

## **Determination of Fracture Properties of Cortical Bone using Arc-Shaped Specimen**

**Alizadeh Fard, Fereshteh<sup>1</sup> / Mirzaei, Majid<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup> – M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> – Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

### **ARTICLE INFO**

DOI: 10.22041/IJBME.2020.122037.1566

Received: 22 February 2020

Revised: 9/5/2020-25/5/2020-29/5/2020

Accepted: 29 May 2020

### **KEYWORDS**

*Cortical Bone*  
*Finite Element Method*  
*Arc-Shaped Specimen*  
*Stress Analysis*  
*Digital Image Correlation*  
*Fracture Toughness*

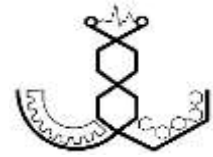
### **ABSTRACT**

Regarding the application of testing and analysis of bone fractures in both medical and engineering fields, finding proper specimens for measuring fracture properties is important. In this study, the experimental and numerical fracture analyses of bovine cortical bone were performed for 4 anatomical regions using arc-shaped specimens. The tensile fracture tests for arc-shaped specimens were performed at ambient temperature. In practice, the stress intensity factor was calculated using standard analytical formula for arc-shaped specimens and also the related finite element (FE) models. In order to validate the FE models, the stress and strain analyses results were compared with the results obtained from digital image correlation (DIC) method. The very good agreement between these results was indicative of the accuracy of FE analyses. There were also good correlations between the initiation and propagation of crack from both experimental and FE results and the measured fracture toughness values were in good agreement with those reported in the literature. The results of this study showed that the analytical stress intensity expressions can give accurate results for the arc-shaped specimens excised from posterior and anterior regions. However, for the medial and lateral regions only the FE models can provide the required accuracy.

### **\*Corresponding Author**

<b>Address</b>	Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran		
<b>Postal Code</b>	14115-143	<b>Tel</b>	+98-21-82883357
<b>E-Mail</b>	mmirzaei@modares.ac.ir	<b>Fax</b>	+98-21-82884909





## تعیین خواص مکانیکی شکست استخوان کورتیکال با استفاده از نمونه‌های کمان-شکل

علیزاده فرد، فرشته<sup>۱</sup> / میرزائی، مجید<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> - دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

<sup>۲</sup> - دانشیار، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

### مشخصات مقاله

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/IJBME.2020.122037.1566

پذیرش: ۹ خرداد ۱۳۹۹

بازنگری: ۱۳۹۹/۳/۹-۱۳۹۹/۳/۵-۱۳۹۹/۲/۲۰

ثبت در سامانه: ۳ اسفند ۱۳۹۸

### چکیده

با توجه به کاربرد آزمایش و تحلیل شکست استخوان در هر دو حوزه‌ی پزشکی و مهندسی، یافتن نمونه‌ی مناسب برای اندازه‌گیری خواص مکانیکی شکست بسیار مهم است. لذا در این مطالعه به تحلیل تجربی و عددی شکست استخوان کورتیکال گوساله برای ۴ ناحیه‌ی آناتومیکی با استفاده از نمونه‌های کمان-شکل پرداخته شده است. تست تجربی شکست برای نمونه‌های کمان-شکل در دمای محیط انجام شده و در عمل فاکتور شدت تنش با استفاده از فرمول تحلیلی استاندارد برای نمونه‌های کمان-شکل و روش مدل المان محدود مربوط به نمونه‌ها محاسبه شده است. به منظور صحت‌سنجی مدل المان محدود، نتایج تحلیل تنش و کرنش با نتایج به دست آمده از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی مقایسه شده است. توافق بسیار خوب بین نتایج تحلیل تنش و کرنش عددی و تجربی، نشان دهنده‌ی دقت تحلیل المان محدود است. در این مطالعه ارتباط خوبی در شروع و رشد ترک بین نتایج تجربی و المان محدود و هم‌چنین مقادیر چقرمگی شکست به دست آمده از روش عددی با دیگر مطالعات مشاهده شده است. هم‌چنین نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهد که فاکتور شدت تنش تحلیلی می‌تواند نتایج دقیقی برای نمونه‌های کمان-شکل ایجاد شده از نواحی آناتومیکی خلفی و قدامی ارائه کند، هرچند برای نواحی آناتومیکی میانی و جانبی، تنها مدل المان محدود می‌تواند دقت لازم را فراهم سازد.

### واژه‌های کلیدی

استخوان کورتیکال  
روش المان محدود  
نمونه‌ی کمان-شکل  
تحلیل تنش  
برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال  
چقرمگی شکست

### \*نویسنده‌ی مسئول

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

نشانی

تلفن ۹۸-۲۱-۸۲۸۸۳۳۵۷

۱۴۳-۱۴۱۱۵

کد پستی

دورنگار ۹۸-۲۱-۸۲۸۸۴۹۰۹

mimirzai@modares.ac.ir

پست الکترونیک



**۱- مقدمه**

شکستگی استخوان یک موضوع پر اهمیت جهانی بوده که منجر به انجام مطالعات گسترده‌ای در مورد رفتار مکانیکی استخوان از جمله بافت کورتیکال شده است. شکستگی استخوان علاوه بر هزینه‌های درمانی زیاد معمولاً منجر به بازتوانی‌های طولانی، ناتوانی و حتی مرگ افراد می‌شود. سالانه ۱/۶ میلیون شکستگی استخوان ران و مفصل هیپ در جهان رخ داده که بخش زیادی از این شکستگی‌ها در اثر افتادن بوده و حدود ۹۰٪ از آن‌ها در افراد بالای ۶۵ سال دیده شده است. لذا مطالعه‌ی شکستگی استخوان به دلیل افزایش جمعیت افراد سال‌خورده امری اجتناب‌ناپذیر است [۱].

درک رفتار و مکانیسم شکستگی استخوان در هر دو حوزه‌ی مهندسی و پزشکی اهمیت زیادی دارد به طوری که در علم پزشکی به منظور پیش‌بینی و پیش‌گیری از خطر شکستگی استخوان و در حوزه‌ی مهندسی برای طراحی و ساخت پروتزها و ایمپلنت‌های استخوانی از آن استفاده می‌شود. یکی از مسائل کلیدی در ساخت انواع ایمپلنت‌های استخوانی، شناسایی مواد سازگار با خواص مکانیکی استخوان می‌باشد اما شناخت پارامترهای مکانیکی متداول برای توصیف شکستگی استخوان کافی نبوده و به شناخت خواص مکانیکی شکستگی نیاز است.

تا پیش از سال ۱۹۷۰، خواص مکانیکی استخوان بیش‌تر با استفاده از پارامترهایی نظیر مدول الاستیک<sup>۱</sup> و استحکام<sup>۲</sup> گزارش شده [۲]، اما برای درک بهتر رفتار مکانیکی شکستگی استخوان، درک مکانیک شکستگی و استفاده از خواص مکانیکی شکستگی امری ضروری است [۳، ۴]. پس از گذشت ۳۰ سال، خواص مکانیکی شکستگی استخوان کورتیکال به خوبی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. در این راستا تاثیر عوامل مختلفی از جمله نوع نمونه‌ی مورد تست (مانند SENB [۴-۷] و فشار-کشش [۳، ۸-۱۲])، منبع استخوان (مانند استخوان ران<sup>۳</sup> گوساله یا انسان [۸]) و جهت ترک<sup>۴</sup> [۹، ۱۳] مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله‌ی ملوین و هم‌کارانش [۵] از مفهوم مکانیک شکستگی برای مطالعه‌ی چقرمگی شکستگی استخوان کورتیکال و از مدل SENB برای تخمین چقرمگی شکستگی استخوان ران گوساله استفاده شده است. در مطالعه‌ی سانتیس و هم‌کارانش [۱۴] از یک نمونه حاوی بریدگی شورن<sup>۵</sup> برای

تخمین چقرمگی شکستگی استخوان گوساله استفاده شده است. در بعضی از مطالعات نیز چقرمگی شکستگی استخوان بازو<sup>۶</sup> بررسی شده است [۹]. در اکثر مطالعات از سایر نمونه‌های تست تجربی شامل SENB و فشار-کشش [۵، ۸، ۹] استفاده شده و پژوهش‌های اندکی برای آنالیز شکستگی استخوان با استفاده از نمونه‌های کمان-شکل انجام شده است. در پژوهش هانکلر و هم‌کارانش [۱۵] از نمونه‌های کمان-شکل برای اندازه‌گیری خواص مکانیکی شکستگی استخوان زندزیرین<sup>۷</sup> خرگوش و در مقاله‌ی میرزائی و هم‌کارانش [۱۶] از این نمونه‌ها برای ارزیابی شکستگی استخوان ران انسان استفاده شده است.

لازم به ذکر است که طبق مطالعات پیشین، آماده‌سازی نمونه‌های استاندارد مانند نمونه‌ی فشار-کشش<sup>۸</sup>، SENB<sup>۹</sup> و یا نمونه‌ی خمش سه‌نقطه‌ای<sup>۱۰</sup> برای اندازه‌گیری خواص شکستگی استخوان کورتیکال<sup>۱۱</sup> تحت شرایط مختلف هم‌چنان یک مساله‌ی مشکل و پر اهمیت می‌باشد.

طبق آمار ارائه شده مبنی بر اهمیت بررسی شکستگی استخوان [۱، ۲، ۴-۱۵]، هدف این پژوهش، تحلیل شکستگی نمونه‌های کمان-شکل<sup>۱۲</sup> استخوان کورتیکال گوساله برای چهار ناحیه‌ی آناتومیکی مختلف است. با وجود تحقیقات گسترده در زمینه‌ی آنالیز و تحلیل شکستگی استخوان و استفاده از نمونه‌هایی مانند فشار-کشش و خمش سه‌نقطه‌ای، تحقیقات اندکی در زمینه‌ی آنالیز شکستگی نمونه‌های کمان-شکل انجام شده است. شناخت و تحلیل شکستگی این نوع از نمونه‌ها تحت بارگذاری کششی و تعیین فاکتور شدت تنش آن از جمله اهداف این مقاله بوده که تا کنون مورد بررسی قرار نگرفته است. فرضیه‌ی این پژوهش به این صورت است که آیا می‌توان از فرمول استاندارد تحلیلی برای محاسبه‌ی مقدار فاکتور شدت تنش برای تمامی نواحی آناتومیکی استفاده کرد یا باید از روش عددی بهره گرفت.

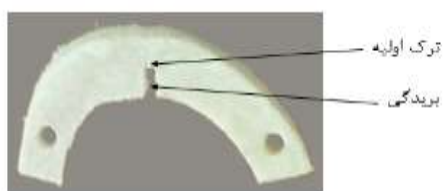
**۲- مواد و روش‌ها****۲-۱- آماده‌سازی نمونه**

در این پژوهش برای انجام تست‌های آزمایشگاهی کشش از نمونه‌های کمان-شکل استفاده شده است. دلیل انتخاب این نمونه‌ها، آماده‌سازی آسان‌تر آن‌ها نسبت به سایر نمونه‌های استاندارد مانند نمونه‌ی فشار-کشش و SENB است. هم‌چنین

<sup>۶</sup> Ulna<sup>۸</sup> Compact-Tension<sup>۹</sup> Single-Edge-Notched-Bending<sup>۱۰</sup> Three-Point Bending<sup>۱۱</sup> Cortical Bone<sup>۱۲</sup> Arc-Shaped Specimens<sup>۱</sup> Elastic Modulus<sup>۲</sup> Strength<sup>۳</sup> Femur<sup>۴</sup> Crack Orientation<sup>۵</sup> Chevron Notch<sup>۶</sup> Humerus



نمونه‌ها در دو نوع سالم و با ترک اولیه ایجاد شده است. با توجه به ضخامت نمونه‌ها، ایجاد ترک مناسب به دقت بالایی نیاز دارد. بدین منظور ابتدا یک بریدگی<sup>۵</sup> در قسمت میانی نمونه‌ها ایجاد شده و سپس برای ایجاد ترک نوک تیز در نمونه، از تیغ جراحی استفاده شده است [۱۶]. یک نمونه‌ی دارای بریدگی و ترک اولیه در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۳) - نمونه‌ی کمان-شکل با ترک اولیه، مناسب برای تحلیل تنش و کرنش در تست تجربی

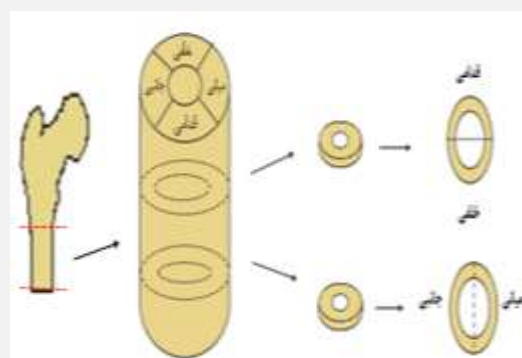
## ۲-۲- روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی

برای صحت‌سنجی مدل‌سازی عددی از روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی<sup>۶</sup> برای تحلیل تنش و کرنش نمونه‌های کمان-شکل بدون ترک اولیه که مورد تست تجربی قرار گرفته‌اند استفاده شده است. دلیل تهیه‌ی نمونه‌های سالم و بدون ترک، استفاده از این نمونه در تحلیل تنش و کرنش است.

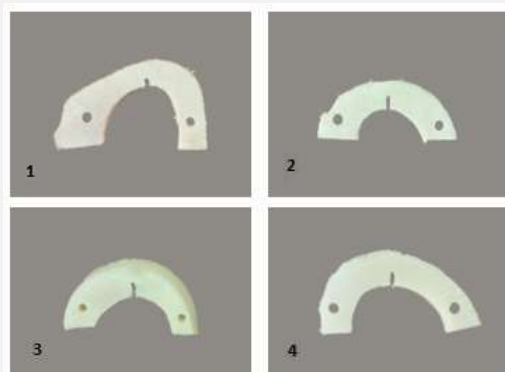
روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی یک روش مبتنی بر تصویر است که تغییرات شکل را بر اساس پردازش تصویر<sup>۷</sup> اندازه‌گیری می‌کند [۱۷]. این روش از الگوی لک<sup>۸</sup> ساخته شده‌ی دستی یا بافت طبیعی سطح قطعه به عنوان حامل اطلاعات تغییر شکل بهره برده و حرکت هر پیکسل را در تصویر مرجع<sup>۹</sup> و تصویر تغییر شکل یافته<sup>۱۰</sup> ردیابی می‌کند. در این روش ابتدا یک زیرمجموعه<sup>۱۱</sup> از تصویر مرجع که حاوی اطلاعات کافی از تغییرات شدت نور بوده و در محور آن یک پیکسل قرار دارد انتخاب شده و سپس برای یافتن زیرمجموعه‌ای در تصویر تغییر شکل یافته با بیش‌ترین شباهت (یا کم‌ترین اختلاف) با زیرمجموعه‌ی مرجع، از یک معیار از پیش تعریف شده و یک الگوریتم بهینه‌سازی مانند معیار همبستگی متقابل<sup>۱۲</sup> یا معیار مجموع تفاوت مربعات<sup>۱۳</sup> استفاده می‌شود [۱۸]. الگوی لک برای نمونه‌ی کمان-شکل در شکل (۴) نشان داده شده است.

از آن‌جا که این نمونه‌ها بدون هیچ‌گونه ماشین‌کاری مورد تست مکانیکی قرار گرفته، عاری از هرگونه میکروتورک احتمالی هستند، در نتیجه نسبت به سایر نمونه‌ها دقت بهتری را فراهم کرده و روند تهیه‌ی آن‌ها به مراتب آسان‌تر است.

نمونه‌های کمان-شکل به ضخامت ۳ تا ۸/۵ میلی‌متر به صورت عرضی از قسمت دیافیز استخوان ران برای چهار ناحیه‌ی آناتومیکی تهیه شده است. در این پژوهش از استخوان ران گوساله استفاده شده و در طی فرایند آماده‌سازی، دائماً اسپری آب به نمونه‌ها اعمال شده تا از خشک شدن آن‌ها جلوگیری شود. مطابق شکل (۱) از هر برش عرضی نمونه‌های قدامی و خلفی یا میانی و جانبی تهیه شده است. نمونه‌های تهیه شده شامل ۸ نمونه‌ی میانی<sup>۱</sup>، ۶ نمونه‌ی قدامی<sup>۲</sup>، ۴ نمونه‌ی خلفی<sup>۳</sup> و ۴ نمونه‌ی جانبی<sup>۴</sup> بوده که یک نمونه از هر کدام از ناحیه‌های آناتومیکی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل (۱) - فرایند آماده‌سازی نمونه‌های کمان-شکل



شکل (۲) - نمونه‌های آناتومیکی، (۱) میانی، (۲) قدامی، (۳) خلفی، (۴) جانبی

<sup>۸</sup> Speckle Pattern

<sup>۹</sup> Reference Image

<sup>۱۰</sup> Deformed Image

<sup>۱۱</sup> Subset

<sup>۱۲</sup> Cross-Correlation

<sup>۱۳</sup> Sum Of Squared Difference

<sup>۱</sup> Medial Specimen

<sup>۲</sup> Anterior Specimen

<sup>۳</sup> Posterior Specimen

<sup>۴</sup> Lateral Specimen

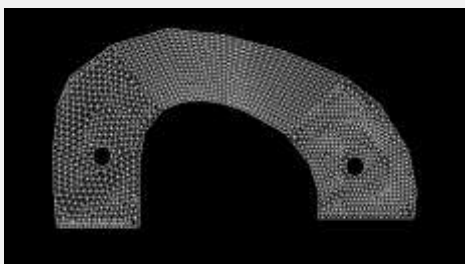
<sup>۵</sup> Notch

<sup>۶</sup> Digital Image Correlation

<sup>۷</sup> Image Processing

## ۲-۴- شبیه‌سازی عددی

شبیه‌سازی عددی<sup>۶</sup> در این پژوهش به دو منظور انجام شده است. ابتدا شبیه‌سازی رشد ترک در مود ترکیبی و محاسبه‌ی چقرمگی شکست با استفاده از داده‌های تست تجربی مانند طول ترک، بارگذاری، هندسه و ابعاد صورت گرفته است. سپس برای مقایسه‌ی مقادیر فاکتور شدت تنش به دو روش عددی و تحلیلی تنها از ابعاد و هندسه‌ی نمونه‌های کمان-شکل تست تجربی استفاده شده و با مقدار طول ترک و نیروی دل‌خواه و متفاوت برای هر نمونه فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری شده و نتایج در شرایط یک‌سان از هندسه، طول ترک و بارگذاری برای هر دو روش عددی و تحلیلی با هم مقایسه شده است. برای شبیه‌سازی رشد ترک، تست تجربی روی نمونه‌ها انجام شده و به دلیل عدم تقارن در این نمونه‌ها، از شبیه‌سازی عددی نیز استفاده شده است. بدین منظور از نرم‌افزار کاسکا<sup>۷</sup> (یک پیش‌پردازش‌گر برای ایجاد مدل اولیه) استفاده شده است. پس از تعیین هندسه‌ی اولیه و تعریف زیرناحیه، تراکم نودها برای ایجاد شبکه تعیین شده و تنها از المان مثلثی برای ایجاد شبکه‌ی مناسب استفاده شده که یک نمونه از مدل‌سازی عددی برای یکی از نواحی آناتومیکی در شکل (۶) ارائه شده است.



شکل (۶) - مدل المان محدود نمونه‌ی کمان-شکل پیش از مدل‌سازی ترک

در ادامه برای مدل‌سازی ترک و رشد آن از نرم‌افزار فرنک دوبعدی ورژن<sup>۸۴</sup> استفاده شده است. این نرم‌افزار توسط گروه مکانیک شکست<sup>۹</sup> دانشگاه کرنل<sup>۱۰</sup> در آمریکا تولید شده و گسترش یافته است [۲۰]. در این پژوهش تمام مدل‌سازی‌ها به صورت دوبعدی انجام شده، تنش صفحه‌ای بوده و استخوان به صورت یک ماده‌ی همگن با مدول الاستیک ۱۴ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ در نظر گرفته شده است [۲۱]. با توجه به ضخامت کم نمونه‌ها نسبت به سایر ابعاد، فرض مدل‌سازی



شکل (۴) - ایجاد الگوی لک روی قسمت طول موثر<sup>۱</sup> نمونه‌ها (منطقه‌ای که بیشترین تنش کششی را دارد) به منظور انجام روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی

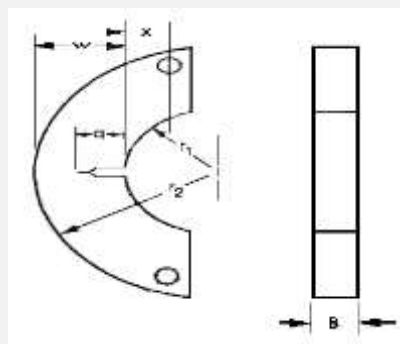
## ۲-۳- روش تحلیلی

در این پژوهش علاوه بر اندازه‌گیری چقرمگی شکست، مقدار فاکتور شدت تنش برای ابعاد و طول ترک‌ها و سطوح بار مختلف به دو روش تحلیلی<sup>۲</sup> و عددی اندازه‌گیری شده است. برای اندازه‌گیری فاکتور شدت تنش برای نمونه‌های کمان-شکل از روابط استاندارد مربوط به این نمونه در تست کشش استفاده شده است [۱۹]. در این رابطه برای اندازه‌گیری فاکتور شدت تنش از ابعاد و هندسه‌ی ۲۲ نمونه‌ی کمان-شکل استفاده شده است. فاکتور شدت تنش برای نمونه‌های کمان-شکل کششی با استفاده از رابطه‌ی (۱) محاسبه می‌شود.

$$K = \frac{P}{BW^{1/2}} \left( 3 \frac{X}{W} + 1.9 + 1.1 \frac{a}{W} \right) \times \left[ 1 + 0.25(1 - a/W)^2 (1 - r_1/r_2) \right] f(a/W) \quad (1)$$

در این رابطه،  $P$  مقدار نیرو،  $B$  ضخامت نمونه،  $W$  عرض نمونه،  $X$  افست خط بار<sup>۳</sup>،  $a$  طول بریدگی،  $r_1$  شعاع داخلی<sup>۴</sup> و  $r_2$  شعاع خارجی<sup>۵</sup> است (شکل ۵) و مقدار  $f(a/w)$  با استفاده از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌شود.

$$f(a/W) = \left[ \frac{(a/W)^{1/2}}{(1 - a/W)^{3/2}} \times 3.74 - 6.3(a/W) + 6.32(a/W)^2 - 2.43(a/W)^3 \right] \quad (2)$$



شکل (۵) - نمونه‌ی استاندارد کمان-شکل [۱۹]

<sup>۶</sup> Numerical Simulation

<sup>۷</sup> Casca

<sup>۸</sup> FRANC2D V4.0

<sup>۹</sup> Fracture Mechanics Group

<sup>۱۰</sup> Cornell University

<sup>۱</sup> Gage Length

<sup>۲</sup> Analytical Method

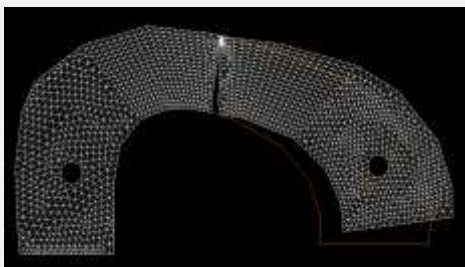
<sup>۳</sup> Loading Line Offset

<sup>۴</sup> Inner Radius

<sup>۵</sup> Outer Radius



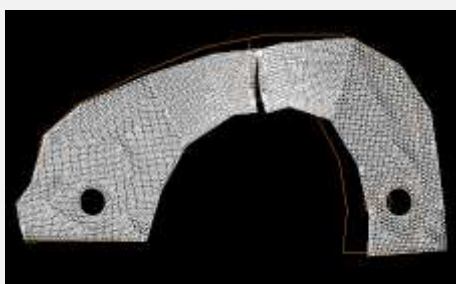
در نرم‌افزار فرنک دوبعدی برای نمونه‌های بدون ترک انجام شده است تا با نتایج تحلیل تنش و کرنش به روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی مقایسه شود.



شکل (۷) - مدل المان محدود نمونه کمان-شکل پس از تعریف شروع و رشد ترک

### ۳- یافته‌ها و بحث

در مجموع نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی رشد ترک نشان می‌دهد که در ابتدا رشد به صورت self-similar بوده اما در ادامه رشد ترک به دلیل عدم تقارن تغییر کرده و به صورت مود ترکیبی در آمده که مطابق شکل (۸)، نتایج حاصل از روش عددی تطابق خوبی با نتایج تست تجربی داشته است.



(۱)



(۲)

شکل (۸) - مقایسه‌ی شروع و رشد ترک حاصل از: (۱) شبیه‌سازی عددی و (۲) تست تجربی

دوبعدی و تنش صفحه‌ای قابل قبول است. هم‌چنین در تعیین چقرمگی شکست، شرایط مرزی و نیروها متناسب با تست تجربی کشش اعمال شده است. نیرو در یکی از دایره‌ها، در جهت محور X و به صورت کششی و شرایط مرزی در دایره‌ی دیگر، در نیمی از دایره در جهت محور X و Y اعمال شده است. در محاسبه‌ی فاکتور شدت تنش، نیروی فرضی و دل‌خواه یک‌سان در هر دو روش عددی و تحلیلی جهت مقایسه‌ی نتایج حاصل از این دو روش اعمال شده است. از آن‌جا که در این تحلیل تاثیر خواص مکانیکی در شکست استخوان بررسی نشده و هدف مقایسه‌ی نتایج حاصل از استفاده از فرمول تحلیلی و حل عددی در نمونه‌های مختلف بوده، در نظر گرفتن مدول یک‌سان خطا ایجاد نمی‌کند. در نهایت تحلیل تنش الاستیک خطی با استفاده از حل گر حذف مستقیم<sup>۱</sup> و سپس پس‌پردازش<sup>۲</sup> انجام شده که در این مرحله از شبکه‌ی تغییر شکل یافته برای بررسی صحت شرایط مرزی اعمالی استفاده شده است.

پس از شبیه‌سازی اولیه‌ی مدل و اعمال نیروها و شرایط مرزی، در مرحله‌ی نهایی پس از تعیین مکان شروع ترک، موقعیت نوک ترک<sup>۳</sup> و المان‌های سینگولار<sup>۴</sup> و واسط، یک ترک لبه‌ای از نوع TRACTION FREE مطابق با اندازه‌ی ترک در تست تجربی در قسمت میانی نمونه ایجاد شده است. در مدل‌سازی‌های المان محدود از المان‌های سینگولار برای تحلیل نوک ترک استفاده شده که به کمک این المان‌ها می‌توان تکنیکی تنش در نوک ترک را به خوبی مدل کرد. حداقل تعداد المان‌هایی که در راستای گسترش ترک استفاده شده و باعث ایجاد المان‌های واسط و سینگولار گشته، برابر با ۳ بوده که این تعداد تابعی از تراکم شبکه‌ی موضعی است. پس از ایجاد ترک و تعیین روش اتوماتیک<sup>۵</sup> مطابق شکل (۷)، رشد ترک صورت گرفته و مقدار چقرمگی شکست اندازه‌گیری شده است. برای رشد ترک روش‌های مختلفی از جمله STAND<sup>۶</sup>، COHESV<sup>۷</sup> (برای رشد ترک چسبنده در مواردی مانند سنگ<sup>۸</sup> و بتن<sup>۹</sup>)، INTFC<sup>۱۰</sup> و AUTOMATIC وجود دارد که در این مطالعه از روش اتوماتیک استفاده شده است که در آن با توجه به هندسه، بار و شرایط مرزی، الگوی شبکه‌ی مناسب توسط نرم‌افزار تعیین می‌شود. هم‌چنین در این بخش به منظور محاسبه‌ی فاکتور شدت تنش، مدل‌سازی عددی با طول ترک فرضی و متفاوت در هر یک از نمونه‌ها صورت گرفته و تحلیل تنش و کرنش نیز

<sup>۶</sup> Standard

<sup>۷</sup> Cohesive

<sup>۸</sup> Rock

<sup>۹</sup> Concrete

<sup>۱۰</sup> Interface

<sup>۱</sup> Direct Elimination

<sup>۲</sup> Post-Processing

<sup>۳</sup> Crack Tip

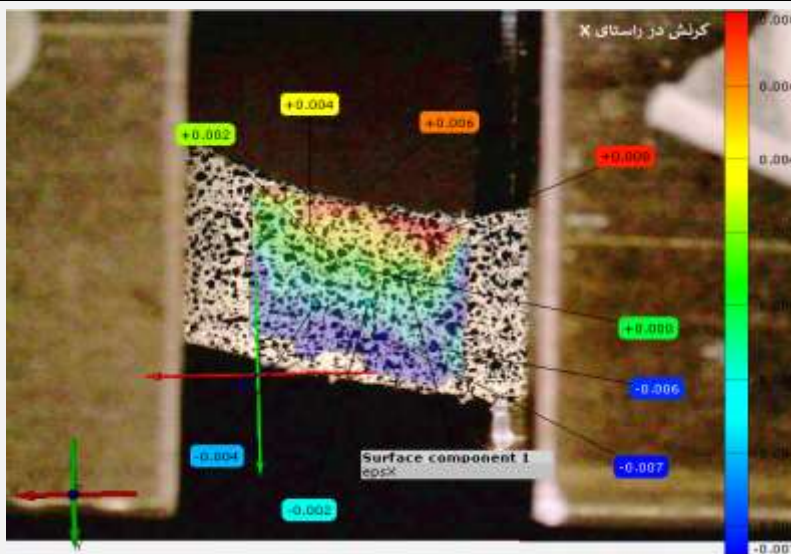
<sup>۴</sup> Singular Elements

<sup>۵</sup> Automatic

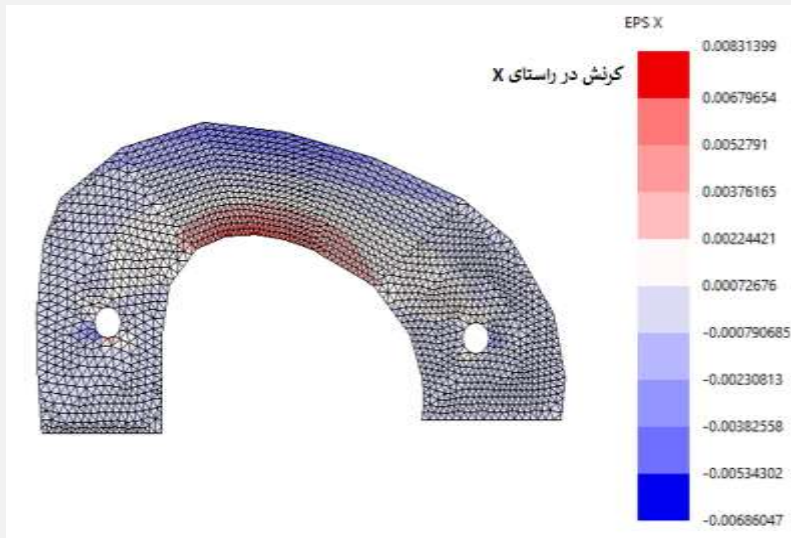
**۳-۱- صحت‌سنجی روش عددی**

صحت شبیه‌سازی عددی برای نمونه‌های کمان-شکل می‌باشد. در این بخش از آن‌جا که هدف مقایسه و اعتبارسنجی می‌باشد، کرنش در راستای X اندازه‌گیری شده است.

نتایج حاصل از تحلیل تنش و کرنش به دو روش تجربی و عددی (شکل‌های ۹ و ۱۰)، تطابق بسیار خوبی را نشان داده که بیان‌گر



شکل (۹) - نتایج کرنش اندازه‌گیری شده با استفاده از تحلیل تجربی در روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی



شکل (۱۰) - نتایج کرنش اندازه‌گیری شده با استفاده از تحلیل در شبیه‌سازی عددی

**۳-۲- چقرمگی شکست**

$MPam^{1/2}$  به دست آمده است که تطابق خوبی با نتایج سایر مطالعات دارد [۵، ۹]. نالا و هم‌کارانش مقدار چقرمگی شروع ترک<sup>۲</sup> در استخوان انسان را برابر با  $۲ MPam^{1/2}$  گزارش کردند [۲۲]. نورمن و هم‌کارانش مقدار چقرمگی شکست برای نمونه‌هایی به ضخامت ۲ و ۳ میلیمتر را به ترتیب برابر با  $۴/۳۲ MPam^{1/2}$  و  $۴/۰۵ MPam^{1/2}$  به دست آوردند [۲۳]. نالا و هم‌کارانش اثر سن روی چقرمگی شروع و رشد ترک در استخوان انسان را بررسی کرده و مقدار متوسط چقرمگی شروع ترک را برابر با  $۲/۰۷ MPam^{1/2}$  گزارش کردند [۲۴]. مقدار چقرمگی شکست در مود ۱ در استخوان ران گوساله در جهت عرضی با نمونه‌ی

نحوی آماده‌سازی، ابعاد نمونه‌ها و ایجاد ترک نوک تیز پیش‌تر بیان شده است. با توجه به تنش سیلان  $\sigma_{ys}=130 MPa$  و چقرمگی شکست<sup>۱</sup>  $۳ MPam^{1/2}$  برای بافت کورتیکال استخوان گوساله [۲۷] و تعیین ضخامت بر اساس  $b > 2/5 (K_{Ic}/\sigma_{ys})^2$ ، مقادیر در نظر گرفته شده برای ضخامت نمونه‌ها معتبر می‌باشد. با توجه به رفتار ترد بافت کورتیکال، میزان حداکثر بار در هر تست برای محاسبه‌ی چقرمگی در نظر گرفته شده است. مقادیر متوسط میزان چقرمگی شکست برای نواحی آناتومیکی قدامی، خلفی، میانی و جانبی به ترتیب برابر با  $۳/۵$ ،  $۳/۸۸$ ،  $۱/۵$  و  $۱/۳۵$

<sup>۲</sup> Crack-Initiation Toughness

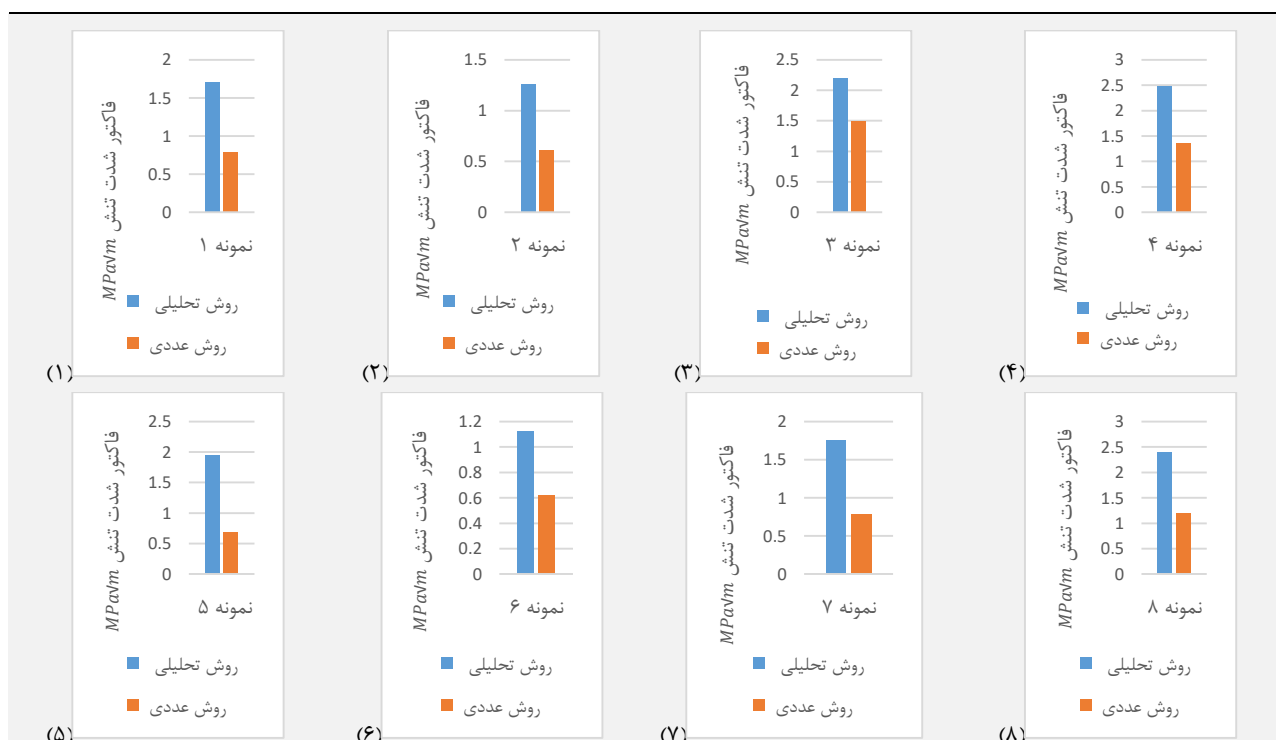
<sup>۱</sup> Fracture Toughness



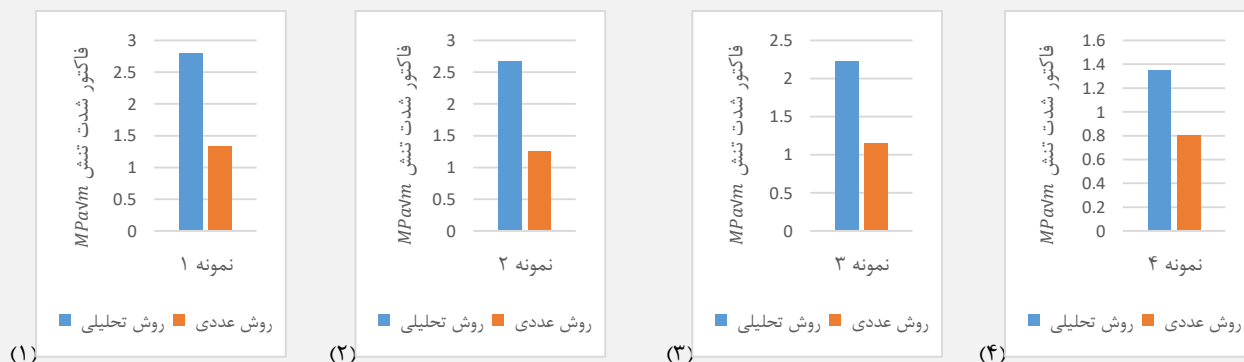
### ۳-۳- فاکتور شدت تنش

برای بررسی مناسب بودن نمونه‌های کمان-شکل برای تعیین فاکتور شدت تنش<sup>۱</sup>، نتایج حاصل برای تمام نمونه‌ها با دو روش تحلیلی و عددی در شکل‌های (۱۱-۱۴) مقایسه شده است. برای اندازه‌گیری فاکتور شدت تنش از هندسه و ابعاد نمونه‌های کمان-شکل در تست تجربی استفاده شده اما در هر یک از نمونه‌ها طول ترک و نیرو به صورت اختیاری اعمال شده است. به ازای طول ترک، ابعاد و نیروی یکسان برای هر دو روش، مقدار فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری و با هم مقایسه شده است.

فشار-کشش برابر با  $4-6 \text{ MPam}^{1/2}$  [۲۵] و در جهت طولی با نمونه‌ی SENB برابر با  $3/21-5/05 \text{ MPam}^{1/2}$  به دست آمده است. کری و هم‌کارانش مقدار متوسط چقرمگی شکست برای شکستگی طولی در استخوان ران انسان با استفاده از نمونه‌های SENB را برابر با  $6/4 \text{ MPam}^{1/2}$  اندازه‌گیری کردند [۶]. دلیل اصلی وجود تفاوت در بعضی از این نتایج، استفاده از روش‌های تست مکانیکی مختلف و یا شرایط تست مختلف [۲۶] بوده و سایر عوامل نظیر سن و جنس نمونه‌های استخوانی نیز در تعیین میزان چقرمگی شکست تاثیر دارند [۲۴].



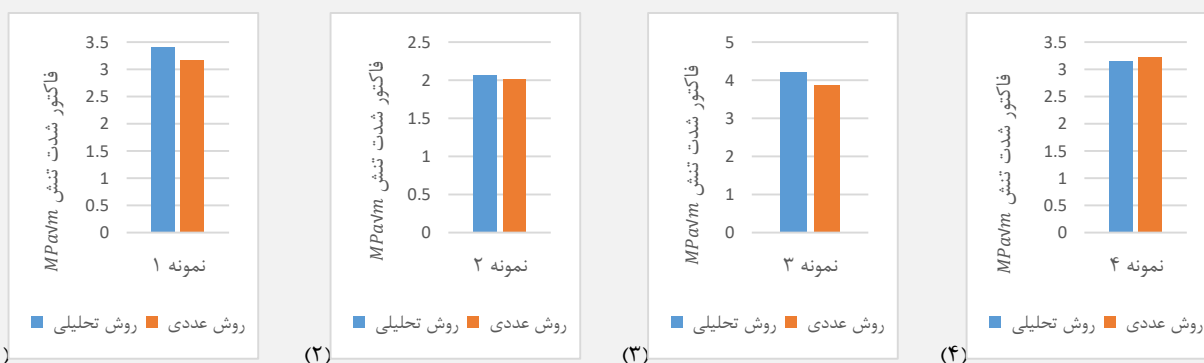
شکل (۱۱) - مقدار فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری شده با دو روش عددی و تحلیلی در نمونه‌های میانی با طول ترک  $a$  (mm)، ضخامت  $t$  (mm) و نیروهای  $F$  (N) متفاوت، (۱)  $a=1/8$ ،  $t=6/6$  و  $F=49$  (۲)  $a=3/6$ ،  $t=6/1$  و  $F=25/1$  (۳)  $a=3/2$ ،  $t=5/6$  و  $F=60/6$  (۴)  $a=3/3$ ،  $t=5/4$  و  $F=69/9$  (۵)  $a=2/9$ ،  $t=6/5$  و  $F=65/4$  (۶)  $a=2/9$ ،  $t=4$  و  $F=25$  (۷)  $a=3$ ،  $t=5/4$  و  $F=64$  (۸)  $a=3/2$ ،  $t=6$  و  $F=81$



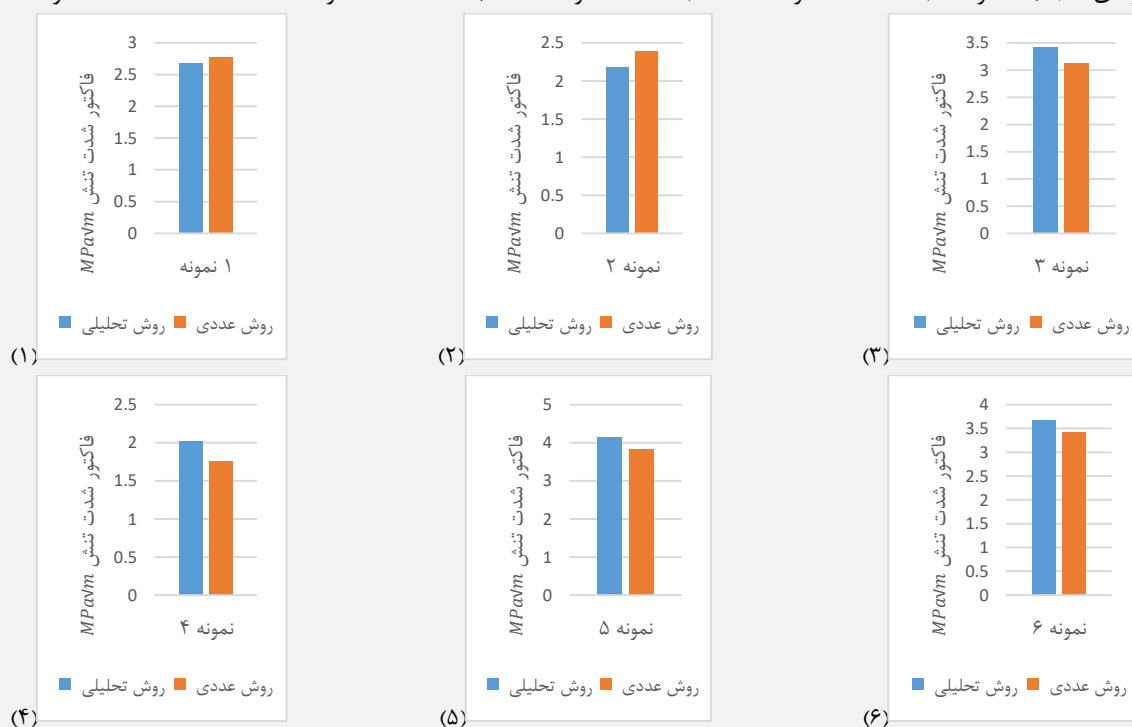
شکل (۱۲) - مقدار فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری شده با دو روش عددی و تحلیلی در نمونه‌ی جانبی با طول ترک  $a$  (mm)، ضخامت  $t$  (mm) و نیروهای  $F$  (N) متفاوت، (۱)  $a=4/1$ ،  $t=8/6$  و  $F=50/1$  (۲)  $a=3/3$ ،  $t=8/1$  و  $F=86$  (۳)  $a=3$ ،  $t=5/8$  و  $F=78/9$  (۴)  $a=4/5$ ،  $t=5/9$  و  $F=42/6$

<sup>۱</sup> Stress Intensity Factor





شکل (۱۳) - مقدار فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری شده با دو روش عددی و تحلیلی در نمونه‌ی خلفی با طول ترک  $a$  (mm)، ضخامت  $t$  (mm) و نیروهای  $F$  (N) متفاوت، (۱)  $a=3/9$  و  $t=7$  و  $F=148$  (۲)  $a=3$  و  $t=5$  و  $F=48$  (۳)  $a=3/8$  و  $t=7/8$  و  $F=175/4$  (۴)  $a=4/1$  و  $t=3/1$  و  $F=34/3$



شکل (۱۴) - مقدار فاکتور شدت تنش اندازه‌گیری شده با دو روش عددی و تحلیلی در نمونه‌ی قدامی با طول ترک  $a$  (mm)، ضخامت  $t$  (mm) و نیروهای  $F$  (N) متفاوت، (۱)  $a=2/7$  و  $t=5$  و  $F=71/9$  (۲)  $a=3$  و  $t=4$  و  $F=46$  (۳)  $a=3/2$  و  $t=4/4$  و  $F=87$  (۴)  $a=3/1$  و  $t=4/5$  و  $F=53$  (۵)  $a=3$  و  $t=6/4$  و  $F=125/1$  (۶)  $a=3/3$  و  $t=6/3$  و  $F=126$

نمونه‌ها با نمونه‌ی استاندارد کمان-شکل) بهره گرفته شده که با نتایج پژوهش حاضر سازگار است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

از جمله نوآوری‌های پژوهش حاضر می‌توان به استفاده از تکنیک برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال در تحلیل تنش نمونه‌های کمان-شکل بدون ترک تحت آزمون کشش، استخراج داده‌های تجربی و تحلیل مکانیکی شکست از نمونه‌های بدون ماشین‌کاری و با هندسه‌ی اولیه اشاره کرد.

بر اساس تست‌های تجربی و مدل‌سازی عددی برای تحلیل شکست استخوان کورتیکال، نشان داده شده است که به دلیل

دلیل وجود اختلاف در مقادیر فاکتور شدت تنش بین دو روش تحلیلی و عددی برای نمونه‌های میانی و جانبی، انحراف نسبی هندسه‌ی آن‌ها از نمونه‌ی استاندارد است. به دلیل شباهت زیاد نمونه‌های کمان-شکل در نواحی خلفی و قدامی با نمونه‌ی استاندارد، نتایج فاکتور شدت تنش محاسبه شده با دو روش تحلیلی و عددی برای این دو ناحیه با هم مشابه است.

نتایج به دست آمده در این مطالعه توافق خوبی با نتایج میرزائی و هم‌کارانش دارد [۱۶]. در مقاله‌ی آن‌ها از استخوان ران انسان برای تهیه‌ی نمونه‌های کمان-شکل در تست مکانیکی شکست استفاده شده و از نمونه‌های کمان-شکل به دست آمده از نواحی آناتومیکی قدامی و خلفی (به دلیل بیش‌ترین شباهت این

- [11] D. Vashishth, J. Behiri, and W. J. J. o. b. Bonfield, "Crack growth resistance in cortical bone: concept of microcrack toughening," vol. 30, no. 8, pp. 763-769, 1997.
- [12] T. Wright and W. J. J. o. B. Hayes, "Fracture mechanics parameters for compact bone—effects of density and specimen thickness," vol. 10, no. 7, pp. 419-430, 1977.
- [13] J. Behiri and W. J. J. o. b. Bonfield, "Orientation dependence of the fracture mechanics of cortical bone," vol. 22, no. 8-9, pp. 863-872, 1989.
- [14] R. De Santis et al., "Bone fracture analysis on the short rod chevron-notch specimens using the X-ray computer micro-tomography," vol. 11, no. 10, pp. 629-636, 2000.
- [15] M. D. Hunckler et al., "The fracture toughness of small animal cortical bone measured using arc-shaped tension specimens: Effects of bisphosphonate and deproteinization treatments", vol. 105, pp. 67-74, 2017.
- [16] M. Mirzaei, F. Alavi, F. Allaveisi, V. Naeini, and P. Amiri, "Linear and nonlinear analyses of femoral fractures: Computational/experimental study," *Journal of biomechanics*, vol. 79, pp. 155-163, 2018.
- [17] B. J. E. m. Pan, "Recent progress in digital image correlation," vol. 51, no. 7, pp. 1223-1235, 2011.
- [18] B. Pan, H. Xie, and Z. Wang, "Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching," *Applied optics*, vol. 49, no. 28, pp. 5501-5509, 2010.
- [19] R. W. J. J. o. M. E. Hertzberg, "Deformation and fracture mechanics of engineering materials," vol. 19, pp. 227-232, 1997.
- [20] E. J. C. U. Iesulauro, Ithaca, "FRANC2D/L: A Crack Propagation Simulator for Plane Layered Structures," p. 123, 1995.
- [21] B. Yu, G. Zhao, J. Lim, and Y. J. P. o. t. i. o. m. e. Lee, Part H: *Journal of engineering in medicine*, "Compressive mechanical properties of bovine cortical bone under varied loading rates," vol. 225, no. 10, pp. 941-947, 2011.
- [22] R. K. Nalla, J. J. Kruzic, J. H. Kinney, and R. O. Ritchie, "Mechanistic aspects of fracture and R-curve behavior in human cortical bone," *Biomaterials*, vol. 26, no. 2, pp. 217-231, 2005.
- [23] T. L. Norman, D. Vashishth, and D. J. J. o. b. Burr, "Fracture toughness of human bone under tension," vol. 28, no. 3, pp. 309-320, 1995.
- [24] R. Nalla, J. Kruzic, J. Kinney, and R. Ritchie, "Effect of aging on the toughness of human cortical bone: evaluation by R-curves," *Bone*, vol. 35, no. 6, pp. 1240-1246, 2004.

عدم تقارن نمونه‌های کمان-شکل، رشد ترک ابتدا به صورت مود ۱ بوده و با افزایش عدم تقارن نمونه‌ها، رشد ترک به صورت مود ترکیبی می‌باشد.

مقدار چقرمگی شکست اندازه‌گیری شده برای استخوان کورتیکال در این مطالعه تطابق خوبی با پژوهش‌های پیشین دارد. هم‌چنین بنا بر مقدار فاکتور شدت تنش محاسبه شده با دو روش تحلیلی و عددی می‌توان برای جهت‌های آناتومیکی قدامی و خلفی از رابطه‌ی استاندارد تحلیلی برای به دست آوردن فاکتور شدت تنش استفاده کرد، در صورتی که برای نواحی آناتومیکی میانی و جانبی، به دلیل اختلاف نتایج عددی و تحلیلی نمی‌توان از رابطه‌ی استاندارد تحلیلی استفاده نمود.

## ۵- مراجع

- [1] A. D. Woolf and K. J. B. Åkesson, "Preventing fractures in elderly people," vol. 327, no. 7406, pp. 89-95, 2003.
- [2] J. D. J. C. O. Currey and R. Research, "The mechanical properties of bone," vol. 73, pp. 210-231, 1970.
- [3] W. J. J. o. b. Bonfield, "Advances in the fracture mechanics of cortical bone," vol. 20, no. 11-12, pp. 1071-1081, 1987.
- [4] P. Lucksanasombool, W. Higgs, R. Higgs, and M. J. B. Swain, "Fracture toughness of bovine bone: influence of orientation and storage media," vol. 22, no. 23, pp. 3127-3132, 2001.
- [5] J. Melvin, "Crack propagation in bone," in *Abst. ASME 1973 Biomech. Symp.*, 1973, pp. 87-88.
- [6] P. Zioupos and J. J. B. Currey, "Changes in the stiffness, strength, and toughness of human cortical bone with age," vol. 22, no. 1, pp. 57-66, 1998.
- [7] X. Wang, X. Shen, X. Li, and C. M. J. B. Agrawal, "Age-related changes in the collagen network and toughness of bone," vol. 31, no. 1, pp. 1-7, 2002.
- [8] J. Behiri and W. J. J. o. b. Bonfield, "Fracture mechanics of bone—the effects of density, specimen thickness and crack velocity on longitudinal fracture," vol. 17, no. 1, pp. 25-34, 1984.
- [9] Z. Feng, J. Rho, S. Han, I. J. M. S. Ziv, and E. C, "Orientation and loading condition dependence of fracture toughness in cortical bone," vol. 11, no. 1, pp. 41-46, 2000.
- [10] T. L. Norman, D. Vashishth, and D. J. J. o. b. Burr, "Effect of groove on bone fracture toughness," vol. 25, no. 12, pp. 1489-1492, 1992.



[27] P. Luksanasombool, W.A. Higgs, R.J. Higgs, M.W. Swain. "Fracture toughness of bovine bone: influence of orientation and storage media," *Biomaterials* vol. 22, pp. 3127-32, 2001.

[25] R. R. Adharapurapu, F. Jiang, and K. S. Vecchio, "Dynamic fracture of bovine bone," *Materials Science and Engineering: C*, vol. 26, no. 8, pp. 1325-1332, 2006.

[26] J.-Y. Rho, L. Kuhn-Spearing, P. J. M. e. Zioupos, and physics, "Mechanical properties and the hierarchical structure of bone," vol. 20, no. 2, pp. 92-102, 1998