی تماس داخلی (FTN) به صورت دقیقی گزارش نشده است [۳۲، ۴۳، ۴۴]. میانگین پیک اول نیروی تماس داخلی حدود ۱/۸ تا ۲ برابر وزن مدل و میانگین پیک دوم نیروی تماس داخلی (F_{TN}) حدود ۲ تا ۲/۶ برابر وزن مدل در این پژوهشها بوده است. بر این اساس در شکل (۶) مقادیر پیک اول و دوم نیروی تماس داخلی (F_{TN}) برای پژوهش حاضر برابر ۱/۸۳ و ۲/۲۴ است که مطابقت خوبی با مقالات منتشر شده دارد. در حالی که مدل مقالهی حاضر مینیسک را مانند مقالات [۲۳، ۴۵، ۴۶] حذف می کند اما عمق نفوذ غضروف را به طور دقیق پیشبینی می کند. همان طور که در مقالات [٢٣] و [٣۵] مشاهده می شود، حذف مینیسک خطای قابل توجهی در محاسبهی نیروی تماس داخلی مفصل تيبيوفمورال ايجاد نمى كند. بنابراين هر چند بهتر است مینیسک در نظر گرفته شود اما با توجه به پیچیدگی محاسبات و تمرکز بر عملکرد غضروفها، از مدلسازی مینیسک مشابه مطالعات [٢٣، ۴۵، ۴۶] صرف نظر شده است.

با اذعان به اهمیت قابل توجه نقاط تماس در تیبیا، نقاط تماس و بردارهای نیروی تماس (F_{TN}) در سطح تیبیا در سراسر صفحهی ساجیتال در شکل (۸) نشان داده شده است. شکلهای (۶)، (۷) و (۸) تفاوت بین دو مدل زانو را نشان میدهند. مطابق شکل (۷) عمق نفوذ غضروف δ برای مدل منحنی برازش شده، کمتر از مدل کروی است که این تاثیر هندسهی سطح تماسی بر میزان عمق نفوذ را نشان میدهد.

آرتروز را میتوان به صورت از دست رفتن ضخامت غضروف ناشی از بارگذاری مکانیکی تعریف کرد که با کاهش حجم و ضخامت غضروف مشخص شده و در نهایت میتواند منجر به نمایان شدن استخوان زیرین شود [۲۷]. به منظور مطالعات آسیبشناسی زانو، عمق نفوذ بحرانی غضروف (h_{s_1}) برای زانویی که با ۲۵٪ آرتروز درگیر شده برابر با ۲۵ میلیمتر در نظر گرفته شده است. شکل (۹–ب) بازهی حرکتی محدود استخوان ران را به دلیل افزایش سفتی و تماس استخوان به استخوان در آرتروز زانو نشان میدهد. میزان ۲۸۴ میلیمتر از عمق نفوذ زانو نسبت به زانوی سالم کم شده و این به معنای کاهش ۲۶ درصدی بازهی حرکت در جهت محوری (۷) است.

به طور کلی عمق نفوذ غضروف زمانی را که درد در زانوی آرتروزی رخ می دهد به بهترین شکل نشان می دهد. در واقع این عمق نفوذ غضروف است که در بیماری آرتروز زانو نیاز به توجه بیش تر دارد و بنابراین باید از عمق نفوذ بحرانی غضروف اجتناب شود. بر این اساس نوآوری این مطالعه، توانایی در نظر گرفتن این موضوع و توسعهی راه حلهای خلاقانه در مسائل مبتنی بر ترکیب منطقی یافتهها همراه با فرمول بندی عمیق تر می باشد.

۴- نتیجهگیری

در این مقاله یک مدل دوبعدی زانو برای انجام تحلیلهای دینامیک مستقیم مورد بررسی قرار گرفته است. نیروی تماسی روی سطح تیبیا با استفاده از تصاویر امآرآی زانو برای تعریف هندسهی تماس گزارش شده است. با توجه به حساسیت نواحی تماس در بیماران درگیر با آرتروز، شبیهسازی با تمرکز بر بردار

¹ Bone-Bone Penetration Depth

8- مراجع

- J. S. Hoo, G. D'Onofrio, and G. Figueroa, "Knee Dislocations and Fractures," Clinical Guide to Musculoskeletal Medicine, pp. 451-457: Springer, 2022.
- [2] S. M. Ayati Najafabadi, A. Hashemi Oskouei, and S. M. Rafiaei, "Using changes in the center of mass to measure the balance in people with different leg lengths when climbing stairs," Iranian Journal of Biomedical Engineering, vol. 15, no. 2, pp. 131-140, 2021.
- [3] A. R. Budarick, B. E. MacKeil, S. Fitzgerald et al., "Design evaluation of a novel Multicompartment unloader knee brace," Journal of Biomechanical Engineering, vol. 142, no. 1, 2020.
- [4] N. A. Segal, "Bracing and orthoses: a review of efficacy and mechanical effects for tibiofemoral osteoarthritis," PM&R, vol. 4, no. 5, pp. S89-S96, 2012.
- [5] J. A. Block, and N. Shakoor, "Lower limb osteoarthritis: biomechanical alterations and implications for therapy," Current opinion in rheumatology, vol. 22, no. 5, pp. 544-550, 2010.
- [6] T. Miyazaki, M. Wada, H. Kawahara et al., "Dynamic load at baseline can predict radiographic disease progression in medial compartment knee osteoarthritis," Annals of the rheumatic diseases, vol. 61, no. 7, pp. 617-622, 2002.
- [7] F. Johnson, P. Scarrow, and W. Waugh, "Assessments of loads in the knee joint," Medical and Biological Engineering and Computing, vol. 19, no. 2, pp. 237-243, 1981.
- [8] M. Salehi Amini, S. Kazemirad, S. Mohammadi et al., "Design, Analysis and Function Simulation of a Simple and Effective Driving Mechanism for Gait Trainer," Iranian Journal of Biomedical Engineering, vol. 7, no. 2, pp. 121-132, 2013.
- [9] M. Bahraminasab, "Effect of Femoral Component Interface Design on Biomechanical Performance of Knee Prosthesis," Iranian Journal of Biomedical Engineering, vol. 10, no. 1, pp. 25-40, 2016.
- [10] M. M. F. Machado, "A multibody approach to the contact dynamics: a knee joint application," 2013.
- [11] F. Martínez-Solís, A. Claudio-Sánchez, J. M. Rodríguez-Lelis et al., "A portable system with sample rate of 250 Hz for characterization of knee and hip angles in the sagittal plane during gait," BioMedical Engineering OnLine, vol. 13, no. 1, pp. 1-21, 2014.
- [12] M. Machado, P. Flores, J. Claro et al., "Development of a planar multibody model of the human knee joint," Nonlinear Dynamics, vol. 60, no. 3, pp. 459-478, 2010.

عمق نفوذ غضروف، تماسهای غضروف-غضروف و تماسهای استخوان-استخوان انجام شده است. اگر چه میتوان از مدل برای درک توزیع بار در موارد آسیبشناسی متعدد هنگام فعالیتهای مختلف استفاده کرد و این پارامتر توسط محققان همواره مورد برررسی بوده، اما عمق نفوذ برای مسالهی تماس دو سطح با منحنی دل خواه ارائه شده است، چرا که این پارامتر برای احساس درد در بیماران میتواند جایگزین مناسبتری نسبت به نیروی تماس در بیماران آرتروز زانو باشد.

همچنین یک گردش کار جدید برای مدلسازی چندعضوی مفصل زانو با استفاده از مدل اسکلتی عضلانی جهت ارزیابی دینامیک مفصل زانو ارائه شده است. مدل زانوی توسعه یافته با مدل کره-صفحه در بارگذاری و شرایط اولیهی به دست آمده از نقاط تماس و پیک عمق نفوذ بین نتایج مدل توسعه یافته و مدل کره-صفحه در نمودارهای رفتار دینامیکی ارائه شده است. با این حال تفاوت اندکی در نمودار نیروی تماس مشاهده شده است. به عنوان یک نتیجه گیری میتوان گفت بیش ترین تفاوت میزان عمق نفوذ بین دو مدل حدود ۱۲٪ در پیک دوم بوده و نقاط تماس حداکثر حدود ۱/۵ میلیمتر در جهت قدامی-خلفی به سمت مثبت محور x (خلفی) تغییر کرده است.

در مدل پیشنهادی محدودیتهایی از جمله در نظر گرفتن مینیسک و مایع سینوویال وجود دارد که مدلسازی این موارد میزان خطا در محاسبهی نیروی تماسی مفصل تیبیوفمورال را کاهش میدهد. البته امکان توسعهی مدل از این جهت وجود دارد، هر چند سرعت عکسالعمل و هزینهی محاسباتی یک نقش کلیدی است. همچنین شبیهسازی درجات آزادی دورانی و انتقالی زانو در سه بعد، ضمن در نظر گرفتن تماس پاتلافمورال و تماس در صفحهی فرونتال، نیازمند محاسبهی بار و گشتاور دینامیکی دقیق اعمال شده به زانو است.

در مطالعات آتی، الگوریتم پیشنهادی میتواند ضمن در نظر گرفتن محدودیتهای ذکر شده، در فرایند کنترل دستگاههای کمکی برای فعال کردن زانو جهت باربرداری و دستیابی به حرکت نسبی مطلوب (جداسازی غضروف در باریک شدن فضای مفصلی^۱ برای بیماران آرتروز) استفاده شود.

۵- سپاس گزاری

این تحقیق در آزمایشگاه حرکات اصلاحی و توانبخشی مشترک بین گروه مکاترونیک و تربیتبدنی دانشگاه صنعتی شاهرود انجام شده که بدین وسیله از هم کاری اعضای آن تقدیر می شود.

147

¹ Joint Space Narrowing

- [26] S. Masouros, A. Bull, and A. Amis, "(i) Biomechanics of the knee joint," Orthopaedics and Trauma, vol. 24, no. 2, pp. 84-91, 2010.
- [27] R. Singh, H. Chaudhary, and A. K. Singh, "A novel gait-based synthesis procedure for the design of 4-bar exoskeleton with natural trajectories," Journal of orthopaedic translation, vol. 12, pp. 6-15, 2018.
- [28] K.-M. Lee, and J. Guo, "Kinematic and dynamic analysis of an anatomically based knee joint," Journal of biomechanics, vol. 43, no. 7, pp. 1231-1236, 2010.
- [29] K.-M. Lee, and D. Wang, "Design analysis of a passive weight-support lower-extremityexoskeleton with compliant knee-joint." pp. 5572-5577.
- [30] S. C. Chapra, and R. P. Canale, Numerical methods for engineers: Mcgraw-hill New York, 2011.
- [31] OpenfMRI, Available: https://legacy.openfmri.org.
- [32] A. Zeighami, "Tibiofemoral contact areas and contact forces in healthy and osteoarthritic subjects," École de technologie supérieure, 2018.
- [33] I. Sharf, and Y. Zhang, "A contact force solution for non-colliding contact dynamics simulation," Multibody System Dynamics, vol. 16, no. 3, pp. 263-290, 2006.
- [34] M. S. Andersen, D. L. Benoit, M. Damsgaard et al., "Do kinematic models reduce the effects of soft tissue artefacts in skin marker-based motion analysis? An in vivo study of knee kinematics," Journal of biomechanics, vol. 43, no. 2, pp. 268-273, 2010.
- [35] M. Q. Liu, F. C. Anderson, M. H. Schwartz et al., "Muscle contributions to support and progression over a range of walking speeds," Journal of biomechanics, vol. 41, no. 15, pp. 3243-3252, 2008.
- [36] J. Feikes, J. O'Connor, and A. Zavatsky, "A constraint-based approach to modelling the mobility of the human knee joint," Journal of biomechanics, vol. 36, no. 1, pp. 125-129, 2003.
- [37] S. L. Delp, F. C. Anderson, A. S. Arnold et al., "OpenSim: open-source software to create and analyze dynamic simulations of movement," IEEE transactions on biomedical engineering, vol. 54, no. 11, pp. 1940-1950, 2007.
- [38] S. L. Delp, J. P. Loan, M. G. Hoy et al., "An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures," IEEE Transactions on Biomedical engineering, vol. 37, no. 8, pp. 757-767, 1990.
- [39] C. Y. Park, "Breastfeeding for one month or longer is associated with higher risk of osteoarthritis in older adults: NHANES 1999– 2012," Clinical nutrition research, vol. 6, no. 4, pp. 277-284, 2017.
- [40] B. L. Wise, J. Niu, M. Yang et al., "Patterns of compartment involvement in tibiofemoral osteoarthritis in men and women and in whites

- [13] R. L. Landon, M. W. Hast, and S. J. Piazza, "Robust contact modeling using trimmed NURBS surfaces for dynamic simulations of articular contact," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 198, no. 30-32, pp. 2339-2346, 2009.
- [14] H. Strasser, Lehrbuch der Muskel-und Gelenkmechanik: Рипол Классик, 1908.
- [15] A. Menschik, Biometrie: das Konstruktionsprinzip des Kniegelenks, des Hüftgelenks, der Beinlänge und der Körpergrösse: Springer-Verlag, 2013.
- [16] M. H. Moeinzadeh, and A. E. Engin, "Response of a two-dimensional dynamic model of the human knee to the externally applied forces and moments," Journal of biomedical engineering, vol. 5, no. 4, pp. 281-291, 1983.
- [17] E. Abdel-Rahman, M. Hefzy, and T. Cooke, "Determination of the ligamentous and contact forces in the human tibio-femoral joint using a three-dimensional dynamic anatomical model." pp. 373-376.
- [18] E. M. Abdel-Rahman, and M. S. Hefzy, "Threedimensional dynamic behaviour of the human knee joint under impact loading," Medical engineering & physics, vol. 20, no. 4, pp. 276-290, 1998.
- [19] S. Hirokawa, "Three-dimensional mathematical model analysis of the patellofemoral joint," Journal of biomechanics, vol. 24, no. 8, pp. 659-671, 1991.
- [20] H. Hertz, "Ueber die Ber
 ührung fester elastischer K
 örper," 1882.
- [21] M. G. Pandy, K. Sasaki, and S. Kim, "A threedimensional musculoskeletal model of the human knee joint. Part 1: theoretical construction," Computer Methods in Biomechanics and Bio Medical Engineering, vol. 1, no. 2, pp. 87-108, 1997.
- [22] T. M. Guess, H. Liu, S. Bhashyam et al., "A multibody knee model with discrete cartilage prediction of tibio-femoral contact mechanics," Computer methods in biomechanics and biomedical engineering, vol. 16, no. 3, pp. 256-270, 2013.
- [23] C. R. Smith, K. Won Choi, D. Negrut et al., "Efficient computation of cartilage contact pressures within dynamic simulations of movement," Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering: Imaging & Visualization, vol. 6, no. 5, pp. 491-498, 2018.
- [24] A. Esrafilian, L. Stenroth, M. E. Mononen et al., "An EMG-assisted muscle-force driven finite element analysis pipeline to investigate joint-and tissue-level mechanical responses in functional activities: Towards a rapid assessment toolbox," bioRxiv, 2021.
- [25] H. Küçük, "The effect of modeling cartilage on predicted ligament and contact forces at the knee," Computers in Biology and Medicine, vol. 36, no. 4, pp. 363-375, 2006.

- [45] L. Li, and K. Gu, "Reconsideration on the use of elastic models to predict the instantaneous load response of the knee joint," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine, vol. 225, no. 9, pp. 888-896, 2011.
- [46] J. Hu, H. Xin, Z. Chen et al., "The role of menisci in knee contact mechanics and secondary kinematics during human walking," Clinical Biomechanics, vol. 61, pp. 58-63, 2019.
- [47] W. Wilson, C. Van Donkelaar, R. Van Rietbergen et al., "The role of computational models in the search for the mechanical behavior and damage mechanisms of articular cartilage," Medical engineering & physics, vol. 27, no. 10, pp. 810-826, 2005.

and African Americans," Arthritis care & research, vol. 64, no. 6, pp. 847-852, 2012.

- [41] R. H. Miller, R. L. Krupenevich, A. L. Pruziner et al., "Medial knee joint contact force in the intact limb during walking in recently ambulatory service members with unilateral limb loss: a cross-sectional study," PeerJ, vol. 5, pp. e2960, 2017.
- [42] W. N. Findley, and F. A. Davis, Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials: Courier corporation, 2013.
- [43] C. R. Winby, G. L. David, F. B. Thor, and T. B. Kirk. 2009, "Muscle and external load contribution to knee joint contact loads during normal gait," Journal of biomechanics, 42 (14): 2294-2300.
- [44] R. E. Richards, M. S. Andersen, J. Harlaar et al., "Relationship between knee joint contact forces and external knee joint moments in patients with medial knee osteoarthritis: effects of gait modifications," Osteoarthritis and Cartilage, vol. 26, no. 9, pp. 1203-1214, 2018.