



## Frequency Recognition in SSVEP-based BCIs using Combination of PARAFAC Decomposition and Canonical Component Analysis

Farhadnia, Maryam<sup>1</sup> / Hajipour Sardouie, Sepideh<sup>2\*</sup> / Mikaili, Mohammad<sup>3</sup>

<sup>1</sup> - M.Sc. Student, Bioelectric group, Department of Engineering, Shahed University, Tehran, Iran

<sup>2</sup> - Assistant Professor, Bioelectric Group, Department of Electrical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

<sup>3</sup> - Assistant Professor, Bioelectric Group, Department of Engineering, Shahed University, Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

DOI: 10.22041/ijbme.2023.1974395.1814

Received: 25 November 2022

Revised: 7 August 2023

Accepted: 12 August 2023

### KEYWORDS

*Electroencephalogram (EEG)*

*Brain-Computer Interface (BCI)*

*Steady State Visual Evoked Potential (SSVEP)*

*Multivariate Canonical Correlation Analysis (MCCA)*

*PARAFAC Decomposition*

### ABSTRACT

Today, usage of brain-computer interface systems based on steady-state visual evoked potentials (SSVEPs) has been increased due to some advantages such as acceptable accuracy and minimal need for user training. Steady-state visual potentials are one of the most important patterns used in BCI systems, which are generated in the occipital region of the brain by visual stimulation between 6 and 60 Hz. One of the effective methods for extracting the SSVEP frequency in BCI systems is called the Multiway Correlation Coefficient Analysis (MCCA) method, which is a tensorized version of the classical Correlation Coefficient Analysis (CCA) method and is based on multidimensional data. In this paper, inspired by the MCCA method, two new algorithms (PARAFAC-CCA and C-PARAFAC-CCA) have been proposed using the combination of CCA and PARAFAC decomposition. The purpose of the proposed algorithms is to improve the initial reference signal and achieve higher accuracy in SSVEP frequency detection in BCI systems. In the PARAFAC-CCA algorithm, after performing the PARAFAC decomposition on the multidimensional training data and obtaining the time component, the CCA method is implemented between the obtained time component and the sine-cosine reference signal, and the optimal reference signal is made from its output. Finally, the MLR algorithm is used between the EEG test data and the optimal reference signal in order to achieve the target frequency. The general steps of the C-PARAFAC-CCA algorithm are also similar to PARAFAC-CCA, with the difference that in the calculation of the time component, constrained PARAFAC is used in such a way that in each step of the ALS algorithm, CCA is applied once and the time component is improved. The efficiency of the proposed algorithms was investigated on the real data set and it was shown that compared to the MCCA method, the proposed algorithms have reached a higher average accuracy.

### \*Corresponding Author

**Address:** Bioelectronic Group, Electrical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

**Postal Code:** 11155-4363

**E-Mail:** hajipour@sharif.edu

**Tel:** +98-21-66165928





## تشخیص فرکانس در رابط‌های مغز و رایانه مبتنی بر SSVEP با استفاده از ترکیب تجزیه‌ی PARAFAC و آنالیز مولفه‌های کانونی

فرهادنیا، مریم<sup>۱</sup> / حاجی پور ساردوئی، سپیده<sup>۲\*</sup> / میکائیلی، محمد<sup>۳</sup>

- <sup>۱</sup> - دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی پزشکی، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران  
<sup>۲</sup> - استادیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران  
<sup>۳</sup> - استادیار، گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

### مشخصات مقاله

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/ijbme.2023.1974395.1814

پذیرش: ۲۱ مرداد ۱۴۰۲

بازنگری: ۱۶ مرداد ۱۴۰۲

ثبت در سامانه: ۴ آذر ۱۴۰۱

واژه‌های کلیدی	چکیده
الکتروانسفالوگرام رابط مغز و رایانه پتانسیل بینایی حالت ماندگار تجزیه و تحلیل همبستگی کانونی چندجهته تجزیه‌ی تانسوری PARAFAC	امروزه استفاده از سیستم رابط مغز و رایانه (BCI) مبتنی بر پتانسیل‌های برانگیخته‌ی بینایی حالت ماندگار (SSVEP) به دلایلی هم‌چون صحت قابل قبول و نیاز حداقلی به آموزش کاربر، رو به افزایش است. پتانسیل‌های بینایی حالت ماندگار یکی از مهم‌ترین الگوهای استفاده شده در سیستم‌های BCI بوده که در ناحیه‌ی پس‌سری مغز و با تحریک بینایی بین ۶ تا ۶۰ هرتز تولید می‌شود. یکی از روش‌های کارآمد برای استخراج فرکانس SSVEP در سیستم‌های BCI، روش تجزیه و تحلیل ضرایب همبستگی چندجهته (MCCA) نام دارد که نسخه‌ی تانسوری شده‌ی روش کلاسیک تجزیه و تحلیل ضرایب همبستگی (CCA) بوده و مبتنی بر داده‌های چندبعدی است. در این مقاله با الهام گرفتن از روش MCCA، دو الگوریتم جدید PARAFAC-CCA و C-PARAFAC-CCA با استفاده از ترکیب روش CCA و تجزیه‌ی تانسوری PARAFAC معرفی شده که هدف این الگوریتم‌ها بهبود سیگنال مرجع اولیه و دستیابی به صحت بالاتر در تشخیص فرکانس SSVEP در سیستم‌های BCI است. در الگوریتم PARAFAC-CCA بعد از انجام تجزیه‌ی PARAFAC روی داده‌های چندبعدی آموزش و به دست آوردن مولفه‌ی زمانی، روش CCA بین مولفه‌ی زمانی به دست آمده و سیگنال مرجع سینوسی کسینوسی پیاده‌سازی شده و از خروجی آن، سیگنال مرجع بهینه ساخته شده است. در نهایت از الگوریتم MLR بین داده‌ی تست EEG و سیگنال مرجع بهینه به منظور دستیابی به فرکانس هدف استفاده شده است. مراحل کلی الگوریتم C-PARAFAC-CCA نیز مشابه PARAFAC-CCA بوده با این تفاوت که در محاسبه‌ی مولفه‌ی زمانی از PARAFAC مقید استفاده شده به این صورت که در هر گام از الگوریتم ALS یک بار CCA اعمال شده و مولفه‌ی زمانی بهبود داده شده است. کارایی الگوریتم‌های ارائه شده روی مجموعه‌ی دادگان واقعی مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده که به طور میانگین صحت تشخیصی الگوریتم‌های پیشنهادی در مقایسه با روش MCCA بالاتر است.

### \*نویسنده‌ی مسئول

نشانی: گروه بیوالکتریک، دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

تلفن: ۰۲۱-۶۶۱۶۵۹۲۸

پست الکترونیک: hajipour@sharif.edu

کد پستی: ۱۱۱۵۵-۴۳۶۳



## ۱- مقدمه

سیستم رابط مغز رایانه<sup>۱</sup> (BCI) به افراد این امکان را می‌دهد که از طریق پردازش فعالیت‌های مغزی مانند سیگنال الکتروانسفالوگرام (EEG) با محیط اطراف خود ارتباط برقرار کنند [۱]. به بیان دیگر BCI سیستمی است که فعالیت سیستم عصبی مرکزی<sup>۲</sup> (CNS) بدن را اندازه‌گیری و دریافت کرده و آن را به دستورات<sup>۳</sup> الکتریکی تبدیل می‌کند تا فعالیت‌های مختلفی هم‌چون جایگزینی<sup>۴</sup>، بازگرداندن<sup>۵</sup>، تقویت<sup>۶</sup>، تکمیل<sup>۷</sup> و بهبود<sup>۸</sup> را برای فعالیت سیستم عصبی مرکزی بدن انجام دهد [۲]. سه الگوی مغزی بسیار معروف برای سیستم‌های BCI با نام‌های پتانسیل وابسته به رویداد<sup>۹</sup> (ERP)، تصورات حرکتی<sup>۱۰</sup> (MI) و پتانسیل برانگیخته‌ی بینایی حالت پایدار<sup>۱۱</sup> (SSVEP) وجود دارد [۱]. الگوی SSVEP پاسخ مغز به محرک بینایی با فرکانس بین ۵ تا ۶۰ هرتز بوده که در ناحیه‌ی پس‌سری<sup>۱۲</sup> ایجاد شده و هم‌فرکانس با فرکانس محرک و هارمونیک‌های آن است. روش‌های تشخیص پتانسیل SSVEP شامل روش‌های تجزیه و تحلیل طیف فرکانسی مبتنی بر تبدیل فوریه<sup>۱۳</sup>، روش‌های تجزیه و تحلیل مبتنی بر تجزیه‌ی سیگنال<sup>۱۴</sup>، روش‌های فیلترینگ فرکانسی پایه و روش‌های مبتنی بر تجزیه و تحلیل همبستگی کانونی است [۳]. یکی از پرکاربردترین روش‌های تشخیص، روش تجزیه و تحلیل ضرایب همبستگی کانونی<sup>۱۵</sup> (CCA) بوده که توسط لین و هم‌کارانش در سال ۲۰۰۷ ارائه شده و یک روش آماری است که همبستگی بین دو مجموعه‌ی چندمتغیره (سیگنال EEG چندکاناله و سیگنال مرجع سینوسی-کسینوسی) را محاسبه می‌کند [۴]. اگرچه این روش تشخیص خوبی برای پتانسیل SSVEP داشته اما دارای محدودیت‌هایی شامل عدم استفاده از اطلاعات هارمونیک‌های سیگنال مرجع، عدم استفاده از اطلاعات خود سیگنال EEG مورد نظر در ساخت سیگنال مرجع، عدم استفاده از تمام ضرایب همبستگی به طور موثر، استفاده فقط از اطلاعات مکانی سیگنال‌ها نه اطلاعات فرکانس [۱]، به راحتی تحت تاثیر نویز پس‌زمینه قرار گرفتن و عدم بررسی ارتباطات غیرخطی در

سیگنال‌های واقعی [۵] بوده که هدف مطالعات بعدی برطرف کردن این محدودیت‌ها بوده است. در پژوهش ژانگ و هم‌کارانش در سال ۲۰۱۲ [۶] به منظور بهبود سیگنال مرجع و با استفاده از تجزیه‌های تانسوری، همبستگی بین دو مجموعه‌ی آرایه‌ی چندبعدی محاسبه شده که با عنوان روش تجزیه و تحلیل ضرایب همبستگی کانونی چندجهته<sup>۱۶</sup> (MCCA) معرفی شده و بدین ترتیب یک مرحله به مراحل بهینه‌سازی سیگنال مرجع اضافه شده است. این روش برخلاف روش CCA به داده‌ی آموزش نیاز دارد و به نوعی یک روش باناظر<sup>۱۷</sup> است. در این روش ابتدا سیگنال مرجع بهینه با الگوریتم CCA چندگانه به دست آمده و سپس برای تشخیص فرکانس هدف از رگرسیون خطی چندگانه<sup>۱۸</sup> (MLR) بین سیگنال EEG تست و سیگنال مرجع بهینه شده استفاده شده است. در مطالعه‌ی بعدی ژانگ و هم‌کارانش در سال ۲۰۱۳ [۷] روش L1-Regularized MCCA به منظور افزایش دقت تشخیص فرکانس SSVEP و بهینه‌سازی سیگنال مرجع روش MCCA ارائه شده و این روش روی آرایه‌های به دست آمده از تریال‌های آموزش اعمال شده است تا با انتخاب موثر تریال‌ها به منظور بهینه‌سازی سیگنال مرجع، صحت تشخیص فرکانس هدف افزایش پیدا کند. هم‌چنین در این روش به جای استفاده از الگوریتم MLR از الگوریتم LASSO<sup>۱۹</sup> بهره گرفته شده است. در مقاله‌ی آن‌ها بیان شده که روش ارائه شده به صحت تشخیص بالاتری نسبت به روش CCA و MCCA در طول پنجره‌های زمانی متفاوت دست پیدا کرده است. در پژوهشی دیگر به منظور بهبود سیگنال‌های مرجع که از اطلاعات واقعی سیگنال EEG برخوردار نیستند، روش MsetCCA توسط ژانگ در سال ۲۰۱۴ [۸] ارائه شده است. این روش نسخه‌ی تعمیم یافته‌ی روش CCA است و همبستگی را بین بیش از دو مجموعه‌ی چندمتغیره<sup>۲۰</sup> بررسی می‌کند. هم‌چنین این روش با استخراج ویژگی‌های مشترک<sup>۲۱</sup> از EEG آموزشی افراد در فرکانس‌های تحریک مربوطه، سیگنال مرجع را بهبود می‌بخشد. ویژگی‌های مشترک همان متغیرهای

<sup>۱۲</sup> Cortex<sup>۱۳</sup> Fourier Transform-based Spectrum Analysis Methods<sup>۱۴</sup> Signal Decomposition-based Analysis<sup>۱۵</sup> Canonical Correlation Analysis (CCA)<sup>۱۶</sup> Multivariate Canonical Correlation Analysis (MCCA)<sup>۱۷</sup> Supervised<sup>۱۸</sup> Multi Linear Regression (MLR)<sup>۱۹</sup> Least Absolute Shrinkage Selection

Operator (LASSO)

<sup>۲۰</sup> Multi Variate<sup>۲۱</sup> Common Feature<sup>۱</sup> Brain Computer Interface (BCI)<sup>۲</sup> Central Neural System (CNS)<sup>۳</sup> Command<sup>۴</sup> Replace<sup>۵</sup> Restore<sup>۶</sup> Enhance<sup>۷</sup> Supplement<sup>۸</sup> Improve<sup>۹</sup> Even Related Potential (ERP)<sup>۱۰</sup> Motor Imagery (MI)<sup>۱۱</sup> Steady State Visual Evoked Potential (SSVEP)

پیچیدگی‌های سیگنال مغزی با تصویر کردن داده‌ها به ابعاد بالاتر در داده‌های غیرخطی و واقعی است. این روش همچنین به منظور حذف مولفه‌های غیرمرتبط با هدف مربوطه مانند موج آلفا در بازه‌ی فرکانس تحریک ارائه شده است. در سال ۲۰۱۳ در مقاله‌ی اندرو و هم‌کارانش [۱۳] روش DCCA<sup>۶</sup> مطرح شده که در این روش غیرخطی از شبکه‌ی عمیق برای پردازش داده‌های ورودی قبل از انجام CCA استفاده شده و در نتیجه SNR و عمل‌کرد بالاتری نسبت به CCA پدید آمده است. در سال ۲۰۲۱ در پژوهش جمشیدی و هم‌کارانش [۱۴] یک روش تانسوری به نام OSTDA<sup>۷</sup> برای تشخیص فرکانس SSVEP مطرح شده که برای داده‌ها با طول کم و تعداد کانال زیاد عمل‌کرد خوبی داشته است. در این تکنیک منابع نوسانی استخراج شده و طبقه‌بندی با تکنیک تانسوری انجام شده است. در مقاله‌ی نوری‌زاده و هم‌کارانش در سال ۲۰۲۲ [۱] با معرفی روش SS-CCA<sup>۸</sup> سعی شده است تا الگوریتم CCA توسط فیلتر مکانی مشترک بهبود داده شود. هدف این مقاله این بوده که از اطلاعات مکانی و فرکانسی هم‌زمان برای تشخیص فرکانس SSVEP استفاده شود در نتیجه اطلاعات بیش‌تری از سیگنال به کار گرفته می‌شود. در این روش هنگام محاسبه‌ی ضرایب همبستگی یک تاخیر زمانی به سیگنال اصلی اضافه می‌شود. ساده‌ترین روش تشخیص فرکانس SSVEP روش PSDA<sup>۹</sup> بوده که مبتنی بر تبدیل فوریه می‌باشد و در سال ۲۰۱۴ توسط چن [۱۵] ارائه شده است. در این روش سیگنال از حوزه‌ی زمان به فرکانس منتقل شده و دامنه و فاز هر مولفه به دست می‌آید. سپس اندازه‌ی دامنه به توان دو برابر طیف توان سیگنال در نظر گرفته شده و فرکانس SSVEP برابر با فرکانس محرکی است که بیش‌ترین توان را اطراف فرکانس هدف و هارمونیک‌های آن محرک داشته باشد. این روش مستقیماً از روی سیگنال EEG فرکانس تحریک را تشخیص داده و به فرایند آموزش و تست نیاز ندارد. اگرچه زمان محاسبات این روش کوتاه بوده اما برای سیگنال‌های غیرخطی و غیرایستا نامناسب است. روش MSI<sup>۱۰</sup> که در سال ۲۰۱۴ توسط ژانگ ارائه شده است [۱۶] رویکردی مشابه روش CCA دارد با این تفاوت که در آن به جای بررسی ارتباط دو مجموعه‌ی چندمتغیره از طریق ضریب همبستگی، از شاخص همگام‌سازی ( $S_k$ ) استفاده شده و میزان شباهت دو سیگنال از طریق این ضریب بررسی می‌شود. طبق این رویکرد

کانونی<sup>۱</sup> بوده که از طریق تبدیل‌های خطی به دست می‌آید. در این مقاله بیان شده که روش ارائه شده عمل‌کرد بهتری نسبت به CCA و MCCA داشته اما چون ممکن است نویز پس‌زمینه را به عنوان ویژگی مشترک در نظر بگیرد نیاز به الگوریتم‌های حذف نویز دارد. در مقاله‌ی جیائو در سال ۲۰۱۸ جهت بهبود روش MsetCCA و برای در نظر گرفته نشدن نویز پس‌زمینه به عنوان ویژگی، روش MCM<sup>۲</sup> معرفی شده [۹] که در آن با طراحی همبستگی سه‌لایه، عمل‌کرد بهبود یافته اما در پنجره‌های زمانی کوتاه عمل‌کرد ضعیفی داشته است. در مقاله‌ی چن در سال ۲۰۱۵ [۱۰] برای بهبود عمل‌کرد CCA و استفاده از ویژگی‌های فرکانسی در تشخیص فرکانس SSVEP، روش FBCCA<sup>۳</sup> ابداع شده که شامل سه مرحله‌ی آنالیز فیلتر بانک، اجرای CCA بین زیرمولفه‌های فرکانسی و سیگنال سینوسی مرجع و شناسایی فرکانس هدف است. در روش FBCCA ابتدا فیلترهای متعدد دارای باندهای عبور مختلف روی EEG اولیه اعمال شده و زیرباندهایی ایجاد می‌شود. سپس با استفاده از CCA، همبستگی بین اجزای زیرباندها و سیگنال‌های مرجع با امواج سینوس و کسینوس مربوط به تمام فرکانس‌های محرک محاسبه شده و در نهایت مجموع وزن‌دار مربع همبستگی برای تمام اجزای زیرباند به دست آمده و به عنوان ویژگی نهایی برای شناسایی فرکانس به کار برده می‌شود. به طور خلاصه در این روش از مولفه‌های فرکانسی اصلی و هارمونیک‌های آن‌ها برای تشخیص فرکانس استفاده می‌شود. با الهام گرفتن از روش ذکر شده، در سال ۲۰۱۹ در مقاله‌ی لیو [۱۱] روش FoCCA<sup>۴</sup> معرفی شده که در این ایده از ترکیب وزن‌دار مجموع ضرایب همبستگی به منظور بهبود روش‌های مبتنی بر CCA استفاده شده است. به عبارت دیگر به تک‌تک ضرایب همبستگی بسته به نقش آن‌ها در تصمیم‌گیری، وزنی اختصاص داده شده و از تمام این ضرایب که حاوی اطلاعات هستند استفاده می‌شود. اگرچه این روش صحت بالاتری در تشخیص فرکانس هدف نسبت به CCA از خود نشان داده اما دارای این نقطه ضعف بوده که ممکن است تمام ضرایب همبستگی مورد استفاده دارای اطلاعات مفیدی برای تشخیص فرکانس نباشند. در مقاله‌ی ژانگ در سال ۲۰۱۲ [۱۲] روش KCCA<sup>۵</sup> معرفی شده که تعمیمی غیرخطی از CCA به منظور پیدا کردن پتانسیل SSVEP است. هدف این روش نشان دادن

<sup>۶</sup> Deep Canonical Correlation Analysis (DCCA)

<sup>۷</sup> Oscillatory Source Tensor Discriminant Analysis (OSTDA)

<sup>۸</sup> Spatial-Spectral CCA (SS-CCA)

<sup>۹</sup> Power Spectral Density Analysis (PSDA)

<sup>۱۰</sup> Multivariate Synchronization Index (MSI)

<sup>۱</sup> Canonical Variable

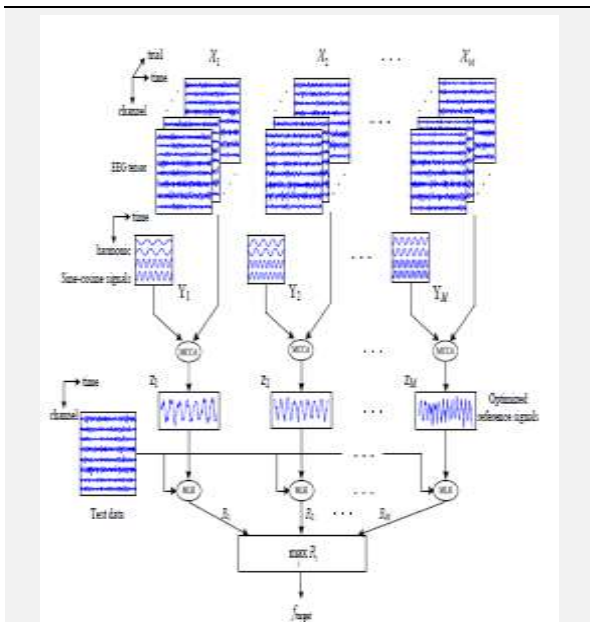
<sup>۲</sup> Multilayer Canonical Correlation Analysis (MCM)

<sup>۳</sup> Filter Bank Canonical Correlation Analysis (FBCCA)

<sup>۴</sup> Fusing Canonical Correlation Analysis (FoCCA)

<sup>۵</sup> Kernel Canonical Correlation Analysis (KCCA)

از EEG غنی شده و عمل کرد CCA بهبود می‌یابد. روش CCA تانسوری نسخه‌ی بسط داده شده‌ی CCA استاندارد بوده که بر محاسبه‌ی همبستگی دو مجموعه‌ی داده‌ی چندجهته (چند متغیره) متمرکز است. بر اساس این مفهوم، روش MwayCCA یا MCCA در سال ۲۰۱۲ توسط چانگ ارائه شده است. ایده‌ی اصلی در روش MCCA ارائه‌ی یک بهینه‌سازی سیگنال مرجع است به طوری که سیگنال مرجع با اطلاعات واقعی بیش‌تری از EEG غنی شده و در نتیجه عمل کرد CCA بهبود داده می‌شود.



**شکل (۱)** - شماتیک روش MCCA. در ابتدا داده‌های EEG چندکاناله به دو قسمت آموزش و تست تقسیم می‌شود، داده‌ی قسمت آموزش تانسوری سازی شده و روی تانسور داده‌های آموزشی و سیگنال مرجع اولیه‌ی سینوسی کسینوسی دوبعدی الگوریتم MCCA اعمال می‌شود، خروجی آن سیگنال مرجع بهینه شده است که بین آن و داده‌ی تست دوبعدی MLR اعمال شده و در نهایت فرکانس هدف استخراج می‌شود [۶]

تانسور<sup>۱</sup> یک آرایه‌ی چندجهته<sup>۲</sup> از داده‌ها است که تعداد ابعاد آن مرتبه<sup>۳</sup> نامیده می‌شود. تانسور مرتبه‌ی یک، بردار و تانسور مرتبه‌ی دو، ماتریس نامیده شده و تانسور مرتبه‌ی N به صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$X = (X)_{i_1, i_2, \dots, i_N} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$$

ضرب مد N تانسور با بردار  $W \in \mathbb{R}^{I \times 1}$  به صورت رابطه‌ی (۱) بیان می‌شود.

$$(X \times_n W^T)_{i_1, \dots, i_{n-1}, i_{n+1}, \dots, i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} X_{i_1, \dots, i_n, \dots, i_N} W_{i_n} \quad (1)$$

<sup>۱</sup> Order or Way

هر چه دو مجموعه‌ی چندمتغیره به یکدیگر شبیه‌تر باشند، شاخص همگام‌سازی بزرگ‌تری دارند و اگر دو مجموعه ارتباطی با هم نداشته باشند یا ناهمبسته باشند، شاخص همگام‌سازی آن‌ها صفر است. روش MSI مانند CCA در حوزه‌ی زمان کار می‌کند. در این روش شاخص همگام‌سازی بین دو ماتریس سیگنال ثبت شده، سیگنال سینوسی کسینوسی محاسبه شده و از اطلاعات کانال‌ها بهره گرفته می‌شود.

در سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP یافتن سیگنال مرجع مناسب، کاهش زمان کالیبراسیون، افزایش نرخ انتقال اطلاعات و در نتیجه تشخیص SSVEP با دقت بالا در پنجره‌های زمانی کوتاه هنوز یک چالش مهم است [۱]. همان‌طور که در مورد روش MCCA نیز بیان شد این روش دارای محدودیت‌هایی چون افزایش زمان محاسبات و پیچیدگی محاسباتی است. هم‌چنین سیگنال مرجع بهینه‌ی ساخته شده در این روش اگرچه از سیگنال مرجع سینوسی کسینوسی معمول در روش CCA برای تشخیص فرکانس SSVEP بهتر است اما می‌تواند بهینه‌سازی شود. در ساخت سیگنال ورودی (EEG) سه‌بعدی در روش MCCA از تریال‌های ثبت شده از چندین کانال EEG استفاده شده که بعضی از تریال‌های آن از ساخت سیگنال مرجع بهینه ممانعت می‌کند [۷]. در نتیجه به منظور بهینه‌سازی سیگنال مرجع با استفاده از تجزیه‌ی تانسوری PARAFAC در این مقاله دو ایده مطرح شده است. هدف از ارائه‌ی ایده‌های پیشنهادی در این مقاله تانسوری‌سازی سیگنال EEG به منظور کشف روابط بین متغیرها در ابعاد بالاتر و به دست آوردن پیچیدگی سیگنال و بهینه‌سازی سیگنال مرجع به منظور بهبود عمل کرد الگوریتم در تشخیص فرکانس SSVEP است.

در ادامه در بخش ۲ ابتدا الگوریتم MCCA به عنوان الگوریتم پایه توضیح داده شده و مدل تجزیه‌ی تانسوری PARAFAC و الگوریتم ALS معرفی شده و سپس دو الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. در بخش ۳ به معرفی مجموعه‌ی دادگان مورد استفاده پرداخته شده و نتایج حاصل از اعمال الگوریتم‌های پیشنهادی و الگوریتم MCCA ارائه و با یکدیگر مقایسه شده است. در بخش ۴ نیز نتیجه‌گیری و کارهای آینده بیان شده است.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- تشخیص فرکانس SSVEP با روش MCCA

روش MwayCCA (شکل ۱) یک روش بهینه‌سازی سیگنال مرجع است که در آن سیگنال مرجع با اطلاعات واقعی بیش‌تری

<sup>۱</sup> Tensor

<sup>۲</sup> Multiway Array

خطی چندگانه (MLR) بین داده‌های تست EEG مرتبه‌ی دوم (کانال×زمان) و سیگنال مرجع بهینه، فرکانس هدف SSVEP به دست می‌آید. از این رو می‌توان گفت که سیگنال مرجع بهینه شده‌ی متناظر با فرکانس  $m$ -ام به صورت ترکیب خطی داده‌ی تست  $X_{test}$  به صورت زیر قابل توصیف است.

$$Z_m = b_m^T X_{test} + e_m \quad (4)$$

در این رابطه  $b_m \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  بردار ترکیب که تخمین زده می‌شود و  $e_m \in \mathbb{R}^{1 \times J}$  بردار نویز با میانگین صفر و واریانس یک است. با روش حداقل مربعات، تخمین  $b_m$  به صورت زیر است.

$$\hat{b}_m = (X_{test} X_{test}^T)^{-1} X_{test} Z_m^T \quad (5)$$

در نتیجه تخمین  $Z_m$  نیز به صورت رابطه‌ی (6) است.

$$Z_m = \hat{b}_m^T X_{test} = Z_m X_{test} (X_{test} X_{test}^T)^{-1} X_{test} \quad (6)$$

سپس ضریب  $R_m$  که ارتباط بین  $X_{test}$  و  $Z_m$  را مشخص می‌کند به صورت تخمینی از خطای بازسازی سیگنال مرجع  $Z_m$  طبق رابطه‌ی (7) محاسبه می‌شود.

$$R_m = \sqrt{1 - \frac{\|Z_m - \hat{Z}_m\|_2^2}{\|Z_m - E[Z_m]\|_2^2}} \quad (7)$$

هر چه  $R_m$  بزرگ‌تر باشد یعنی ارتباط بیش‌تری بین سیگنال تست  $X_{test}$  و سیگنال مرجع  $Z_m$  وجود دارد. در نهایت فرکانس هدف به عنوان فرکانسی که بیش‌ترین ضریب  $R_m$  را ایجاد می‌کند به صورت رابطه‌ی (8) قابل محاسبه است.

$$f_{target} = \arg \max_m R_m, m = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

## ۲-۲- تجزیه‌ی تانسوری

در این مقاله با الهام از روش MCCA و با هدف افزایش صحت طبقه‌بندی در استخراج فرکانس SSVEP و هم‌چنین بهینه‌سازی سیگنال مرجع مورد استفاده در روش MCCA با استفاده از تجزیه‌های تانسوری<sup>۱</sup> ایده‌های جدیدی ارائه شده است. پیش از معرفی این ایده‌ها لازم است تا ریاضیات مربوط به تجزیه‌ی تانسوری PARAFAC<sup>۲</sup> و روش حل آن توسط الگوریتم ALS شرح داده شده و سپس مراحل روش‌ها بیان شود.

### ۲-۲-۱- تجزیه‌ی PARAFAC

ایده‌ی این روش اولین بار در سال ۱۹۲۷ توسط هیچکاک به این صورت عنوان شده که چگونه می‌توان هر تانسور را به صورت

در این روش ابتدا سیگنال مرجع بهینه شده از طریق به حداکثر رساندن همبستگی کانونی بین تانسور داده‌ی آموزش EEG مرتبه‌ی سوم (کانال×زمان×تریال) که هر تانسور متناظر با فرکانس محرک  $f_m$  به ازای  $m=1,2,\dots,M$  می‌باشد و ماتریس سیگنال مرجع سینوسی کسینوسی (هارمونیک×زمان) که توسط سیگنال سینوسی کسینوسی با فرکانسی برابر با فرکانس محرک‌ها و هارمونیک‌های آن‌ها ساخته می‌شود به دست می‌آید. روش MCCA در پی یافتن بردارهای  $W_1 \in \mathbb{R}^{I \times 1}$ ,  $W_3 \in \mathbb{R}^{K \times 1}$  و  $V \in \mathbb{R}^{2H \times 1}$  است به طوری که  $\tilde{x} = X \times_1 W_1^T \times_3 W_3^T$  و  $\tilde{y} = V^T \times Y$  را بیشینه کنند.

$$\rho = \max_{W_1, W_3, V} \frac{E[\tilde{x}\tilde{y}]}{\sqrt{E[\tilde{x}^2]E[\tilde{y}^2]}} \quad (2)$$

برای حل این مسأله‌ی بهینه‌سازی، یک الگوریتم تکرار شونده اعمال شده که در ابتدا  $W_3$  را ثابت در نظر گرفته و  $W_1$  و  $V$  را محاسبه نموده، سپس  $W_1$  و  $V$  را ثابت فرض کرده تا  $W_3$  محاسبه شده و این مراحل آن‌قدر تکرار شده تا الگوریتم همگرا شود. سپس سیگنال مرجع بهینه به نام  $Z \in \mathbb{R}^{1 \times J}$  به صورت زیر به دست آمده و  $Z$  جایگزین سیگنال مرجع اصلی  $Y$  می‌شود.

$$Z = X \times_1 W_1^T \times_3 W_3^T \quad (3)$$

مراحل محاسبه‌ی  $Z_m$  (فرکانس مرجع متناظر با فرکانس  $m$ -ام) در الگوریتم (۱) ارائه شده است.

الگوریتم (۱) - الگوریتم محاسبه‌ی  $Z_m$  در روش MCCA

Input :

-  $M$  EEG tensor training data  $X_1, X_2, \dots, X_M \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  and sin-cosine signals  $Y_1, Y_2, \dots, Y_M \in \mathbb{R}^{2H \times J}$   
- A test EEG data  $X_{test} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ .

Output:

- Target frequency  $f_{target}$ .

For  $m = 1: M$  do Random initialization for  $W_{m,3}$

and do  $\tilde{X}_m \leftarrow X_m \times_3 W_{m,3}^T$

Repeat

Find  $W_{m,1}, V_m$  which maximize the correlation between  $\tilde{X}_m$  and  $Y_m$  by the CCA.

Do  $\tilde{X}_m \leftarrow X_m \times_1 W_{m,1}^T, \tilde{Y}_m \leftarrow V_m^T \times Y_m$

Find  $W_{m,3}$  which maximize the correlation between  $\tilde{X}_m$  and  $\tilde{Y}_m$  by the CCA. Do  $\tilde{X}_m \leftarrow X_m \times_3 W_{m,3}^T$

Until the maximum number of iterations is reached;

Compute the optimized reference signal

$Z_m \leftarrow X_m \times_1 W_{m,1}^T \times_3 W_{m,3}^T$ .

End

با مقایسه‌ی سیگنال مرجع بهینه شده‌ی  $Z$  با سیگنال مرجع اصلی  $Y$  مشخص می‌شود که این سیگنال بهینه شده مولفه‌های ایده‌آل فرکانس SSVEP را دارد. در نهایت با اعمال رگرسیون

<sup>۲</sup> Parallel Factor Analysis

<sup>۱</sup> Tensor Decomposition

خطای PARAFAC انجام می‌شود. تابع هزینه در روش ALS به صورت ارائه شده در رابطه‌ی (۱۲) است.

$$\min_X \|X - \hat{X}\| \quad (12)$$

$$\hat{X} = \sum_{r=1}^R \lambda_r a_r \circ b_r \circ c_r = \llbracket \lambda; A, B, C \rrbracket$$

در حل مساله‌ی ALS با معلوم در نظر گرفتن تمام مجهولات جز یک مجهول، آن یک مجهول تخمین زده شده و سپس مجهول دیگری جایگزین شده و سایر مجهولات ثابت فرض می‌شود. ثابت نگه داشتن تمام ماتریس‌ها به جز یکی، مساله را به یک مساله‌ی کم‌ترین مربعات خطی تبدیل می‌کند. لذا در ابتدا فرض می‌شود ماتریس A مجهول و B و C معلوم باشد (با مقداره‌ی اولیه‌ی حاصل از تجزیه‌ی SVD). برای محاسبه‌ی A از ماتریسی‌سازی شده‌ی مد ۱ استفاده می‌شود. بنابراین مساله‌ی بهینه‌سازی برای تانسور  $X \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  به صورت رابطه‌ی (۱۳) است.

$$\min \|X_{(1)} - A(C \odot B)^T\|_F \quad (13)$$

در واقع هدف یافتن ماتریس A بوده به طوری که عبارت فوق را حداقل کند که در آن  $\|\cdot\|_F$  بیان‌گر نرم فروبینیوس است. برای حل مساله‌ی رابطه‌ی (۱۳) با استفاده از شبه معکوس عبارت  $(C \odot B)^T$ ، ماتریس A به صورت زیر تخمین زده می‌شود.

$$\hat{A} = X_{(1)} [(C \odot B)^T]^\dagger \quad (14)$$

با استفاده از خواص ضرب Khatri-Rao می‌توان این رابطه را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\hat{A} = X_{(1)} (C \odot B) (C^T C \otimes B^T B)^\dagger \quad (15)$$

همین روند برای محاسبه‌ی B و C نیز تکرار می‌شود. شرط خاتمه الگوریتم حداکثر تعداد تکرار است.

### ۲-۳- الگوریتم پیشنهادی اول: PARAFAC-CCA

در الگوریتم پیشنهادی اول (PARAFAC-CCA) لازم است مثل الگوریتم پایه‌ی MCCA از داده‌های آموزش استفاده شود. در واقع در PARAFAC-CCA ابتدا با استفاده از داده‌های آموزش به ازای هر فرکانس تحریک یک سیگنال مرجع ایجاد شده و مشابه MCCA با استفاده از روش رگرسیون خطی چندگانه، فرکانس هدف برای دادگان تست تعیین می‌شود. بدین منظور ابتدا مجموعه‌ی داده‌های آموزش با هدف استفاده از پیچیدگی سیگنال و یافتن روابط پنهان بین متغیرها تانسوری شده و به

مجموعی از تعداد متناهی تانسور رتبه‌ی ۱ نوشت. مدت‌ها بعد کاتل در سال ۱۹۴۰ به صورتی کاملاً مستقل ایده‌ی تحلیل موازی محورهای یک آرایه‌ی چندبعدی را ارائه کرده است. این دو مقدمه باعث شده که در سال ۱۹۷۰ تجزیه‌ی PARAFAC به وسیله‌ی هارشن معرفی شود [۱۷].

اگر یک تانسور مرتبه‌ی سه به صورت  $X \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  موجود باشد و بتوان آن را به صورت مجموع R (تعداد منابع یا مولفه‌ها) تانسور رتبه‌ی ۱ تخمین زد، در این صورت تجزیه‌ی PARAFAC اعمال شده است [۱۸]. در واقع تجزیه‌ی PARAFAC به دنبال یافتن (تخمین زدن) تانسورهای رتبه‌ی ۱ است به طوری که مجموع آن‌ها تانسور اصلی را بازسازی کند. تجزیه‌ی PARAFAC را می‌توان به انواع مدل‌ها از جمله فرم برداری و ماتریسی نوشت که در این مقاله فرم ماتریسی آن مورد نظر است. در صورتی که هر یک از بردارهای پایه‌ی سازنده‌ی هر یک از مولفه‌های رتبه‌ی ۱ در یک ماتریس قرار داده شود، ماتریس‌های عامل ساخته شده که رابطه‌ی (۹) برای آن‌ها صادق است.

$$\begin{aligned} X_{(1)} &\approx A(C \odot B)^T \\ X_{(2)} &\approx B(C \odot A)^T \\ X_{(3)} &\approx C(B \odot A)^T \end{aligned} \quad (9)$$

در رابطه‌ی بالا ماتریس  $X_{(n)}$  ماتریسی‌سازی شده‌ی مد n تانسور  $X$  [۱۹]، A، B و C ماتریس‌های عامل و  $\odot$  بیان‌گر ضرب Khatri-Rao است. در حالت ماتریسی، تجزیه‌ی CP به طور خلاصه به فرم Kruskal به صورت زیر است.

$$X \approx \llbracket A, B, C \rrbracket \quad (10)$$

اگر بردارهای پایه‌ی سازنده‌ی ماتریس عامل، نرمالیزه گردیده تا یک‌ه شده و وزن‌های متناظر آن در بردار  $\lambda \in \mathbb{R}^R$  قرار داده شود، در این حالت فرمولاسیون به صورت رابطه‌ی (۱۱) است.

$$X \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r a_r \circ b_r \circ c_r = \llbracket \lambda; A, B, C \rrbracket \quad (11)$$

### ۲-۲-۲- تخمین ماتریس‌های عامل با روش ALS

تعداد مولفه‌های تجزیه‌ی CP وابسته به رتبه‌ی ۱ تانسور بوده و چون تا کنون روش دقیقی برای به دست آوردن رتبه‌ی یک تانسور ارائه نشده است پس روش مستقیمی برای به دست آوردن تعداد مولفه‌ی R در تجزیه‌ی CP وجود ندارد. مشهورترین الگوریتم برای محاسبه‌ی مولفه‌ها در تجزیه‌ی PARAFAC بهره‌گیری از روش ALS<sup>۲</sup> است که با هدف کمینه کردن نرم

<sup>۱</sup> Alternating Least Squares

<sup>۲</sup> Rank

فرم تانسور مرتبه‌ی سوم  $X_m \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  (تربایلی زمان  $\times$  کانال) تبدیل شده که  $m$  فرکانس تحریک  $f_m$  بوده و  $f_m = 1, 2, \dots, M$  برقرار است. سپس سیگنال مرجع اصلی  $Y_m \in \mathbb{R}^{2H \times T}$  (زمان  $\times$  هارمونیک) به ازای فرکانس هر محرک مطابق رابطه‌ی (۱۶) ساخته شده است. در این مقاله ۱۹ کانال برای EEG و ۸ هارمونیک برای سیگنال مرجع در نظر گرفته شده است.

$$Z_m = V^T B_m^T \quad Z_m \in \mathbb{R}^{1 \times J} \quad (18)$$

ادامه‌ی الگوریتم مشابه الگوریتم MCCA بوده و با استفاده از رگرسیون خطی چندگانه و طبق روابط (۴) تا (۸) فرکانس هدف تعیین شده است. شبه کد روش پیشنهادی PARAFAC-CCA در الگوریتم (۲) نشان داده شده است.

#### الگوریتم (۲) - شبه کد الگوریتم PARAFAC-CCA

Input:

-  $M$  EEG tensor training data  $X_1, X_2, \dots, X_M \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$  and sin-cosine signals  $Y_1, Y_2, \dots, Y_M \in \mathbb{R}^{2H \times J}$   
 - A test EEG data  $X_{test} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ .

Output:

- Target frequency  $f_{target}$ .

For  $m = 1: M$  do

1- PARAFAC decomposition with training data  $X_m$  and number of components  $1 \leq R \leq 8$  with

ALS algorithm as follows:

ALS algorithm:

- Calculate  $X_{m(1)}, X_{m(2)}, X_{m(3)}$ : Unfolding matrices mode 1, mode 2, mode 3

- Do SVD initialization:  $A_0, B_0, C_0$

- Normalize loading matrices:  $A_m = \text{normalize}(A_0)$ ,  $B_m = \text{normalize}(B_0)$ ,  $C_m = \text{normalize}(C_0)$

While not-converged

$$A_m \leftarrow X_{m(1)}(C_m \odot B_m)(C_m^T C_m \otimes B_m^T B_m)^\dagger$$

$$B_m \leftarrow X_{m(2)}(C_m \odot A_m)(C_m^T C_m \otimes A_m^T A_m)^\dagger$$

$$C_m \leftarrow X_{m(3)}(B_m \odot A_m)(B_m^T B_m \otimes A_m^T A_m)^\dagger$$

End

2- Do CCA between  $B_m^T \in \mathbb{R}^{R \times J}$  and  $Y_m \in \mathbb{R}^{2H \times J}$  to achieve  $(\rho_{max}, v, u)$ .

3- Built optimized reference signal

$$z_m = v^T B_m^T, z_m \in \mathbb{R}^{1 \times J}$$

End

For  $m = 1: M$  do

4- Implement MLR between  $X_{test}$  and  $z_m$  to obtain the coefficient  $R_m$ .

End

5- Recognize target stimulus frequency as

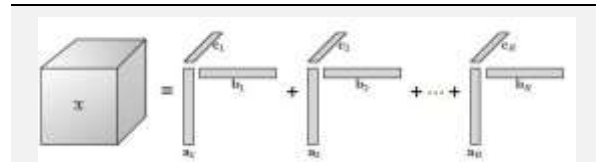
$$f_{target} = \underset{f_m}{\operatorname{argmax}} R_m \quad (m = 1, 2, \dots, M)$$

در رابطه‌ی فوق رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$Y(t) = \begin{pmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \\ Y_4(t) \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(2\pi f_m t), \cos(2\pi f_m t) \\ \sin(4\pi f_m t), \cos(4\pi f_m t) \\ \sin(6\pi f_m t), \cos(6\pi f_m t) \\ \sin(8\pi f_m t), \cos(8\pi f_m t) \\ \dots \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$t = \frac{1}{S}, \frac{2}{S}, \dots, \frac{T}{S} \quad (17)$$

در این روابط  $f_m$  فرکانس تحریک،  $T$  تعداد نمونه‌ها و  $S$  نرخ نمونه‌برداری است. سپس برای ایجاد سیگنال مرجع متناظر با هر فرکانس تحریک (از روی تانسور مشاهدات  $X_m$  و ماتریس  $Y_m$ ) با استفاده از تجزیه‌ی PARAFAC به صورت زیر عمل شده است. تجزیه‌ی PARAFAC بر تانسور مشاهدات  $X_m$  اعمال شده و مولفه‌های سازنده‌ی آن استخراج شده است. در واقع تانسور سه‌بعدی  $X_m$  اولیه به عناصر سازنده‌ی خود مانند شکل (۲) تجزیه شده است. این موضوع که چه تعداد بردارهای  $a_r$  و  $b_r$  و  $c_r$  موجود باشد به تعداد مولفه‌ها یا  $R$  وابسته است.



شکل (۲) - تجزیه‌ی PARAFAC [۱۸]

در این حالت گفته می‌شود که تجزیه‌ی PARAFAC با  $R$  مولفه<sup>۱</sup> صورت گرفته است (در ایده‌های ارائه شده تعداد منابع یا مولفه‌ها با  $R$  نشان داده شده است). یکی از چالش‌های موجود پیدا کردن  $R$  مناسب است زیرا هر چه تجزیه با  $R$  کوچک‌تر صورت بگیرد بار محاسباتی روش کم‌تر خواهد بود (همان‌طور که در بخش نتایج توضیح داده شده مقدار  $R$  متغیر در نظر گرفته شده و عمل کرد الگوریتم به ازای مقادیر مختلف  $R$  بررسی شده است). از مولفه‌ی زمانی  $B_m \in \mathbb{R}^{J \times R}$  ( $J$  تعداد نمونه‌های زمانی و  $R$  تعداد مولفه‌ها در تجزیه‌ی PARAFAC است) حاصل از تجزیه‌ی PARAFAC برای ایجاد سیگنال مرجع بهینه استفاده شده است. بدین منظور بین ماتریس  $B_m^T \in \mathbb{R}^{R \times J}$  و سیگنال مرجع اولیه‌ی

<sup>۱</sup> Component

### ۳- یافته‌ها و بحث

#### ۳-۱- مجموعه‌ی داده

مجموعه‌ی داده‌ی<sup>۱</sup> مورد استفاده در این مقاله MEMANSSVEP بوده که از طریق سایت فیزیونت<sup>۲</sup> قابل دست‌یابی است. این مجموعه‌ی داده شامل ضبط EEG ۲۵۶ کاناله از ۱۱ کاربر تحت نمایش ۵ محرک نوری چشمک‌زن با فرکانس‌های ۶/۶۶، ۷/۵، ۸/۵۷، ۱۰ و ۱۲ هرتز است به طوری که فرکانس‌ها و هارمونیک‌های آن‌ها با یکدیگر هم‌پوشانی ندارد. تعداد ۱۱ کاربر (۸ مرد و ۳ زن) با سن بین ۲۴ تا ۳۹ سال در ۵ جلسه‌ی آزمایش (a, b, c, d, e) شرکت کرده‌اند. در این آزمایش کاربران مقابل LCD با اندازه‌ی ۲۲ اینچ و رزولوشن ۱۰۸۰×۱۶۸۰ تحت نمایش ۵ مربع چشمک‌زن قرار گرفته‌اند. سیگنال EEG ثبت شده با ابعاد بالا دارای فرکانس نمونه‌برداری ۲۵۰ هرتز است. فرکانس‌های محرک توسط یک مربع بنفش در وسط زمینه‌ی سیاه نمایش داده شده است. مربع دارای فرکانس خاص ۵ ثانیه نشان داده شده است که تریال<sup>۳</sup> نام دارد. سپس ۵ ثانیه بدون هیچ تحریکی سپری شده که اصطلاحاً زمان استراحت نام دارد و دوباره مربع چشمک‌زن ظاهر شده است. مدت زمان هر تریال ۵ ثانیه بوده و در مجموع تعداد کل داده‌ها ۱۱۰۴ تریال است. طول داده یا تعداد نقاط نمونه برابر با ۱۲۵۰ نمونه‌ی زمانی است. هر جلسه‌ی ثبت شامل مراحل زیر است.

۱- صد ثانیه استراحت ابتدایی که کاربر هیچ فعالیتی انجام نداده و می‌تواند به صفحه‌ی سیاه مانیتور نگاه کند.

۲- دوره‌ی تطبیق<sup>۴</sup>: مجموعه‌ی تریال اول شامل ۸ تریال ۵ ثانیه‌ای (۴۰ ثانیه) بوده که فرد تحت چشمک‌زدن مربع‌ها به صورت تصادفی قرار گرفته و ۸ پنجره‌ی ۵ ثانیه‌ای دیگر (۴۰ ثانیه) که برای استراحت بین نمایش محرک‌های متوالی در نظر گرفته شده است. هر پنجره‌ی چشمک‌زدن شامل یک فرکانس مشخص است که به صورت تصادفی از مجموعه‌ی بالا انتخاب شده و ترتیب فرکانس‌ها از راست به چپ به صورت ۷/۵، ۶/۶۶، ۱۰، ۱۲، ۸/۵۷، ۶/۶۶ و ۷/۵ هرتز است.

۳- ۳۰ ثانیه استراحت و آماده شدن برای تریال بعدی

۴- تریال دوم شامل نمایش یک فرکانس خاص با سه بار تکرار شامل ۱۵ تریال از فرکانس‌های تحریک است. هر فرکانس محرک ۵ ثانیه نشان داده شده و بین نمایش‌ها ۵ ثانیه استراحت داده شده است. به علاوه بعد از اتمام هر سه بار تکرار یک فرکانس خاص، ۳۰ ثانیه استراحت داده شده است تا فرکانس بعدی نیز سه مرتبه نشان داده شود. ترتیب نمایش فرکانس‌ها

از الگوریتم ALS کلاسیک برای تعیین ماتریس‌های عامل و اعمال CCA برای تعیین سیگنال مرجع، یک الگوریتم ALS مقید پیشنهاد شده که در هنگام اجرای تکرارهای آن با استفاده از الگوریتم CCA ماتریس عامل حوزه‌ی زمان B با در نظر گرفتن قید شباهت با ماتریس مرجع  $Y_m$  مقید شده است. از این رو الگوریتم پیشنهادی دوم با نام Constrained-PARAFAC-CCA یا C-PARAFAC-CCA نام‌گذاری شده است. بدین ترتیب چارچوب کلی الگوریتم C-PARAFAC-CCA مشابه الگوریتم اول بوده با این تفاوت که داخل الگوریتم ALS و در هر تکرار، بین دو ماتریس  $B_m^T$  و  $Y_m$  الگوریتم CCA اعمال شده و ضرایب همبستگی کانونی و بردارهای کانونی متناظر محاسبه شده است. ماتریس کانونی متناظر با R مقدار کانونی بزرگ V نام دارد. ماتریس  $B_m$  مقید شده به صورت زیر محاسبه شده و در الگوریتم ALS جایگزین  $B_m$  شده است.

$$\hat{B}_m^T = V^T B_m^T$$

پس از اجرای الگوریتم ALS مقید، مشابه الگوریتم PARAFAC-CCA با اعمال یک مرحله‌ی CCA روی ماتریس  $Y_m$  و  $B_m^T$  سیگنال بهینه‌ی مرجع  $Z_m$  محاسبه شده است. مرحله‌ی آخر نیز مشابه الگوریتم MCCA و PARAFAC-CCA بوده بدین ترتیب که به ازای هر فرکانس تحریک  $f_m$  بین بردار مرجع  $Z_m$  و داده‌ی تست الگوریتم MLR انجام شده و فرکانس به صورت فرکانسی که بزرگ‌ترین ضریب را ایجاد کرده استخراج شده است. در واقع در این ایده دو بار از CCA استفاده شده است (یک بار داخل الگوریتم ALS به منظور به دست آوردن  $\hat{B}_m$  و بار دیگر در خارج از الگوریتم ALS بین  $B_m^T$  و  $Y_m$  به منظور به دست آوردن سیگنال مرجع بهینه‌ی  $Z_m$ ). بخش متفاوت الگوریتم C-PARAFAC-CCA با الگوریتم PARAFAC-CCA در الگوریتم (۳) ارائه شده است.

#### الگوریتم (۳) - شبه کد الگوریتم C-PARAFAC-CCA (بخش متفاوت با الگوریتم PARAFAC-CCA)

```

...
While not-converged
     $A_m \leftarrow X_{m(1)}(C_m \odot B_m)(C_m^T C_m \otimes B_m^T B_m)^+$ 
     $B_m \leftarrow X_{m(2)}(C_m \odot A_m)(C_m^T C_m \otimes A_m^T A_m)^+$ 
    Do CCA between  $B_m^T \in \mathbb{R}^{R \times J}$  and  $Y_m \in \mathbb{R}^{(2H \times J)}$ 
    to achieve  $\hat{B}_m$ 
     $C_m \leftarrow X_{m(3)}(\hat{B}_m \odot A_m)(\hat{B}_m^T \hat{B}_m \otimes A_m^T A_m)^+$ 
End
...

```

<sup>۲</sup> Trial<sup>۳</sup> Adaptation Period<sup>۱</sup> Dataset<sup>۲</sup> <https://archive.physionet.org/physiobank/database/mssvepdb>

۴- ترایال‌ها از نیم ثانیه قبل از تحریک تا ۵ ثانیه بعد از آن استخراج شده است. داده‌های هر ترایال به صورت یک ماتریس  $19 \times 1250$  چیده شده که ابعاد آن کانال در زمان است. اکنون برای تانسوری کردن داده‌ها لازم است که ماتریس‌های متناظر با ترایال‌ها در بعد سوم پشت سر هم قرار داده شده که در این صورت ابعاد داده  $19 \times 1250 \times 115$  بوده که به منظور ارزیابی  $50\%$  آن برای آموزش و  $50\%$  دیگر برای تست در نظر گرفته شده است. این عمل ۲۰ مرتبه تکرار شده و به منظور مقایسه‌ی عادلانه‌ی تمام روش‌های ذکر شده، تمام الگوریتم‌ها به ازای تمام مقادیر R با داده‌های یکسان اجرا و نتایج ذخیره شده است.

### ۳-۳- نتایج

در این بخش نتایج صحت طبقه‌بندی روش MCCA و دو الگوریتم PARAFAC-CCA و C-PARAFAC-CCA به ازای ۱۱ کاربر مورد بررسی ارائه شده است. معیارهای ارزیابی به منظور مقایسه‌ی عمل کرد کلی روش‌های مطرح شده، میانگین و انحراف معیار صحت‌های به دست آمده در ۲۰ بار تکرار الگوریتم است. تعداد مولفه‌ها در تجزیه‌ی PARAFAC (R) از ۱ تا ۸ متغیر در نظر گرفته شده و الگوریتم‌ها به ازای هر مقدار R اجرا شده و نتایج به دست آمده است (با توجه به این که تعداد هارمونیک‌ها در ماتریس شامل سیگنال‌های مرجع برابر با ۸ است، حداکثر مقدار R را می‌توان برابر با ۸ در نظر گرفت). همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود میانگین صحت کل در روش MCCA برابر با  $65/44\%$  با انحراف معیار  $7/39$  است. در کاربر شماره‌ی ۱ بالاترین صحت به دست آمده برابر با  $95/30\%$  بوده و کاربر شماره‌ی ۸ دارای پایین‌ترین میزان صحت برابر با  $20/30\%$  است. در جدول‌های (۳) و (۴) پارامتر تعداد مولفه‌های تشکیل دهنده‌ی تجزیه‌ی PARAFAC یا R نیز به منظور پیدا کردن مقدار بهینه‌ی تعداد مولفه‌های مورد استفاده در الگوریتم ارائه شده است. نتایج میانگین صحت الگوریتم PARAFAC-CCA در ۲۰ مرتبه تکرار الگوریتم در جدول (۳) به ازای هر کاربر و مقادیر مختلف R ارائه شده است. بالاترین میانگین صحت به دست آمده مربوط به کاربر ۱ و برابر با  $96/39\%$  با انحراف معیار  $2/373$  و کم‌ترین میانگین صحت مربوط به کاربر ۸ و برابر با  $16/64\%$  با انحراف معیار  $5/615$  است. همچنین بالاترین صحت به ازای  $R=8$  و پایین‌ترین صحت مربوط به  $R=1$  است. جدول (۴) مربوط به نتایج میانگین صحت به دست آمده از الگوریتم C-PARAFAC-CCA در ۲۰ مرتبه تکرار الگوریتم بوده که بالاترین میانگین صحت در کاربر

راست به چپ به صورت  $6/66, 6/66, 6/66, 7/5, 7/5, 7/5, 8/57, 8/57, 8/57, 10, 10, 10, 12, 12, 12$  هر تریال است. در پایان آزمایش، پنج بار فرکانس  $6/5$ ، پنج بار فرکانس  $7/3$ ، چهار بار فرکانس  $8/3$ ، چهار بار فرکانس  $9/6$  و پنج بار فرکانس  $11/6$  هر تریال به کاربر نشان داده شده است. ترایال‌های فرد دارای پتانسیل SSVEP و ترایال‌های زوج همان زمان استراحت بوده که باید از داده‌ی اصلی در مرحله‌ی پیش‌پردازش حذف شود. در کل ۸ ترایال برای دوره‌ی تطبیق وجود دارد.

### ۳-۲- انتخاب کانال و پیش‌پردازش

بهترین ناحیه برای فرکانس SSVEP ناحیه‌ی پس‌سری<sup>۱</sup> است. در این مقاله از بین ۴۰ کانال پس‌سری، ۱۹ کانال شامل خط اصلی و کانال‌های متقارن نسبت به آن به فاصله‌ی دور و نزدیک انتخاب شده که در جدول (۱) نیز شماره‌ی آن‌ها ارائه شده است. الکترودهای O1، O2، و OZ در بالای کورتکس بینایی قرار داده شده است. الکتروود OZ در مرکز لوب پس‌سری قرار داشته و برای مطالعه‌ی SSVEP اولین گزینه این کانال است [۲۰].

جدول (۱) - شماره‌ی کانال‌های انتخاب شده از ۲۵۶ کانال

EEG برای پیش‌پردازش [۲۰]

شماره‌ی کانال‌های انتخابی			
۱۷۴	۱۲۳	۱۲۸	۱۰۱ (Pz)
۱۳۳	۱۶۵	۱۱۰	۱۱۹
۱۷۵	۱۴۵	۱۵۰ (O2)	۱۲۶ (Oz)
۱۲۱	۱۴۸	۱۱۶	۱۳۷
	۱۳۶	۱۵۸	۱۴۷

برای پردازش داده‌ها از EEGLAB در محیط متلب استفاده شده و پیش‌پردازش‌های زیر روی داده‌ها اعمال شده است.

۱- جداسازی محل رخداد پتانسیل SSVEP و اضافه کردن آن به کانال آخر داده‌ی مورد نظر که در نتیجه داده اکنون ۲۵۷ کانال دارد. یافتن محل رخدادها با EEGLAB انجام شده است.

۲- انتخاب کانال‌های مورد نظر که ۱۹ کانال از ۲۵۶ کانال اصلی در نظر گرفته شده است.

۳- اعمال فیلتر FIR<sup>۲</sup> با پاسخ ضربه‌ی محدود از ۱ تا ۴۰ هر تریال که نوعی فیلتر میان‌گذر برای حذف نویز از سیگنال EEG است. معمول‌ترین روش برای حذف نویز از سیگنال EEG استفاده از فیلترهای میان‌گذر است مشروط بر این که فرکانس‌های اجزای نویز با فرکانس‌هایی که پدیده‌های مورد علاقه را منتقل می‌کنند هم‌پوشانی نداشته باشند [۲۰].

<sup>۱</sup> Finite Impulse Response

<sup>۲</sup> Occipital Lobe

نتایج مقایسه‌ی الگوریتم‌های پیشنهادی با روش پایه‌ی MCCA بر اساس معیار صحت طبقه‌بندی در تشخیص فرکانس SSVEP در ۱۱ کاربر مورد بررسی در شکل (۳) ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگوریتم‌های پیشنهادی C-PARAFAC-CCA و PARAFAC-CCA میانگین صحت بالاتری نسبت به روش MCCA از خود نشان داده‌اند. الگوریتم PARAFAC-CCA حدود ۷/۹۹٪ و الگوریتم C-PARAFAC-CCA مقدار ۸/۲٪ نسبت به روش MCCA افزایش صحت طبقه‌بندی داشته است. همان‌طور که مشخص است الگوریتم C-PARAFAC-CCA نسبت به C-PARAFAC-CCA بالاتری در تشخیص فرکانس محرک‌ها دارد. شکل (۴) نشان دهنده‌ی میانگین صحت روش‌های پیشنهادی به ازای مقادیر R متفاوت است. در روش PARAFAC-CCA و C-PARAFAC-CCA به ازای R=۸ بالاترین صحت و به ازای R=۱ پایین‌ترین صحت به دست آمده است. لذا با توجه به هدف تعیین مقدار R بهینه در هر روش، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد مولفه‌ی مناسب برای انجام تجزیه در هر دو روش برابر با ۸ است.

شماره‌ی ۹ برابر با ۹۸/۶۸٪ با انحراف معیار ۰/۹۹۲ و کم‌ترین میانگین صحت در کاربر شماره‌ی ۸ برابر با ۱۸/۰۸٪ با انحراف معیار ۵/۲۲۴ است. بالاترین صحت نیز مشابه الگوریتم قبلی به ازای R=۸ و پایین‌ترین صحت مربوط به حالت R=۲ است. همان‌طور که در جدول قبل نیز مشاهده شد کاربر شماره‌ی ۸ همیشه کم‌ترین میزان صحت را داشته است که می‌تواند به دلیل چشم بر هم زدن زیاد کاربر یا عوامل محیطی باشد. در جدول (۵) مقادیر مربوط به P-Value در تست آماری t-test نمونه‌های جفت شده در حالت بین‌سوژه‌ای ارائه شده و همان‌طور که مشاهده می‌شود برتری روش‌های ارائه شده به ازای تمام مقادیر R معنادار است ( $P\text{-Value} < 0/05$ ). هم‌چنین برای هر کاربر نیز به صورت جداگانه روی ۲۰ تکرار الگوریتم و به ازای هر یک از مقادیر R تست آماری انجام شده است. برای الگوریتم PARAFAC-CCA در تمام کاربران به جز کاربرهای ۱، ۸ و ۹ در بیش از ۷ مقدار از مقادیر R نتایج از نظر آماری معنادار بوده است. در الگوریتم C-PARAFAC-CCA نیز در تمام کاربران به جز کاربرهای ۱، ۲ و ۸ در بیش از ۷ مقدار از مقادیر R نتایج از نظر آماری معنادار بوده است.

**جدول (۲) - میانگین و انحراف معیار صحت روش MCCA**

AVE	Sub 11	Sub 10	Sub 9	Sub 8	Sub 7	Sub 6	Sub 5	Sub 4	Sub 3	Sub 2	Sub 1	ACC (Sub)
۶۵/۴۴±	۹۳/۰۳±	۷۴/۴۶±	۹۷/۲۳±	۲۰/۳۰±	۷۶/۷۸±	۷۹/۰۱±	۲۱/۰۷±	۶۳/۶۹±	۲۶/۸۱±	۷۲/۱۴±	۹۵/۳۰±	
۷/۳۳۹	۳/۰۶۰	۹/۲۸۹	۲/۲۰۴	۵/۹۰۷	۱۷/۰۳۹	۷/۳۷۱	۳/۵۹۹	۲۱/۵۹۱	۸/۴۱۵	۷/۴۹۵	۳/۱۸۲	

**جدول (۳) - میانگین و انحراف معیار صحت الگوریتم پیشنهادی PARAFAC-CCA ( $1 \leq R \leq 8$ ) و مقادیر اولیه‌ی (SVD)**

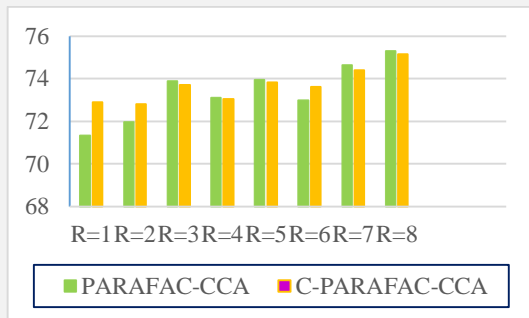
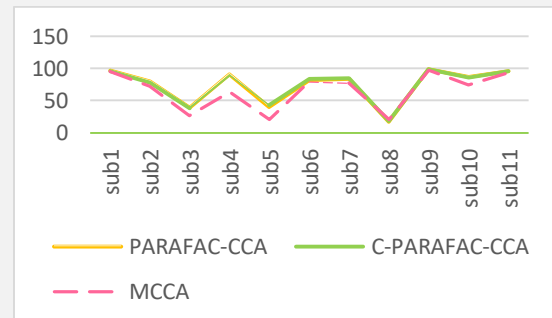
AVE (R)	Sub 11	Sub 10	Sub 9	Sub 8	Sub 7	Sub 6	Sub 5	Sub 4	Sub 3	Sub 2	Sub 1	R
۷۱/۳۳±	۹۱/۸۷±	۷۸/۰۳±	۹۶/۵۱±	۱۶/۶۶±	۸۴/۹۱±	۷۱/۰۷±	۳۷/۳۲±	۸۹/۳۴±	۴۰/۴۵±	۷۹/۵۵±	۹۸/۹۳±	۱
...	۲/۲۰۴	۳/۹۷۶	۱/۹۶۲	۵/۵۱۷	۳/۳۰۱	۴/۱۲۱	۴/۱۳۳	۲/۵۳۳	۶/۰۰۲	۳/۸۶۳	۱/۴۸۲	
۷۱/۹۷	۹۴/۸۲±	۸۹/۱۹±	۹۸/۳۹±	۱۹/۸۴±	۷۲/۵۰±	۷۷/۸۵±	۳۴/۴۶±	۹۲/۰۶±	۳۸/۰۳±	۷۹/۰۱±	۹۵/۶۰±	۲
	۱/۹۹۸	۳/۲۵۰	۱/۲۸۲	۵/۸۵۵	۳/۵۹۱	۳/۸۱۶	۴/۶۷۴	۲/۷۵۶	۵/۰۵۸	۳/۵۱۸	۲/۵۰۱	
۷۳/۸۸	۹۶/۲۵±	۸۸/۹۲±	۹۶/۹۶±	۱۵/۴۵±	۸۵/۵۳±	۸۳/۵۷±	۴۱/۰۷±	۹۰/۳۲±	۳۷/۲۷±	۸۱/۷۸±	۹۵/۶۰±	۳
	۱/۶۲۸	۳/۵۰۵	۱/۳۰۸	۵/۴۶۵	۲/۷۱۱	۳/۳۵۸	۴/۸۴۷	۲/۶۸۳	۵/۳۰۳	۲/۷۵۴	۲/۵۰۱	
۷۳/۰۹	۹۵/۷۱±	۸۶/۶۹±	۹۹/۱۰±	۱۳/۳۳±	۸۴/۵۵±	۸۳/۷۵±	۴۰/۳۵±	۹۰/۹۷±	۳۳/۴۸±	۸۰/۵۳±	۹۵/۶۰±	۴
	۲/۳۴۶	۳/۹۹۱	۰/۹۱۶	۶/۰۹۲	۳/۲۴۰	۳/۲۲۰	۴/۸۶۱	۲/۹۳۱	۵/۲۴۶	۳/۳۲۳	۲/۵۰۱	
۷۳/۹۵	۹۶/۵۱±	۸۸/۳۰±	۹۸/۳۹±	۱۵/۶۰±	۸۶/۸۷±	۸۴/۶۴±	۴۱/۸۷±	۹۰/۹۷±	۳۵±	۷۹/۷۳±	۹۵/۶۰±	۵
	۱/۹۶۲	۳/۸۶۳	۱/۲۸۲	۶/۲۳۹	۲/۹۱۲	۳/۳۹۸	۵/۱۶۴	۲/۹۳۱	۵/۲۴۶	۳/۶۳۰	۲/۵۰۱	
۷۲/۹۸	۹۶/۶۹±	۸۸/۵۷±	۹۹/۱۰±	۱۲/۷۲±	۸۲/۹۴±	۷۹/۹۱±	۴۰/۷۱±	۹۱/۴۱±	۳۴/۶۹±	۸۰/۴۴±	۹۵/۶۰±	۶
	۱/۵۶۲	۳/۹۰۲	۰/۹۱۶	۴/۷۷۶	۲/۸۰۷	۳/۳۷۲	۵/۰۷۰	۳/۲۶۸	۵/۲۶۴	۳/۶۸۵	۲/۵۰۱	
۷۴/۶۳	۹۶/۶۹±	۸۳/۸۳±	۹۹/۱۰±	۱۹/۲۴±	۸۳/۷۵±	۸۶/۷۸±	۴۲/۱۴±	۹۱/۴۱±	۴۳/۴۸±	۷۸/۹۲±	۹۵/۶۰±	۷
	۱/۵۶۲	۴/۳۱۵	۰/۹۱۶	۵/۵۸۵	۳/۰۶۰	۳/۱۴۱	۵/۳۸۵	۳/۲۶۸	۵/۴۰۹	۳/۳۰۷	۲/۵۰۱	
۷۵/۳۱	۹۶/۶۹±	۸۵/۶۲±	۹۹/۱۰±	۲۰/۳۰±	۸۶/۶۹±	۸۴/۲۸±	۴۲/۰۵±	۹۰/۱۰±	۵۰/۱۵±	۷۷/۸۵±	۹۵/۶۰±	۸
	۱/۵۶۲	۳/۶۴۰	۰/۹۱۶	۵/۳۹۳	۲/۴۹۰	۲/۹۸۸	۵/۲۲۹	۳/۱۱۲	۶/۰۱۸	۳/۵۹۰	۲/۵۰۱	
۷۳/۴۲	۹۵/۶۵±	۸۶/۱۴±	۹۸/۳۳±	۱۶/۶۴±	۸۳/۴۶±	۸۱/۴۸±	۳۹/۹۹±	۹۰/۸۲±	۳۹/۰۶±	۷۹/۷۲±	۹۶/۳۹±	AVE (Sub)
	۱/۸۵۳	۳/۸۰۵	۱/۱۸۷	۵/۶۱۵	۳/۰۱۴	۳/۴۲۶	۴/۹۲۰	۰/۰۱۱۵	۵/۴۹۳	۳/۴۲۵	۲/۳۷۳	

**جدول (۴) - میانگین و انحراف معیار صحت الگوریتم پیشنهادی C-PARAFAC-CCA ( $1 \leq R \leq 8$ ) و مقارنه‌ی اولیه‌ی (SVD)**

AVE (R)	Sub 11	Sub 10	Sub 9	Sub 8	Sub 7	Sub 6	Sub 5	Sub 4	Sub 3	Sub 2	Sub 1	R
۷۲/۸۹+	۹۰/۷۱±	۷۱/۴۲±	۹۷/۴۱±	۲۰/۱۵±	۹۰±	۸۶/۰۷±	۳۵/۳۵±	۸۸/۸۰±	۴۳/۷۸±	۸۰/۹۸±	۹۷/۱۲±	۱
...	۲/۹۳۱	۴/۴۱۲	۱/۳۵۵	۳/۷۱۴	۲/۹۷۶	۳/۳۵۸	۴/۲۴۱	۳/۰۱۵	۴/۷۶۳	۲/۹۶۹	۲/۳۰۰	
۷۲/۸۰	۹۷/۱۴±	۸۷/۸۵±	۹۹/۱۰±	۱۵/۷۵±	۸۰/۷۱±	۸۰/۴۴±	۴۲/۷۶±	۸۶/۸۴±	۴۱/۵۱±	۷۳/۱۲۵±	۹۵/۰۰±	۲
...	۱/۳۴۶	۳/۵۰۵	۰/۹۱۶	۵/۶۹۸	۳/۱۵۲	۲/۸۶۶	۴/۹۶۶	۳/۲۶۸	۴/۵۱۶	۳/۹۴۹	۲/۵۰۱	
۷۳/۷۰	۹۵/۴۴±	۸۵/۸۹±	۹۸/۰۳±	۱۹/۶۹±	۷۹/۹۱±	۸۴/۴۶±	۴۴/۷۳±	۹۳/۱۵±	۳۸/۱۸±	۷۵/۶۲±	۹۵/۶۰±	۳
...	۱/۶۸۶	۲/۹۴۸	۱/۱۴۴	۵/۳۳۹	۳/۴۲۱	۳/۱۷۸	۴/۹۹۹	۲/۴۷۱	۴/۷۵۵	۳/۰۲۵	۲/۵۰۱	
۷۳/۰۳	۹۶/۲۵±	۸۹/۰۱±	۹۹/۱۰±	۱۶/۵۱±	۷۹/۳۷±	۸۸/۴۸±	۴۱/۷۸±	۸۹/۶۷±	۳۱/۳۶±	۷۶/۲۵±	۹۵/۶۰±	۴
...	۱/۶۲۸	۳/۲۴۰	۰/۹۱۶	۶/۱۷۷	۳/۴۵۰	۳/۴۵۰	۵/۵۰۸	۲/۸۹۷	۵/۱۳۴	۳/۶۲۲	۲/۵۰۱	
۷۳/۸۱	۹۶/۶۹±	۹۰/۶۲±	۹۸/۹۲±	۱۸/۳۳±	۸۵/۷۱±	۸۲/۶۷±	۴۲/۷۶±	۸۷/۳۹±	۳۲/۴۲±	۸۰/۸۹±	۹۵/۶۰±	۵
...	۱/۵۶۲	۳/۳۲۱	۰/۸۹۷	۷/۱۲۱	۲/۷۷۸	۳/۵۷۶	۵/۷۲۰	۳/۳۵۳	۵/۵۷۰	۳/۶۲۲	۲/۵۰۱	
۷۳/۶۰	۹۶/۲۵±	۸۸/۱۲±	۹۸/۹۲±	۱۷/۵۷±	۸۵/۴۴±	۸۲/۲۳±	۴۵/۱۷±	۸۷/۸۲±	۳۵±	۷۷/۵۰±	۹۵/۶۰±	۶
...	۱/۶۲۸	۴/۰۶۶	۰/۸۹۷	۴/۷۷۶	۲/۹۱۲	۳/۷۷۵	۵/۳۴۴	۱۳/۷۵۸	۵/۰۵۸	۳/۶۲۲	۲/۵۰۱	
۷۴/۴۰	۹۶/۲۵±	۸۷/۲۳±	۹۸/۹۲±	۱۵±	۸۷/۴۱±	۸۴/۲۸±	۴۴/۵۵±	۸۹/۱۳±	۴۲/۵۷±	۷۷/۵۰±	۹۵/۶۰±	۷
...	۱/۶۲۸	۳/۶۷۶	۰/۸۹۷	۴/۲۲۵	۳/۱۹۸	۳/۲۰۴	۴/۹۳۲	۳/۹۸۹	۴/۹۶۲	۳/۳۹۸	۲/۵۰۱	
۷۵/۱۴	۹۶/۶۹±	۸۵±	۹۹/۱۰±	۲۱/۶۶±	۸۶/۰۷±	۸۲/۶۷±	۴۳/۵۷±	۹۰/۵۴±	۴۲/۷۲±	۸۲/۹۴±	۹۵/۶۰±	۸
...	۱/۵۶۲	۳/۵۹۰	۰/۹۱۶	۴/۷۴۳	۲/۹۳۱	۳/۲۸۲	۵/۶۵۸	۳/۴۷۵	۵/۰۰۳	۳/۷۷۵	۲/۵۰۱	
	۹۵/۶۷±	۸۵/۶۴±	۹۸/۶۸±	۱۸/۰۸±	۸۴/۳۲±	۸۳/۵۳±	۴۲/۵۸±	۸۹/۱۶±	۳۸/۴۴±	۷۸/۱۰±	۹۵/۷۹±	AVE (Sub)
	۱/۷۴۶	۳/۵۹۴	۰/۹۹۲	۵/۲۲۴	۳/۱۰۲	۳/۳۳۶	۵/۱۷۱	۳/۲۷۸	۴/۹۷۰	۳/۴۹۷	۲/۴۷۵	

**جدول (۵) - مقادیر P-Value در روش‌های پیشنهادی**

P-Value		Accuracy			R
(2)	(1)	2-C-PARAFAC-CCA	1-PARAFAC-CCA	MCCA	
۰/۰۱۰	۰/۰۳۶	۷۲/۸۹	۷۱/۳۳	۶۵/۴۴	۱
۰/۰۱۲	۰/۰۲۴	۷۲/۸۰	۷۱/۹۷		۲
۰/۰۱۰	۰/۰۰۶	۷۳/۷۰	۷۳/۸۸		۳
۰/۰۱۰	۰/۰۱۰	۷۳/۰۳	۷۳/۰۹		۴
۰/۰۰۴	۰/۰۰۶	۷۳/۸۱	۷۳/۹۵		۵
۰/۰۰۶	۰/۰۱۴	۷۳/۶۰	۷۲/۹۸		۶
۰/۰۰۵	۰/۰۰۳	۷۴/۴۰	۷۴/۶۳		۷
۰/۰۰۲	۰/۰۰۳	۷۵/۱۴	۷۵/۳۱		۸


**شکل (۴) - میانگین صحت در روش‌های پیشنهادی به ازای مقادیر متفاوت R**

**شکل (۳) - مقایسه‌ی صحت الگوریتم‌های پیشنهادی با روش MCCA در ۱۱ کاربر مورد بررسی**

سیگنال SSVEP در سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP ارائه شده است. در این دو الگوریتم با الهام از روش MCCA از مجموعه‌ی دادگان آموزش تانسوری سازی شده به منظور تعیین

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش دو الگوریتم پیشنهادی PARAFAC-CCA و C-PARAFAC-CCA به منظور تعیین فرکانس تحریک

- [4] Lin, Z., Zhang, C., Wu, W., & Gao, X. (2007). Frequency recognition based on canonical correlation analysis for SSVEP-based BCIs. *IEEE transactions on biomedical engineering*, 54(6), 1172-1176.
- [5] Liguori, C., Paolillo, A. and Pignotti, A. (2006) "Estimation of signal parameters in the frequency domain in the presence of harmonic interference", A comparative analysis, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 55(2), pp.562-569.
- [6] Zhang, Y., Zhou, G., Zhao, Q., Onishi, A., Jin, J., Wang, X. and Cichocki, A. (2011) "Multiway canonical correlation analysis for frequency components recognition in SSVEP-based BCIs", In *International Conference on Neural information processing* (pp. 287-295), Springer, Berlin, Heidelberg.
- [7] Zhang, Y., Zhou, G., Jin, J., Wang, M., Wang, X. and Cichocki, A. (2013) "L1-regularized multiway canonical correlation analysis for SSVEP-based BCI", *IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, 21(6), pp.887-896.
- [8] Zhang, Y.U., Zhou, G., Jin, J., Wang, X. and Cichocki, A. (2014) "Frequency recognition in SSVEP-based BCI using multiset canonical correlation analysis", *International journal of neural systems*, 24(04), p.1450013.
- [9] Jiao, Y., Zhang, Y., Wang, Y., Wang, B., Jin, J. and Wang, X. (2018) "A novel multilayer correlation maximization model for improving CCA-based frequency recognition in SSVEP brain-computer interface", *International journal of neural systems*, 28(04), p.1750039.
- [10] Chen, X., Wang, Y., Gao, S., Jung, T.P. and Gao, X. (2015) "Filter bank canonical correlation analysis for implementing a high-speed SSVEP-based brain-computer interface", *Journal of neural engineering*, 12(4), p.046008.
- [11] Liu, T., Zhang, Y., Wang, L., Li, J., Xu, P. and Yao, D. (2019), Fusing canonical coefficients for frequency recognition in SSVEP-based BCI". *IEEE Access*, 7, pp.52467-52472.
- [12] Zhang, Z.M. and Deng, Z.D. (2012) "A kernel canonical correlation analysis based idle-state detection method for SSVEP-based brain-computer interfaces", In *Advanced Materials Research* (Vol. 341, pp. 634-640), Trans Tech Publications Ltd.
- [13] Andrew, G., Arora, R., Bilmes, J. and Livescu, K. (2013) "Deep canonical correlation analysis", In *International conference on machine learning*, (pp. 1247-1255), PMLR.
- [14] Jorajuría, T., Idaji, M.J., İşcan, Z., Gómez, M., Nikulin, V.V. and Vidaurre, C. (2022) "Oscillatory Source Tensor Discriminant Analysis (OSTDA): A regularized tensor pipeline for SSVEP-based BCI systems". *Neurocomputing*, 492, pp.664-675.
- [15] Aceves-Fernandez, M. A., Fernandez-Fraga, S. M., Pedraza-Ortega, J. C., & Tovar-Arriaga, S. (2016). EEG Signal analysis methods based on

سیگنال مرجع بهینه استفاده شده است. ایده‌ی اصلی در این دو الگوریتم استفاده از تجزیه‌ی PARAFAC برای استخراج سیگنال مرجع بهینه است. در الگوریتم PARAFAC-CCA ابتدا با استفاده از الگوریتم ALS کلاسیک ماتریس عامل حوزه‌ی زمان استخراج شده و سپس با اعمال یک مرحله‌ی CCA سیگنال مرجع بهینه استخراج شده است. در الگوریتم C- PARAFAC-CCA الگوریتم ALS مقید شده و در هر تکرار آن، الگوریتم CCA در داخل حلقه اعمال شده است. پس از اعمال ALS مقید بار دیگر CCA در خارج از حلقه نیز اعمال شده و سیگنال مرجع بهینه استخراج شده است.

نتایج به دست آمده از اعمال الگوریتم‌های پیشنهادی روی مجموعه‌ی دادگان SSVEP نشان دهنده‌ی برتری حدود ۸٪ این الگوریتم‌ها نسبت به الگوریتم MCCA است. اگرچه صحت تشخیص فرکانس هدف ایده‌های پیشنهادی نسبت به روش MCCA افزایش پیدا کرده اما زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی نسبت به الگوریتم پایه‌ی MCCA بیش‌تر بوده و کاهش مدت زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی هنوز یک چالش بزرگ است. مشکل دیگر نیز انتخاب مناسب پارامتر R بوده هر چند به ازای مقادیر مختلف R نتایج مناسبی به دست آمده است اما در عمل باید روی داده‌های آموزشی با استفاده از ارزیابی داخلی مقدار بهینه‌ی R به دست آمده و الگوریتم‌ها با استفاده از مقدار بهینه‌ی R روی داده‌های تست اعمال شود. به موارد زیر می‌توان به عنوان پیشنهادهایی برای کارهای آینده ارائه اشاره کرد. به منظور افزایش عمل‌کرد در تشخیص فرکانس SSVEP می‌توان از مدل‌های از قبل آموزش دیده مانند شبکه‌ی عصبی برای طبقه‌بندی EEG و ترکیب آن با ایده‌های تانسوری ارائه شده استفاده کرد. همچنین می‌توان از ترکیب روش FoCCA و استفاده از فیلتر میان‌گذر در فرکانس‌های محرک و هارمونیک‌های آن‌ها برای بهبود ایده‌های ذکر شده استفاده کرد.

## ۵- مراجع

- [1] Cherloo, M.N., Amiri, H.K. and Daliri, M.R." (2022) Spatio-Spectral CCA (SS-CCA): A novel approach for frequency recognition in SSVEP-based BCI", *Journal of Neuroscience Methods*, 371, p. 109499.
- [2] Jonathan R, W and Elizabet W, "Brain-Computer Interfaces," in Title of His Published Book, 1th ed. New York State Department of Health. Of OXFORD university Press, 2012, ch. 1, sec. 1, pp. xxx-xxx.
- [3] Zhang, Y., Xie, S.Q., Wang, H. and Zhang, Z. (2020) "Data analytics in steady-state visual evoked potential-based brain-computer interface, A review". *IEEE Sensors Journal*, 21(2), pp.1124-1138.

- [18] Kolda, T. G., & Bader, B. W. (2009). Tensor decompositions and applications. *SIAM review*, 51(3), 455-500.
- [19] Kiers, H. A. (2000). Towards a standardized notation and terminology in multiway analysis. *Journal of Chemometrics: A Journal of the Chemometrics Society*, 14(3), 105-122.
- [20] Oikonomou, V.P., Liaros, G., Georgiadis, K., Chatzilari, E., Adam, K., Nikolopoulos, S. and Kompatsiaris, I. (2016) "Comparative evaluation of state-of-the-art algorithms for SSVEP-based BCIs", arXiv preprint arXiv: 1602.00904.
- steady state visual evoked potential stimuli for the development of brain computer interfaces: A review. *Am J Comput Sci Eng Surv*, 4, p. 1-18.
- [16] Zhang, Y., Xu, P., Cheng, K. and Yao, D. (2014) "Multivariate synchronization index for frequency recognition of SSVEP-based brain-computer interface", *Journal of neuroscience methods*, 221, pp.32-40.
- [17] Cattell, R. B. (1944). "Parallel proportional profiles" and other principles for determining the choice of factors by rotation. *Psychometrika*, 9(4), 267-283.