

## Analysis of Echocardiography Images using Manifold Learning

P. Gifani<sup>1</sup>, H. Behnam<sup>2\*</sup>, Z. Alizade Sani<sup>3</sup>

<sup>1</sup> M.Sc Graduated, Medical Image Processing Lab., School of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, p.gifani@gmail.com

<sup>2</sup> Assistant Professor, School of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

<sup>3</sup> Assistant Professor, Rajaei Cardiovascular Medical and Research Center, Tehran University of Medical Sciences, Tehran, Iran, zalizadeh@rajHos.ac.ir

---

### Abstract

Dimensionality reduction is an important task in machine learning, to simplify data mining, image processing, classification and visualization of high-dimensional data by mitigating undesired properties of high-dimensional spaces. Manifold learning is a relatively new approach to nonlinear dimensionality reduction. Algorithms for manifold learning are based on the intuition that the dimensionality of many data sets may be artificially high and each data point can be described as a function of only a few underlying parameters. Using this tool, intrinsic parameters of the system database, which are main distinction factors of data sets, are recognized and all of them lie on a manifold that shows the real relationship of parameters. One of the successful applications of these methods is in image analysis field. By this approach, each image is a data in high dimensional space that the pixels are its dimensions. Because echocardiography images obtained from a patient are different in quantitative parameters such as heartbeat periodic motion and noise, image sets are reduced to two-dimensional space by a proper manifold learning. In this article, after mapping echocardiography images in two-dimensional space, by using LLE and Isomap algorithms, similar images placed side by side and the relationships between the images according to the cyclic property of heartbeat became evident. The Results showed the weakness of Isomap algorithm and power of LLE algorithm in preserving the relation between consecutive frames. De-noising is an important application which extracted from this research.

**Key words:** Manifold learning, Echocardiography images, LLE, Isomap, De-noising.

---

\* Corresponding author

Address: Hamid Behnam, School of Electrical Engineering Iran University of Science & Technology (IUST), Hengam Ave., Resalat Squ., Tehran 16844, Iran

Tel: +98 21 77240492

Fax: +98 21 77240490

E-mail: behnam@iust.ac.ir

## به کارگیری یادگیری منیفلد برای تحلیل تصاویر اکوکاردیوگرافی

پریسا گیفانی<sup>۱</sup>، حمید بهنام<sup>۲\*</sup>، زهرا علیزاده ثانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد، آزمایشگاه پردازش تصاویر پزشکی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران p.gifani@gmail.com

<sup>۲</sup> استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

<sup>۳</sup> استادیار، مرکز آموزشی-تحقیقاتی و درمانی قلب و عروق شهید رجایی، دانشگاه علوم پزشکی تهران zalizadeh@rajHos.ac.ir

### چکیده

روش‌های کاهش بُعد غیرخطی، در دهه اخیر بار دیگر مورد توجه محافل علمی قرار گرفته‌اند. با تمرکز محققان علم کامپیوتر بر این مسئله، در چند سال اخیر مجموعه‌ای از ابزارها به وجود آمده‌اند که کاربردهای آنها در داده کاوی، پردازش تصویر، طبقه‌بندی، تحلیل و نمایاندن دادگان رو به افزایش است. در این میان یادگیری منیفلد ابزاری قدرتمند برای کاهش بُعد غیرخطی دادگان است. پارامترهای ذاتی سیستم که عامل اصلی تمایز دادگان از یکدیگرند با استفاده از این ابزار شناسایی شده و کل مجموعه بر روی منیفلدی که بیان‌کننده ارتباط واقعی پارامترهاست، قرار می‌گیرد. بدین ترتیب ارتباط بین دادگان در فضایی با بعد کمتر بیان می‌شود. یکی از کاربردهای موفق این روش‌ها در تحلیل تصاویر است. با این دیدگاه فرض می‌شود هر تصویر داده‌ای در بعد بالا بوده که هر پیکسل یک بعد از فضا را اشغال می‌کند. در صورتی که این مجموعه تصاویر از شیئی خاص اخذ شده باشند که براساس پارامترهای کمی با یکدیگر تفاوت دارند؛ می‌توان با استفاده از ابزارهای مناسب یادگیری منیفلد، این مجموعه تصاویر را در فضایی با بعد کمتر به گونه‌ای نگاشت کرد که ارتباط ذاتی پارامترها حفظ شود. در این تحقیق چگونگی به کارگیری این ابزار برای تحلیل مجموعه تصاویر اکوکاردیوگرافی مورد بررسی قرار می‌گیرد. از آنجا که تصاویر اکوکاردیوگرافی اخذ شده از یک بیمار براساس پارامترهای کمی از جمله حرکت تناوبی قلب و نویز متفاوت هستند، با استفاده از الگوریتم مناسب یادگیری منیفلد، مجموعه تصاویر در فضای دوبعدی فرونشاندن می‌شوند و ارتباط بین فریم‌های متوالی در فضای جدید تعیین می‌شود. در این تحقیق با استفاده از دو الگوریتم LLE و JSOMAP پس از نگاشت چند دوره تناوب تصاویر در فضای دوبعدی، تصاویر مشابه در کنار یکدیگر قرار گرفته و رابطه بین تصاویر بر اساس خاصیت تناوبی ضربان قلب نمایان می‌شود. نتایج حاکی از ضعف الگوریتم JSOMAP و قدرت الگوریتم LLE در حفظ ارتباط واقعی تصاویر اکوکاردیوگرافی در فضای دوبعدی است. در نهایت، کاهش نویز تصاویر به صورت میانگین‌گیری تصاویر مشابه بر روی منیفلد حاصل از الگوریتم LLE به عنوان یک کاربرد مفید معرفی می‌شود.

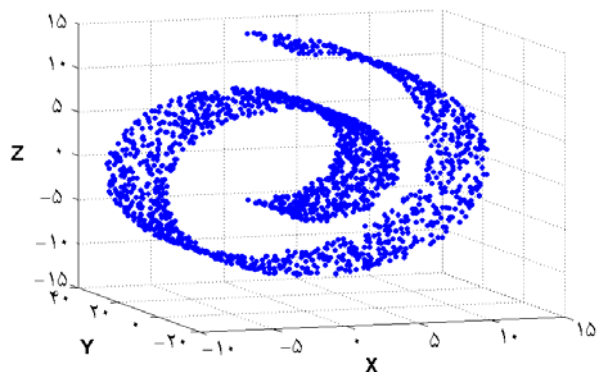
کلیدواژگان: یادگیری منیفلد، تصاویر اکوکاردیوگرافی، الگوریتم LLE، الگوریتم JSOMAP کاهش نویز.

\*عهده‌دار مکاتبات

نشانی: تهران، میدان رسالت، خیابان هنگام، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی برق

تلفن: ۰۷۷۲۴۰۴۹۲، دورنگار: ۰۷۷۲۴۰۴۹۰، پیام نگار: behnam@iust.ac.ir

## ۱- مقدمه



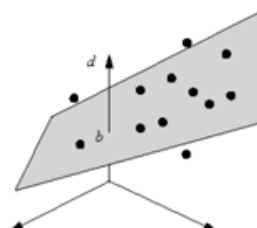
شکل ۲- نمونه‌ای از مجموعه دادگان با ارتباط غیرخطی که روش‌های رایج خطی قادر به کاهش بعد آن نیستند.

اما با در نظر گرفتن زیر فضای خطی مناسب می‌توان این مجموعه دادگان را در فضای دوبعدی نگاشت کرده و از پیچیدگی مسئله کاست و بدین ترتیب ارتباط بین دادگان را بر اساس پارامترهای واقعی سیستم به تصویر کشید. البته هنگامی که پارامترهای ذاتی سیستم ارتباط خطی و به ظاهر معناداری با یکدیگر نداشته باشند، روش‌های خطی پاسخ‌گو نبوده و باید با کمک روش‌های غیرخطی به حل مسئله پرداخته شود [۱، ۲]. برای مثال در شکل ۲ هیچ زیر فضای خطی نمی‌توان یافت که با نگاشت دادگان بر روی آن بعد سیستم را کاهش داد.

در زمینه کاهش بعد غیرخطی سیستم، ایده یادگیری منیفولد<sup>۳</sup> یکی از جدیدترین روش‌هاست [۱، ۲]. در طول دهه گذشته با مطرح شدن این ایده، الگوریتم‌های مختلفی برای کاهش بعد غیرخطی ارائه شده است؛ از معروف‌ترین الگوریتم‌های یادگیری می‌توان به ISOMAP<sup>۴</sup> [۱]، LLE<sup>۵</sup> [۲]، نقشه دیفیوژن<sup>۶</sup> [۶]، LEI<sup>۷</sup> [۷] و هیسین LLE<sup>۸</sup> [۸] اشاره کرد. ایده اصلی در این روش‌ها کاهش بعد سیستم بر اساس حفظ ارتباط بین دادگان است که می‌تواند به صورت حفظ فاصله بیان شود. امروزه یکی از کاربردهای جدید این ایده، در زمینه پردازش تصویر است [۹، ۱۰]. با این دیدگاه و با در اختیار داشتن یک مجموعه تصاویر مشابه، هر تصویر به عنوان یک داده در نظر گرفته می‌شود و با توجه به اینکه هر تصویر توسط تعدادی پیکسل بیان می‌شود، بعد ظاهری هر داده تعداد این پیکسل‌ها خواهد بود. اما با وجود شباهت زیاد

امروزه در بسیاری از کاربردها در زمینه یادگیری ماشین، با مجموعه دادگانی سر و کار داریم که هر داده به وسیله مجموعه‌ای از پارامترها تعریف شده است. هر چند که تعداد زیاد دادگان می‌تواند در کلیت بخشیدن و عمومیت دادن رفتار سیستم مؤثر باشد، اما اگر تعداد پارامترهایی که هر داده را مشخص می‌کند (بعد هر داده) مقدار بزرگی باشد، می‌تواند موجب افزایش زمان محاسبات و پیچیده‌تر شدن آن گردد. برای رفع این مشکل سعی می‌شود هر داده به وسیله پارامترهای کمتری بیان شود و با استفاده از این پیش پردازش، بعد سیستم کاهش یابد. این امر در تسهیل طبقه‌بندی، فشرده‌سازی، تجسم و به تصویر کشیدن دادگان با ابعاد بالا بسیار مؤثر است [۱، ۲].

در زمینه کاهش بعد یک سیستم که شامل تعداد زیادی داده است، روش‌های بسیار زیادی ارائه شده است که می‌توان آنها را در دو دسته کلی خطی و غیرخطی قرار داد. اساس این‌گونه الگوریتم‌ها همگی بر این ایده استوار است که بعد بالای یک سیستم الزاماً بعد واقعی و ذاتی آن سیستم نیست؛ بلکه تعداد پارامترهای واقعی که هر یک از دادگان را از یکدیگر تفکیک می‌کند، می‌تواند کمتر از بعد ظاهری آن باشد [۱-۳]. از روش‌های قدیمی و خطی کاهش بعد، می‌توان به دو روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۱</sup> (PCA) [۴] و تغییر مقیاس چندبعدی<sup>۲</sup> (MDS) [۵] اشاره کرد. این روش‌ها تنها برای مواردی که ارتباطی خطی بین پارامترهای دادگان وجود دارد مناسب هستند که این امر می‌تواند به عنوان یک محدودیت تلقی شود [۱-۳]. به عنوان مثال در شکل ۱ هر داده به وسیله ۳ پارامتر بیان شده و بنابراین بعد ظاهری سیستم ۳ است.



شکل ۱- نگاشت دادگان سه‌بعدی بر روی زیر فضای خطی دوبعدی

<sup>1</sup> Principal Component Analysis

<sup>2</sup> MultiDimensional Scaling

<sup>3</sup> Manifold Learning

<sup>4</sup> Isometric Map

<sup>5</sup> Locally Linear Embedding

<sup>6</sup> Diffusion Map

<sup>7</sup> Laplacian Eigenmap

<sup>8</sup> Heissian LLE

اگرچه تاکنون عمده تحقیقات بر روی تصاویر MRI قلبی<sup>۹</sup> برای ناحیه‌بندی<sup>۱۰</sup> [۱۰] و کاهش نویز<sup>۱۱</sup> [۱۱] بوده؛ ولی در مقالات به امکان تحلیل تصاویر اکوکاردیوگرافی<sup>۱۲</sup> با این ابزار اشاره شده است [۹]. با توجه به اینکه تصاویر اکوکاردیوگرافی دارای تغییرات تناوبی بوده و همراه با نویزند؛ می‌توان با کاهش بعد غیرخطی، ارتباط بین فریم‌ها را مشخص کرد و از اطلاعات استخراج شده نتایج کاربردی قابل قبولی به دست آورد. بر این اساس و با توجه به اهمیت تصویربرداری قلب به وسیله اولتراسوند، هدف اصلی این مقاله به‌کارگیری ابزار یادگیری منیفولد در کاهش بعد تصاویر اکوکاردیوگرافی و مقایسه بین دو روش ISOMAP و LLE در استخراج اطلاعات مناسب در مورد ارتباط بین فریم‌ها است. در نهایت برای بهره‌گیری از این اطلاعات، کاهش نویز تصاویر به عنوان یک کاربرد ارائه می‌شود.

## ۲- روش

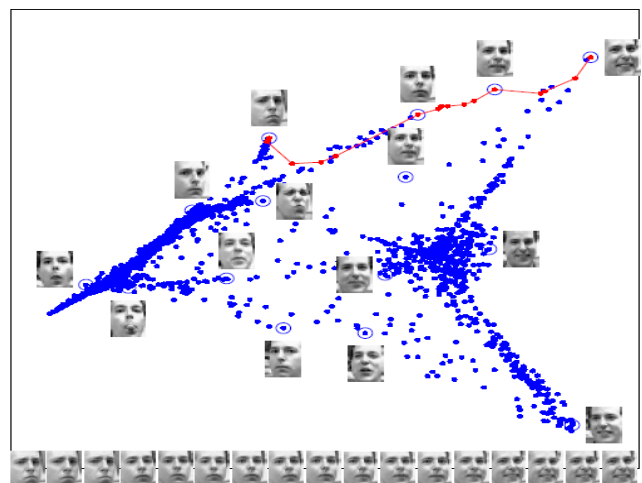
در هندسه منیفولد که هندسه‌ای متفاوت با هندسه اقلیدسی دارد؛ واژه منیفولد به هر رویه، منحنی و یا شکل پیچیده غیر خطی اطلاق می‌شود. در حقیقت در روش یادگیری منیفولد سعی بر این است که پارامترهای ذاتی سیستم شناسایی شده و کل مجموعه دادگان بر روی منیفولدی که بیان‌کننده ارتباط ذاتی پارامترهاست، قرار گرفته و ارتباط بین دادگان در فضایی با بعد کمتر بیان شود. با فرض اینکه  $X_i$  شامل  $N$  نمونه با بعد  $D$  باشد، با نگاشت مناسب یادگیری منیفولد و با حفظ ارتباط ذاتی دادگان، متناظر با هر  $X_i$  یک  $Y_i$  خواهیم داشت که دارای بعد  $d$  بوده که در آن  $d \ll D$  است [۳-۱].

$$x_1, x_2, \dots, x_N \in R^D \xrightarrow{f} y_1, y_2, \dots, y_N \in R^d \quad (1)$$

روش‌های کاهش بعد غیرخطی به دو دسته کلی سراسری<sup>۱۳</sup> و موضعی<sup>۱۴</sup> تقسیم می‌شوند. روش‌های غیرخطی سراسری برای کاهش بعد، روش‌هایی هستند که نه تنها سعی در حفظ ویژگی‌های کلی دادگان دارند، بلکه قابلیت تعبیر یک نگاشت غیرخطی بین دادگان در بعد بالا با دادگان در بعد پائین را نیز دارند. در روش‌های غیرخطی موضعی با حفظ ساختار محلی، دادگان به بعد پائین نگاشت می‌شوند.

تصاویر سعی می‌شود پارامترهای ذاتی که موجب اختلاف اندک و تمایز تصاویر از یکدیگرند، شناسایی شده و با استفاده از این پارامترها و استفاده از الگوریتم مناسب یادگیری منیفولد، ارتباط بین تصاویر استخراج شود. در شکل ۳ کاهش بعد و به عبارت دیگر نمایش ارتباط مجموعه تصاویر مشابه در فضای دوبعدی بر اساس الگوریتم LLE نشان داده شده است [۲]. این مجموعه تصاویر شامل ۱۹۶۵ تصویر بوده که هر تصویر دارای اندازه  $28 \times 20$  پیکسل است. به عبارتی بعد اولیه تصاویر ۵۶۰ بوده که با روش یادگیری منیفولد هر تصویر به فضای دوبعدی نگاشته شده و ارتباط بین تصاویر مشخص می‌شود. در این شکل هر نقطه متناظر با یک تصویر بوده که برخی از این تصاویر به عنوان نمونه بر روی شکل نشان داده شده است. تصاویر متوالی پائین شکل متناظر با نقاط قرار گرفته بر روی مسیر متوالی افقی در تصویر است که تغییرات حال چهره فرد در یک زاویه دید ثابت در آن کاملاً دیده می‌شود.

تحقیقات انجام شده با استفاده از این ایده در تصاویر پزشکی یکی از زمینه‌های جدید و رو به رشد است که امید می‌رود در آینده‌ای نزدیک از برترین ابزارهای تحلیل و تحلیل انواع مختلف تصاویر پزشکی محسوب شود.



شکل ۳- نمایش ارتباط مجموعه تصاویر مشابه در فضای دوبعدی بر اساس الگوریتم LLE. تغییرات تصاویر بر اساس پارامترهای حالت چهره و برای چرخش سر است (با کسب اجازه از مؤلفان برای بازنشر) [۲]

<sup>9</sup> Cardiac Magnetic Resonance Imaging  
<sup>13</sup> Global

<sup>10</sup> Segmentation  
<sup>14</sup> Local

<sup>11</sup> De-noising

<sup>12</sup> Echocardiography

۳. پیاده‌سازی الگوریتم MDS:

این الگوریتم نگاهی است که دادگان با بعد بالا را به شرط حفظ فاصله بین هر دو جفت داده، به بعد پائین می‌نگارد. پس از محاسبه فاصله ژئودسیک بین تمام زوج داده‌ها و ذخیره آن در ماتریس  $D$ ، رابطه (۲) برقرار خواهد بود.

$$X^T X = -\frac{1}{2} \left[ I - \frac{1}{N} 1_N 1_N^T \right] D \left[ I - \frac{1}{N} 1_N 1_N^T \right] \quad (2)$$

حال با استفاده از تحلیل بردار ویژه ماتریس  $X^T X$  را به صورت ترکیب ماتریس‌های قطری  $(\lambda)$  و متعامد  $(U)$  تعریف می‌کنیم:

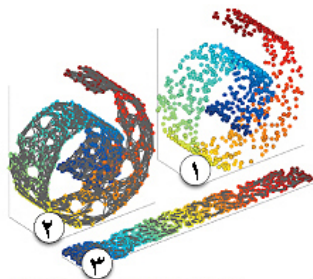
$$X^T X = U \lambda U^T \quad (3)$$

به این ترتیب با استفاده از رابطه (۳) می‌توان به مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس  $X^T X$  دست یافت. در نهایت با نگه داشتن بردارهای ویژه متناظر با  $d$  تا از بزرگ‌ترین مقادیر ویژه به نگاشت مطلوب خواهیم رسید:

$$Y = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_d}) [U_1, U_2, \dots, U_d] \quad (4)$$

در این صورت  $Y^T Y$  بهترین تخمین برای  $X^T X$  خواهد بود؛ به این صورت که فاصله نقاط تا حد ممکن حفظ خواهد شد.

شکل ۴ چگونگی پیاده‌سازی این الگوریتم را نشان داده است [۱]. در صورتی که تنها با استفاده از فاصله اقلیدسی فاصله نقاط تعیین شوند، ممکن است نقاطی دور به‌عنوان همسایه‌های نزدیک در نظر گرفته شده و نتیجه اشتباه حاصل شود. بنابراین هنگامی که ارتباط بین دادگان غیرخطی است، تعیین فاصله ژئودسیک دادگان بسیار ضروری خواهد بود.



شکل ۴-۱. دادگان ارتباطی غیرخطی داشته و ممکن است نقاط دور به‌عنوان همسایه نزدیک در نظر گرفته شوند؛  
 ۲. نمودار همسایگی برای اتصال نقاط همسایه ایجاد شده و  
 فواصل از روی این نمودار حاصل می‌شود؛ ۳. کاهش بعد از فضای  
 ۳ به ۲ انجام شده است.

در ادامه به معرفی دو الگوریتم پر کاربرد ISOMAP [۱] (روش سراسری) و LLE [۲] (روش موضعی) که در این تحقیق پیاده‌سازی شدند، می‌پردازیم.

## ۱-۲- الگوریتم ISOMAP

الگوریتم ISOMAP از اولین الگوریتم‌های مجموعه یادگیری منیفولد است که در سال ۲۰۰۰ در مجله ساینس<sup>۱۵</sup> معرفی شد [۱]. این الگوریتم جزء روش‌های سراسری بوده که با حفظ فاصله بین نقاط به کاهش بعد غیرخطی می‌پردازد. می‌توان گفت که این روش، بهبود یافته روش خطی کاهش بعد MDS<sup>۱۶</sup> است. الگوریتم ISOMAP به سه مرحله کلی تقسیم می‌شود:

۱. یافتن نقاط همسایه برای هر داده:

مرحله اول این الگوریتم یافتن تعداد  $k$  همسایه نزدیک برای هر داده است. برای یافتن این نقاط ۲ روش وجود دارد. حالت اول این است که مقدار  $k$  را ثابت در نظر گرفته و به وسیله فواصل اقلیدسی  $k$  همسایه نزدیک هر داده را به دست آوریم. حالت دیگر این است که یک شعاع همسایگی در نظر گرفته و تمام نقاطی که در این شعاع قرار دارند به‌عنوان همسایه نزدیک آن داده محسوب شوند. که در این تحقیق فاصله بین نقاط بر اساس تابع فاصله اقلیدسی محاسبه شد. پس از به دست آمدن نقاط همسایه، نموداری شکل می‌گیرد که این نقاط را به هم متصل می‌کند. در این نمودار اندازه یال‌ها فاصله بین دو نقطه خواهد بود که چون همسایه هم هستند، به طور مستقیم به هم وصل شده‌اند.

۲. محاسبه فاصله ژئودسیک<sup>۱۷</sup> بین دادگان:

کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه بر روی نمودار، بهترین تخمین برای محاسبه فاصله ژئودسیک است. یافتن این فواصل ژئودسیک بر روی نمودار به وسیله الگوریتم‌های دینامیکی معروفی چون دیجیتسرا<sup>۱۸</sup> یا فلویید<sup>۱۹</sup> قابل پیاده‌سازی است [۱۲]. شایان ذکر است که فاصله اقلیدسی از اتصال خط مستقیم بین دو نقطه به دست می‌آید که کوتاه‌ترین فاصله است؛ در صورتی که فاصله ژئودسیک فاصله‌ایست بین دو نقطه که روی مسیر منیفولد محاسبه شده است و لزوماً کوتاه‌ترین مسیر نیست.

<sup>15</sup> Science  
<sup>19</sup> Floyd

<sup>16</sup> Multi Dimensional Scaling

<sup>17</sup> Geodesic

<sup>18</sup> Dijkstra

## ۲-۲- الگوریتم LLE

با فرض این که داده‌ها بر روی و یا نزدیک یک منیفلد با بعد  $d$  قرار دارند؛ تصور می‌کنیم که تبدیلی خطی شامل جابه‌جایی، چرخش و تغییر اندازه‌ای وجود دارد که مختصات با بعد بالا را به مختصات ذاتی منیفلد نگاشت می‌کند. در این نگاشت ضرائب  $w_{ij}$  به گونه‌ای طراحی می‌شوند که ویژگی‌های هندسی دادگان به این تبدیلات خطی، ثابت باقی بمانند. به این صورت که رابطه محلی دادگان در بعد بالا، در بعد پائین نیز همچنان حفظ شود. به عبارتی  $w_{ij}$  هایی که  $x_i$  را در فضای  $D$  بعدی بازسازی کرده‌اند، باید قادر به بازسازی دادگان در فضای  $d$  بعدی  $y_i$  باشند. این مرحله با کمینه کردن تابع ارزشی (۶) انجام می‌گیرد:

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^N \left| \bar{y}_i - \sum_{j=1}^k w_{ij} \bar{y}_j \right|^2 \quad (6)$$

این تابع همانند رابطه (۵) سعی در کمینه‌کردن خطای بازسازی دارد با این تفاوت که در اینجا تنها با اطلاعات ضرایب  $w_{ij}$ ،  $y_i$  ها محاسبه می‌شوند و در این مرحله هیچ استفاده‌ای از  $x_i$  ها نمی‌شود. به عبارتی کاهش بعد با حفظ اطلاعات هندسی اخذ شده از ضرائب انجام می‌گیرد. برای حل این رابطه از روش تحلیل بردار ویژه استفاده می‌کنیم. با بازنویسی مجدد رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \varphi(y) &= \sum_i \left| \bar{y}_i - \sum_j w_{ij} \bar{y}_j \right|^2 \\ &= \sum (\bar{y}_i - \sum_j w_{ij} \bar{y}_j) (\bar{y}_i - \sum_j w_{ij} \bar{y}_j) \\ &= \sum_{ij} M_{ij} (\bar{y}_i \cdot \bar{y}_j) \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن ماتریس  $M$  طبق معادله (۸) تعریف می‌شود:

$$M_{ij} = \sigma_{ij} - w_{ij} - w_{ji} + \sum_k w_{ki} w_{kj} = (I - W)^T (I - W) \quad (8)$$

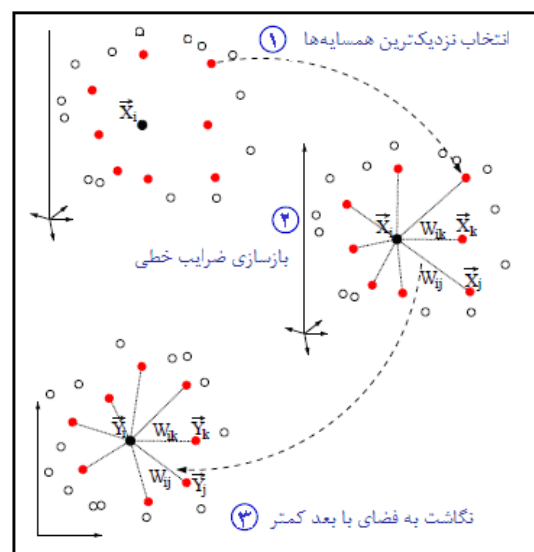
در نتیجه با محاسبه بردارهای ویژه معادل  $d$  کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس  $M$  می‌توان تابع ارزشی را کمینه کرد. بردارهای ویژه به‌دست‌آمده، مختصات جدید فضای خروجی الگوریتم LLE هستند و به این ترتیب ارتباط بین  $y_i$  ها در فضای با بعد  $d$  نمایش داده می‌شود [۲].

برای اعمال این الگوریتم بر روی مجموعه تصاویر اخذ شده از یک شیء خاص، فرض می‌شود که در هر تصویر  $N \times N$  پیکسلی، هر پیکسل معرف یک بعد بوده و در نتیجه

الگوریتم LLE ساختار محلی دادگان را حفظ می‌کند. در این روش ویژگی محلی دادگان منیفلد به وسیله ترکیب خطی همسایگان نزدیک بازسازی شده و یک سری ضرائب به‌دست می‌آید. سپس حین کاهش بعد دادگان، تلاش می‌شود که این ضرائب در بازسازی حفظ شوند [۲]. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، پیاده‌سازی این الگوریتم در سه مرحله انجام می‌شود. مرحله اول یافتن تعداد  $k$  همسایه نزدیک است. این عمل به دو صورت مطرح شده در بخش قبل امکان‌پذیر است. که مانند روش ISOMAP از فاصله اقلیدسی برای  $k$  ثابت در نظر گرفته شد. معمولاً پاسخ LLE برای یک محدوده مشخص از  $k$  پایدار است [۲]. در این مقاله پس از تحلیل تجربی، این محدوده پایدار در بازه  $8 \leq k \leq 12$  قرار گرفته و در تمامی پیاده‌سازی‌های این تحقیق مقدار  $k$  ثابت و برابر ۱۲ در نظر گرفته شده است. پس از انتخاب مناسب  $k$  در مرحله دوم ضرائب خطی  $w_{ij}$  بازسازی می‌شوند. بازسازی بهینه این ضرائب با کمینه کردن تابع ارزشی (۵) و با حفظ قیود  $\sum_{j=1}^k w_{ij} = 1$  و  $w_{ij} = 0$  برای  $j > k$  انجام می‌گیرد.

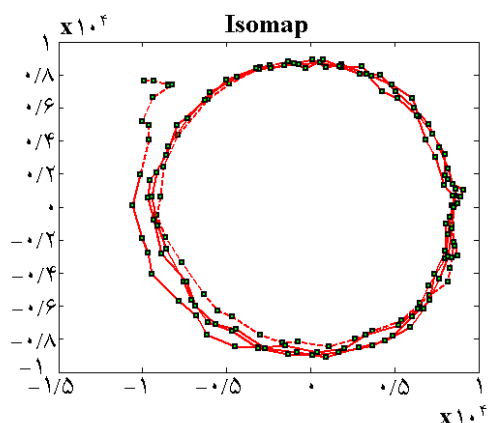
$$E(w) = \sum_{i=1}^N \left| \bar{x}_i - \sum_{j=1}^k w_{ij} \bar{x}_j \right|^2 \quad (5)$$

پس از بازسازی ضرایب، در گام آخر،  $x_i$  در فضای  $D$  بعدی به  $y_i$  در فضای  $d$  بعدی نگاشته می‌شود.

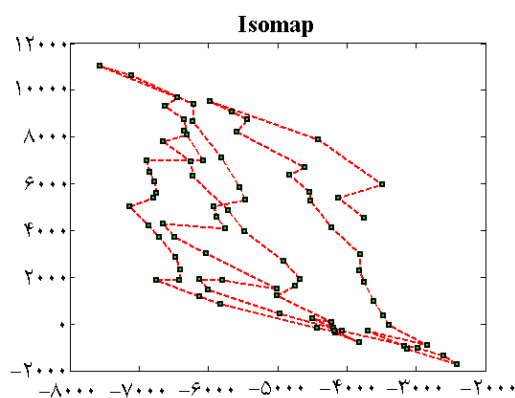


شکل ۵- خلاصه‌ای از الگوریتم LLE

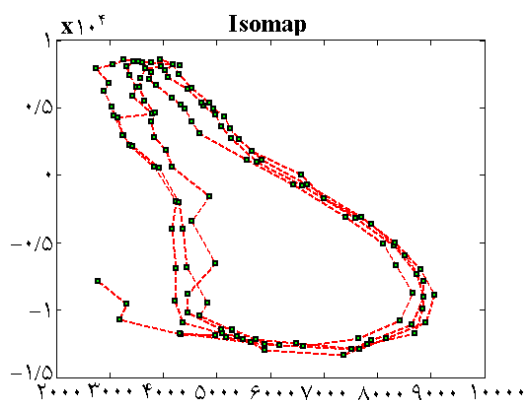
بردار ویژه اول برای نگاشت تصاویر به فضای جدید حداکثر اطلاعات را حفظ می‌کنند.



شکل ۶- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم ISOMAP بر روی ۱۲۰ تصویر دوحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی اول



شکل ۷- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم ISOMAP بر روی ۸۰ تصویر دوحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی دوم



شکل ۸- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم ISOMAP بر روی ۱۲۰ تصویر چهارحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی سوم

بعد ظاهری تصویر  $N^2$  است که عدد بسیار بزرگی خواهد شد. در این مقاله با در اختیار داشتن مجموعه تصاویر اکوکاردیوگرافی، هر  $x_i$  معادل یک فریم با بعد بالای  $D = N^2$  بوده که به  $y_i$  در فضای  $d = 2$  بعدی نگاشته می‌شود و کل مجموعه بر روی یک منحنی غیرخطی قرار می‌گیرد.

### ۳- کاهش بعد تصاویر اکوکاردیوگرافی

#### ۳-۱- اخذ تصاویر

تصاویر اکوکاردیوگرافی مورد بررسی از سه فرد سالم و از نماهای دو و چهار حفره‌ای قلب با استفاده از دستگاه ویوید سه<sup>۲۰</sup> و پروب ۲MHz با ابعاد هر فریم  $200 \times 200$  اخذ شد. این دستگاه یکی از جدیدترین سیستم‌های تصویربرداری است که عملیات پیش‌پردازش لگاریتمی بر روی تصاویر اعمال می‌کند و بدین ترتیب نویز ضربی از این تصاویر حذف می‌شود. برای تحلیل تصاویر با الگوریتم‌های کاهش بعد، چند تناوب متوالی از تصاویر ذخیره شد که دو مورد شامل ۱۲۰ نمونه تصویر از سه چرخه متوالی و یک نمونه شامل ۸۰ تصویر و دو تناوب قلبی است.

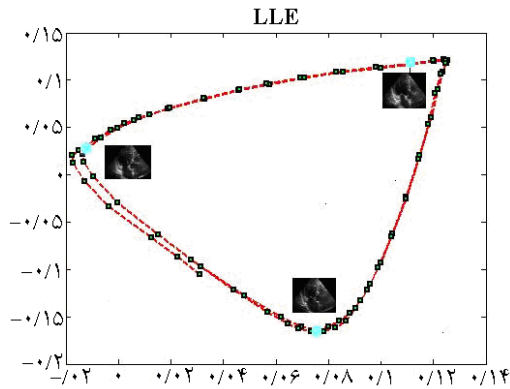
حین تصویربرداری، پزشک متخصص به گونه‌ای به ثبت تصاویر پرداخت که تا حد امکان پروب در جای خود ثابت بوده و جابه‌جایی ناشی از تغییرات تنفسی حداقل باشد.

#### ۳-۲- کاهش بعد

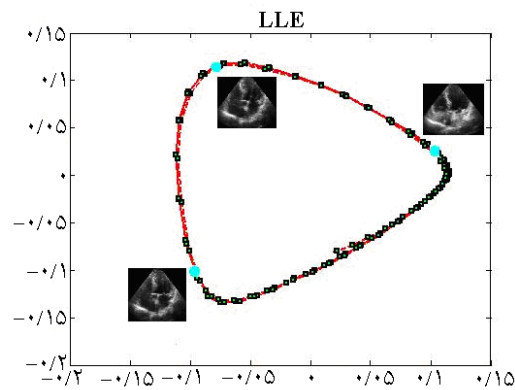
همان‌طور که ذکر شد، هر تصویر  $200 \times 200$  پیکسل بوده و بنابراین بعد ظاهری هر داده ۴۰۰۰۰ است. تعداد همسایگان هر نمونه برابر ۱۲ در نظر گرفته شده است. در شکل‌های ۶-۸ منیفلدهای دوبعدی مربوط به سه مورد سالم از اعمال الگوریتم ISOMAP نشان داده شده است. به این دلیل مجموعه تصاویر در فضای دوبعدی فرونشاندن شدند که در رابطه (۳)، دو مقدار ویژه اولیه بزرگترین مقادیر بوده و نگه داشتن تنها دو بردار ویژه متناظر با این مقادیر ویژه بزرگ کفایت می‌کند. در شکل ۹ مقادیر ویژه متناظر با ۹ بردار ویژه برای یکی از نمونه‌های مورد بررسی رسم شده است که نشان می‌دهد ۲

<sup>20</sup> Vivid3





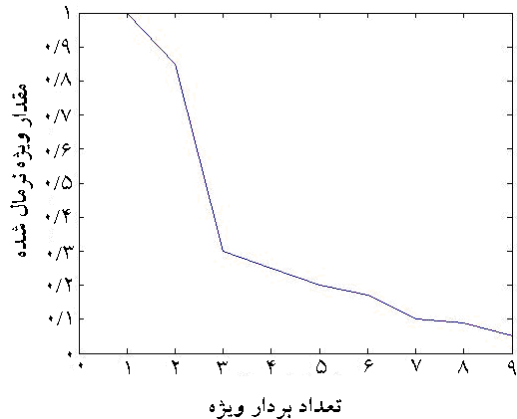
شکل ۱۱- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم LLE بر روی تصویر دوحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی دوم



شکل ۱۲- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم LLE بر روی تصویر چهارحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی سوم

در این روش که ویژگی اصلی آن حفظ همسایگی تصاویر مشابه در نگاشت به فضای با بعد کم است، ارتباط نقاط به خوبی حفظ شده است. به عبارت دیگر از آنجا که ماتریس فواصل بین نمونه‌ها ماتریسی  $k$  تنگ بوده که برای هر نمونه تنها فاصله بین  $k$  نقطه همسایه را در نظر می‌گیرد، اطلاعات تصاویر همسایه به خوبی حفظ شده و خطایی ایجاد نمی‌شود. به این دلیل مجموعه تصاویر در فضای دوبعدی فرونشاندن شدند که تنها بردارهای ویژه متناظر با سه مقدار ویژه پائین، تابع ارزشی رابطه (۸) را کمینه می‌کنند و با در نظر گرفتن ابعاد بالاتر اطلاعات جدیدی به دست نمی‌آید.

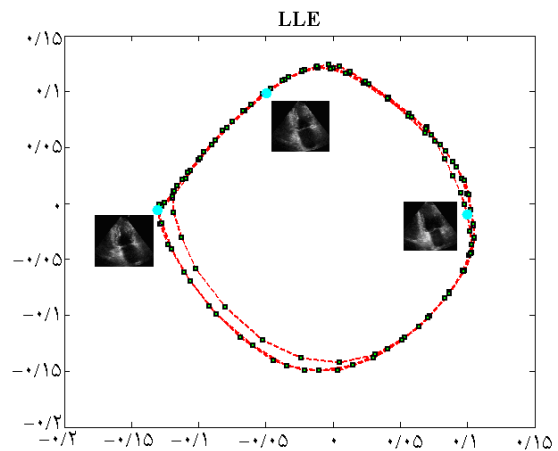
شکل ۱۳ مقادیر ویژه متناظر با ۹ بردار ویژه برای یکی از نمونه‌های مورد بررسی رسم شده است که نشان می‌دهد ۳ بردار ویژه آخر برای کمینه کردن رابطه مذکور کفایت می‌کند. این نتیجه برای سایر موارد نیز صحت دارد و به منظور پرهیز از تکرار، نمایش داده نشده است.



شکل ۹- مقادیر ویژه متناظر با ۹ بردار ویژه رابطه (۳)

از پیاده‌سازی الگوریتم ISOMAP نتیجه قابل قبولی حاصل نشد. دلیل آن می‌تواند این امر باشد که این الگوریتم جزء روش‌های سراسری کاهش بعد است و تمامی نقاط را به صورت همزمان مورد بررسی قرار می‌دهد (به این معنی که فاصله بین هر نقطه با تمامی نقاط مجموعه در ماتریس فاصله لحاظ می‌شود)، و ممکن است باعث ایجاد خطا در حفظ ارتباط بین تصاویر شود.

حال الگوریتم LLE را در مورد تصاویر اکوکاردیوگرافی مورد بررسی قرار می‌دهیم. در شکل‌های ۱۰-۱۲ نتیجه اعمال این الگوریتم بر سه آزمودنی مورد نظر نمایش داده شده است. در هر شکل، متناظر با هر تصویر یک نمونه در فضای دوبعدی داریم که سه تصویر به عنوان نمونه با نقاط مربع شکل مشخص شده‌اند.

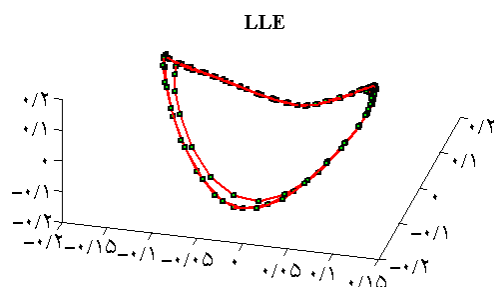


شکل ۱۰- منیفلد حاصل از اعمال الگوریتم LLE بر روی تصویر دوحفره‌ای قلب سالم- آزمودنی اول

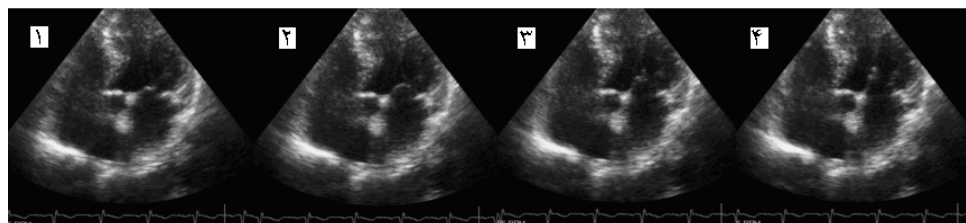


چرخه اول قلبی آزمودنی سوم در شکل ۱۵ نمایش داده شده است. تغییرات شدید حرکت دریچه دولتی<sup>۲۱</sup> در این چهار فریم نمایان است.

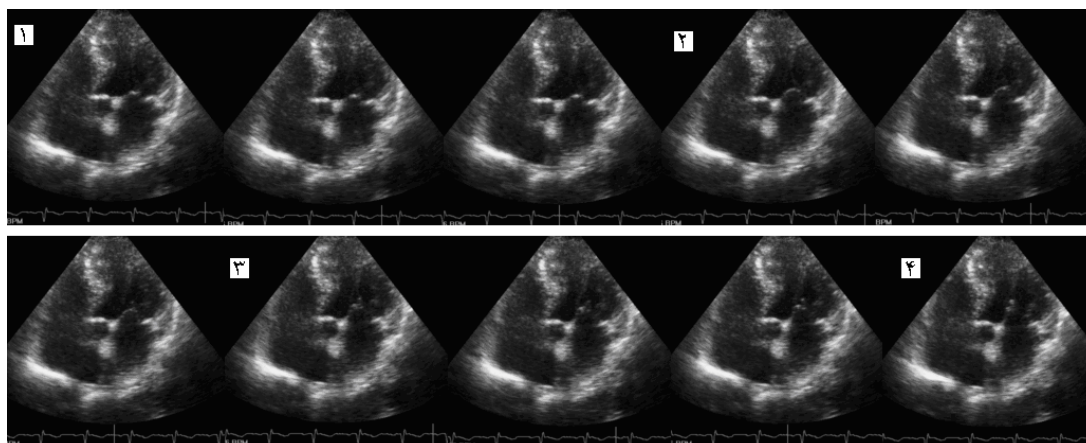
در شکل ۱۶ با گنجاندن تصاویری که منیفلد متناظر آنها در چرخه‌های بعدی در کنار نقاط چرخه اول قرار می‌گیرد، تصاویر مشابه نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با استفاده از این روش نقاط نزدیک به هم در منیفلد، متناظر با تصاویر بسیار شبیه به هم هستند و از انطباق نقاط متناظر تشریحی<sup>۲۲</sup> قلب اطمینان حاصل می‌شود. در شکل ۱۶ حرکت آهسته‌تری از دریچه دولتی قابل مشاهده است.



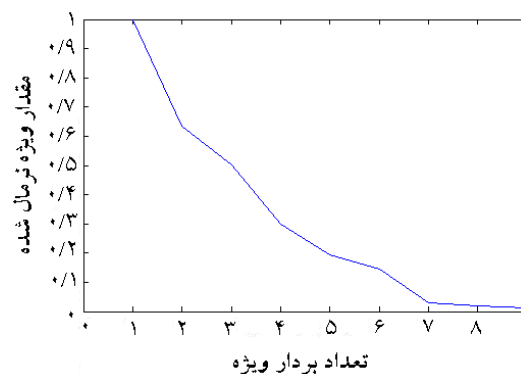
شکل ۱۴- منیفلد تصاویر مورد سوم در فضای سه‌بعدی



شکل ۱۵- چهار فریم متوالی از یک دوره تناوب قلبی



شکل ۱۶- قرار دادن تصاویر متناظر با نقاط نزدیک به هم در منیفلد استخراج شده از الگوریتم LLE



شکل ۱۳- بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه ماتریس M در رابطه (۸) برای یکی از نمونه‌های مورد بررسی

همچنین با رسم دادگان در فضای سه‌بعدی این نتیجه حاصل شد که بدون از دست دادن اطلاعات می‌توان ارتباط بین تصاویر را در فضای دوبعدی نیز به خوبی حفظ کرد. بنابراین به دلیل امکان درک و مشاهده آسان‌تر نقاط در فضای دوبعدی نسبت به فضاهای بالاتر، بعد نهایی کاهش یافته ۲ در نظر گرفته شد. شکل ۱۴ نمونه‌ای از تصویر فرونشاندن شده در فضای سه‌بعدی است.

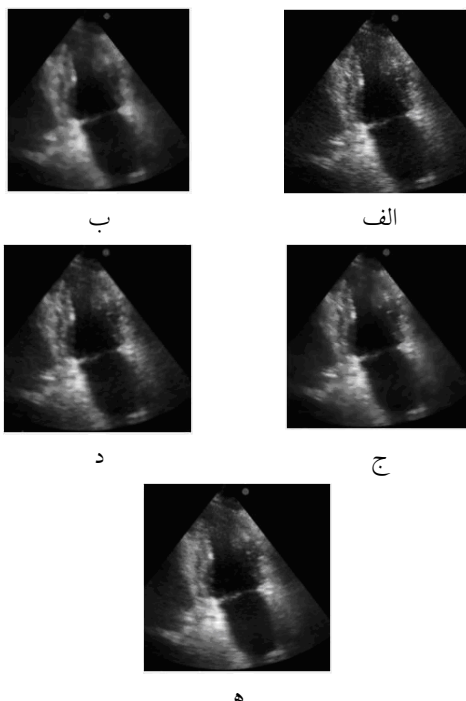
با اعمال الگوریتم LLE ارتباط بین تصاویر به صورت تناوبی حفظ شده است. برای درک بهتر ۴ فریم متوالی از

<sup>21</sup> Mitral

<sup>22</sup> Anatomic

حال نتیجه حاصل از روش پیشنهادی کاهش نویز را بر اساس معیارهای معرفی شده با سه روش مرسوم کاهش نویز اسپکل از جمله مدین [۱۵]، وینر [۱۶] و فراست [۱۷] مقایسه می‌کنیم.

در آزمودنی‌های اول و سوم هر سه فریم مشابه میانگین‌گیری شده و سه تناوب نویزی قلب به یک تناوب بدون نویز تبدیل می‌شود و در مورد دوم به علت بررسی دو چرخه قلبی، از هر دو فریم مشابه میانگین‌گیری به عمل آمد. شکل ۱۷ نمونه‌ای از یک فریم است که با روش‌های مختلف کاهش نویز یافته است. با بررسی کیفی تصاویر به وسیله متخصص اکوکاردیوگرافی نتایج مشابهی حاصل شد. تصاویر کاهش نویز یافته با روش‌های مختلف به روش کور<sup>۲۹</sup> به متخصص ارائه شد و طبق نظر متخصص با استفاده از روش پیشنهادی علاوه بر کاهش نویز و حداقل مات شدگی تصاویر، خاصیت تشریحی بافت‌ها نسبت به سه روش دیگر بهتر حفظ شده و همچنین کنتراست تصاویر در روش پیشنهادی بهبود یافته است. در جدول ۱ مقایسه کمی روش‌های مختلف نمایش داده شده است.



شکل ۱۷- مقایسه روش‌های مختلف کاهش نویز:

الف) تصویر اولیه نویزی؛ ب) کاهش نویز با فیلتر مدین؛ ج) کاهش

نویز با فیلتر وینر؛ د) کاهش نویز با فیلتر فراست؛

ه) کاهش نویز با روش پیشنهادی

با توجه به نتیجه به دست آمده، از این پس تنها به استخراج اطلاعات مفید از مینفلد مربوط به الگوریتم LLE خواهیم پرداخت. یکی از کاربردهای مناسب از اطلاعات استخراج شده از مینفلد تصاویر اکوکاردیوگرافی می‌تواند کاهش نویز تصاویر باشد. در مرجع [۱۳] کاربرد مفید دیگری از این فضای جدید کاهش بعدیافته به منظور استخراج فریم‌های انتهای سیستول<sup>۲۳</sup> و انتهای دیاستول<sup>۲۴</sup> در یک چرخه قلبی، ارائه شده است. از روش‌های رایج کاهش نویز اسپکل<sup>۲۵</sup> می‌توان به میانگین‌گیری فریم‌های متوالی با الگوهای مستقل اسپکل [۱۴] و همچنین استفاده از فیلترهای معروفی چون مدین<sup>۲۶</sup> [۱۵]، وینر<sup>۲۷</sup> [۱۶] و فراست<sup>۲۸</sup> [۱۷] اشاره کرد. هرچند که این روش‌ها به کاهش نویز می‌انجامد اما باعث مات شدن تصاویر نیز می‌شوند.

روش پیشنهادی کاهش نویز، میانگین‌گیری از تصاویری است که بر روی مینفلد و در همسایگی یکدیگر قرار دارند بسته به این که چند چرخه قلبی مورد بررسی قرار می‌گیرد، تعداد فریم‌های میانگین‌گیری هم متفاوت است. به عبارت دیگر با در اختیار داشتن سه تناوب قلبی، سه فریم مشابه استخراج شده میانگین‌گیری می‌شوند و به همین ترتیب با دو چرخه قلبی دو فریم. به منظور بررسی عملکرد روش‌های حذف نویز، به کمی‌کردن نتایج حاصل از این روش‌ها نیاز است. بنابراین دو معیار برای ارزیابی نتایج به صورت زیر تعریف می‌شوند:

• متوسط مربعات خطا<sup>۲۹</sup>

$$MSE = 1/(NM) \sum_{x,y} (\hat{I}_0(x,y) - I_0(x,y))^2 \quad (9)$$

این معیار به بررسی مقدار اختلاف تصویر فیلتر شده و تصویر اصلی می‌پردازد که در آن M و N تعداد سطر و ستون‌های تصویر هستند.

• نسبت سیگنال به نویز

$$PSNR = 20 \log_{10} \left\{ (2^n - 1) / \sqrt{MSE} \right\} \quad (10)$$

این معیار با استفاده از معیار متوسط مربعات خطا به دست آمده که در آن n برای تصاویر با سطوح خاکستری برابر ۸ است.

<sup>23</sup> Systole  
<sup>27</sup> Wiener

<sup>24</sup> Diastole  
<sup>28</sup> Frost

<sup>25</sup> Speckle  
<sup>29</sup> Mean Square Error

<sup>26</sup> Median

جدول ۱- میانگین نتایج کاهش نویز تصاویر اکوکاردیوگرافی با

روش های مختلف

روش	فراست	وینر	مدین	پیشنهاد شده در این مقاله
MSE	۶/۱۴۳۴	۷/۷۰۰۱	۱۵/۸۴۳۰	۵/۱۵۹۰
PSNR	۴۰/۲۴۶۸	۳۹/۲۶۵۸	۳۶/۱۳۲۴	۴۱/۹۸۵۲

اطلاعات تناوبی تصاویر چرخه‌های متوالی به خوبی در فضای دوبعدی قابل نگاشت هستند، این الگوریتم با در نظر گرفتن تابع رایج فاصله اقلیدسی به عنوان الگوریتم برتر معرفی می‌شود. برای استفاده از اطلاعات به دست آمده از فضای جدید کاهش بعد یافته کاربرد کاهش نویز مطرح شد و این ایده با چند روش معمول و رایج کاهش نویز مقایسه شده و برتری آن به وسیله پزشک متخصص تأیید شد. این امر می‌تواند گویای این مطلب باشد که ارتباط بین فریم‌های تصاویر اکوکاردیوگرافی می‌تواند به وسیله الگوریتم LLE و در نظر گرفتن فاصله اقلیدسی به خوبی نمایان شود.

### مراجع

- [1] Tenenbaum J.B., Silva V., and Langford J., A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction, *Science*, 2000; 290: 2319–2323.
- [2] Roweis S.T., and Saul L.K., Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding, *Science*, 2000; 290:2323-2326.
- [3] Saul L. and Roweis S., Think globally, fit locally: unsupervised learning of low dimensional manifolds, *Journal of Machine Learning Research.*, 2003; 4: 119–155.
- [4] Hotelling H., Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, 1933; 24: 417–441.
- [5] Cox T. and Cox M., *Multidimensional scaling*. Chapman & Hall, 1994.
- [6] Lafon S. and Lee A..B., Diffusion maps and coarse-graining: A unified framework for dimensionality reduction, graph partitioning, and data set parameterization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006; 28(9): 1393–1403.
- [7] Belkin M. and Niyogi P., Laplacian Eigenmaps and Spectral Techniques for Embedding and Clustering, *Neural Information Processing Systems*, 2002; 14: 585-591.
- [8] Donoho D.L. and Grimes C., Hessian eigenmaps: New locally linear embedding techniques for high-dimensional data, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2005; 102 (21): 7426–7431.
- [9] Dixon M., Jacobs N.J. and Pless R., Finding Minimal Parameterizations of Cylindrical Image Manifolds, *IEEE transaction on Computer Vision and pattern recognition*, 2006; 7: 192-200.
- [10] Zhang Q., Souvenir R. and Pless R., Segmentation Informed by Manifold Learning, *Lecture Notes in Computer Science(LNCS)*, Springer, 2005; 3757:398-413.
- [11] Souvenir R., Pless R., Image distance functions for manifold learning, *Image and Vision Computing*, 2007; 25(3): 365-373.
- [12] Kumar V., Grama A., Gupta A., Karypis G., *Introduction to Parallel Computing: Design and Analysis of Algorithms*, 1994: 257-297.

شایان ذکر است از آنجا که برای استفاده از این مجموعه تصاویر با الگوریتم یادگیری منیفولد، به چند چرخه قلبی نیاز است؛ پزشک متخصص باید این تصاویر را با دقت قابل قبولی ثبت کند که تا حد امکان تغییرات جابه‌جایی پروب و اثرات جابه‌جایی تنفسی در اخذ تصاویر دخیل نباشند. بنابراین پیشنهاد می‌شود که حداکثر سه چرخه متوالی قلبی اخذ شود. در نتیجه با در اختیار داشتن حداکثر سه فریم مشابه از سه تناوب قلب می‌توانیم در بحث کاهش نویز و میانگین‌گیری به بهترین کیفیت برسیم زیرا با افزایش فریم‌ها ممکن است اثرات مات شدگی ناشی از میانگین‌گیری بیشتر نمایان شود و از قدرت الگوریتم پیشنهاد شده برای کاهش نویز بکاهد.

### ۴- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله کاهش بعد غیر خطی مجموعه تصاویر مشابه با استفاده از الگوریتم یادگیری منیفولد ارائه شد. تمرکز اصلی کار بر پیاده‌سازی دو الگوریتم معروف LLE و ISOMAP و اعمال آن بر سه نمونه از تصاویر اکوکاردیوگرافی اخذ شده از افراد سالم قرار گرفت. از آنجا که ویژگی اصلی الگوریتم LLE حفظ همسایگی نقاط محلی و مشابه هنگام نگاشت از بعد بالا به بعد پائین است با اعمال آن بر مجموعه تصاویر اکوکاردیوگرافی، ارتباط بین فریم‌ها در فضای دوبعدی نسبت به الگوریتم سراسری ISOMAP بهتر حفظ شده و اطلاعات مفیدی از نتایج پیاده‌سازی الگوریتم LLE حاصل شد. نتیجه اصلی که از این بحث می‌توان گرفت این است که با در نظر گرفتن تابع فاصله اقلیدسی برای محاسبات ISOMAP، اطلاعات تصاویر بر روی منیفولد به خوبی حفظ نمی‌شود و نمی‌توان از نتایج استخراج شده استفاده قابل توجهی کرد. اما از آنجا که نتایج الگوریتم LLE گویای این مطلب است که

- medical ultrasonic images, IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1989; 36: 129-135.
- [16] Jain A. K., Fundamental of Digital Image Processing. NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [17] Frost V. S, Stiles J. A., Shanmugan K. S, and Holtzman J. C., A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 1982;4: 157-165.
- [13] Gifani, P., Behnam, H., Shalbaf, A., and Sani, Z. A., Automatic detection of end-diastole and end-systole from echocardiography images using manifold learning, Physiol. Meas, 2010; 31: 1091-1103.
- [14] Goodman J. W., Some fundamental properties of speckle, J. Opt. Soc. Amer, 1976; 66: 1145-1150.
- [15] Loupas T., McDicken W., and Allan P., An adaptive weighted median filter for speckle suppression in