



Robust Linear Controller Design for Uncertain Malaria Epidemic Model

Hanifi, Hamed¹ / Amini Boroujeni, Elham^{2*}

¹ - M.Sc., Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

² - Assistant Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO

DOI: 10.22041/ijbme.2024.2026160.1895

Received: 7 April 2024

Revised: 23 August 2024

Accepted: 8 October 2024

KEY WORDS

Malaria
Epidemiological
Robust Control
Uncertain Model
Decrease Rank

ABSTRACT

This paper aims to design a robust linear controller to prevent a malaria epidemic as an ascending system with an uncertain model. The prevalence of malaria is modeled together by seven nonlinear differential equations for population variables: susceptible, susceptible, infected, and improved humans, and susceptible, exposed, and infected mosquitoes. The robust controllers are designed to adjust the use of treated beds properly, the treatment rate of infected people, and the use of insecticide spray to control the malaria epidemic. Accordingly, using the designed control scheme, the number of exposed and infected humans and infected mosquitoes will eventually reach zero. However, the number of susceptible and susceptible mosquitoes is increasing due to the birth rate and the loss of malaria immunity in the improved population. This article describes the methods (H_2 , H_∞ -ric, H_∞ -lmi, H_2 - H_∞ , μ_{D-K} , μ_{D-G-K}). We have tried to control this disease's prevalence despite the system's uncertainty. Finally, the results of the reduced-order controllers are evaluated and compared, and the best-designed controller is compared with one of the recent research on this subject. The results are shown in the simulation section.

*Corresponding Author

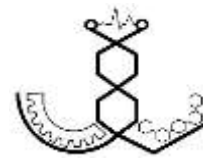
Address: Department of Electrical and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

Postal Code: 15719-14911

E-Mail: e.amini.b@khu.ac.ir

Tel: +98-21-88830891





طراحی و مقایسه‌ی کنترل کننده‌های مقاوم خطی به منظور کنترل شیوع بیماری مالاریا در حضور نامعینی

حنیفی، حامد^۱ / امینی بروجنی، الهام^{۲*}

^۱ - کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران
^۲ - استادیار، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

مشخصات مقاله

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/ijbme.2024.2026160.1895

پذیرش: ۱۷ مهر ۱۴۰۳

بازنگری: ۲ شهریور ۱۴۰۳

ثبت در سامانه: ۱۹ فروردین ۱۴۰۳

چکیده

واژه‌های کلیدی

هدف این مقاله طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم خطی به منظور جلوگیری از اپیدمی مالاریا به عنوان یک سیستم مثبت دارای نامعینی می‌باشد. کنترل کننده‌ی مقاوم به منظور کنترل تعداد تخت‌خواب‌های تحت درمان، میزان درمان افراد آلوده و استفاده از اسپری حشره‌کش برای کنترل اپیدمی مالاریا طراحی شده است. بر این اساس با استفاده از کنترل کننده‌های طراحی شده، تعداد انسان‌های در معرض، آلوده و پشه‌های آلوده در نهایت به صفر خواهد رسید. با این حال تعداد افراد مستعد و پشه‌های حساس به دلیل میزان تولد و از دست دادن ایمنی مالاریا در افراد بهبود یافته به طور کنترل شده‌ای افزایش می‌یابد. در این مقاله به روش‌های کنترلی H_2 ، H_∞ -ric، H_∞ -lmi، H_2 - H_∞ ، μ D-K و μ D-G-K سعی شده است تا با وجود نامعینی در مدل ریاضی بیماری مالاریا، شیوع این بیماری کنترل شود. در پایان در بخش شبیه‌سازی نتیجه‌ی کنترل کننده‌های به دست آمده مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته و بهترین روش کنترلی طراحی شده در این مقاله با یکی از مراجع اخیر در این حوزه مقایسه شده و نتایج آن ارائه گردیده است.

مالاریا

اپیدمی

کنترل مقاوم

مدل نامعینی

کاهش مرتبه

*نویسنده‌ی مسئول

نشانی: گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۰۸۹۱-۹۸+

پست الکترونیک: e.amini.b@khu.ac.ir

کد پستی: ۱۴۹۱۱-۱۵۷۱۹



۱- مقدمه

طی چند دهه‌ی گذشته، سیستم‌های مثبت^۱ به دلیل کاربردهای آن‌ها در مهندسی صنایع [۱]، اقتصاد، زیست‌شناسی و پزشکی [۲] توجه بسیاری را به خود جلب کرده‌اند. به سیستمی که حالت‌های اولیه‌ی منفی ندارد، اگر مسیر حرکت آن برای تمام ورودی‌های غیرمنفی مثبت بماند، سیستم مثبت گفته می‌شود. بر اساس این تعریف، سیستم‌های دینامیکی بیماری‌های اپیدمی را می‌توان به دلیل مثبت بودن متغیرهای حالت آن‌ها (جمعیت‌های بخشی) و ورودی‌های کنترل (مثلا واکسیناسیون یا درمان جمعیت‌های آلوده) به عنوان سیستم‌های مثبت در نظر گرفت. در سال‌های اخیر تحقیقات مختلف برای به دست آوردن یک مدل ریاضی مناسب برای پویایی انتقال بیماری انجام شده است. در مرجع [۳] برخی از مدل‌های انتقال ساده برای بیماری اپیدمی مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل جدید آنفلوآنزا در معرض ابتلا به عفونت در معرض آلودگی اپیدمیولوژیکی در مرجع [۴] پیشنهاد شده است. در ادامه با توجه به واکسیناسیون و درمان ضد ویروس یک مدل انتقال از حالت حساس به حالت آلوده که منجر به حالت بهبود یافته شده با تابع انتقال هم‌گرا به صورت مجانبی پیشنهاد شده است [۵]. مالاریا یک بیماری انگلی جدی است که توسط پشه‌های انسان‌دوست ایجاد شده و باعث بیماری و مرگ و میر بالا در کشورهای کم‌تر توسعه یافته، به ویژه در جنوب صحرای آفریقا می‌شود. تقریباً ۳۰۰-۴۰۰ میلیون مورد مالاریا در جهان اتفاق افتاده و گزارش شده است و سالانه ۱/۵ تا ۲ میلیون فرد آلوده می‌میرند. مالاریا یکی از رایج‌ترین بیماری‌های تهدیدکننده‌ی زندگی است که توسط پشه‌های آلوده به انسان منتقل می‌شود [۶]. انگل‌های مالاریا توسط پشه‌ی آلوده، پس از آن که انسان را گاز می‌گیرد از غدد بزاقی پشه به خون انسان منتقل می‌شوند و با کمک جریان خون (در دوره‌ی در معرض) به کبد می‌رسند. سپس انگل‌ها برای حمله به گلبول‌های قرمز خون پس از دوره‌ی در معرض کبد، خارج می‌شوند. سرانجام برخی از علائم مانند سردرد، تب، لرز و استفراغ برای انسان آلوده رخ می‌دهد [۷، ۸]. از آن‌جا که انسان قادر به پیش‌گیری و درمان مالاریا است، کنترل این بیماری بسیار مهم بوده و می‌تواند عفونت‌های آن را کاهش داده و ریشه‌کن کند. برای این منظور اولین مدل‌های ریاضی انتقال مالاریا به عنوان یک سیستم مثبت در مرجع [۹] معرفی شده و آستانه‌ی مشخصی برای جمعیت پشه نشان داده شده است. اخیراً مطالعات زیادی در زمینه‌ی استفاده از روش‌های کنترلی مختلف برای مدل‌های انتقال بیماری (مثلاً

مالاریا) برای بهبود روند درمان انجام شده است [۱۰]. از طرفی دینامیک بیماری‌های همه‌گیر دارای منابع مختلف نامعینی‌ها است که باعث می‌شود مدل‌سازی ریاضی مربوطه در برابر نامعینی‌ها پیچیده و آسیب‌پذیر شود. در نتیجه کنترل اپیدمی بیماری باید در حضور نامعینی‌های مدل‌سازی انجام شود. تا کنون روش‌های مختلفی جهت کنترل مقاوم و یا تطبیقی به منظور مقابله با نامعینی‌ها و عدم قطعیت‌های سیستم‌های دینامیکی پیشنهاد شده است [۱۱-۱۴]. در مطالعه‌ی [۱۵] یک استراتژی کنترلی مد لغزشی تطبیقی مقاوم غیرخطی برای اپیدمی آنفلوآنزا در حضور نامعینی‌ها ارائه شده و مرجع [۱۶] این استراتژی را مبتنی بر رویت‌گر گسترش داده است. در مقاله‌ی [۱۷] نیز جهت کنترل بیماری هپاتیت B در حضور نامعینی پارامتری و غیرپارامتری از روش کنترل مقاوم مبتنی بر لیاپانوف استفاده شده است.

هدف از به کارگیری روش کنترلی در اپیدمی مالاریا کاهش و ریشه‌کن کردن تعداد انسان‌های در معرض و آلوده و پشه‌های آلوده که با مالاریا سروکار دارند است. در نتیجه تعداد انسان‌های بهبود یافته افزایش و پشه‌های در معرض و پشه‌های حساس^۲ نیز کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که متغیرهای حالت سیستم و ورودی‌های کنترل در طی مراحل درمانی مثبت باقی می‌مانند، بنابراین دینامیک شیوع مالاریا یک سیستم مثبت است. مرجع [۱۸] به کنترل شیوع بیماری مالاریا به روش کنترل بهینه پرداخته است.

در این مقاله در بخش ۲ مدل ریاضی اپیدمی مالاریا ارائه شده و در بخش ۳ به مقدمات ریاضی و نحوه‌ی طراحی کنترل‌کننده‌ی مقاوم از نظر پایداری و کارایی پرداخته شده است. در بخش ۴ خطی‌سازی معادلات اپیدمی مالاریا و در بخش ۵ پیکره‌بندی مسائل کنترل مقاوم نشان داده شده، در بخش ۶ به طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم مختلف در برابر نامعینی‌های سیستم پرداخته شده و نتایج شبیه‌سازی و تحلیل طراحی‌های حاصل از این مقاله در بخش ۷ ارائه شده است.

۲- مدل ریاضی اپیدمی مالاریا

در این بخش مدل اپیدمی غیرخطی مالاریا همراه با متغیرهای حساس، در معرض، علامت آلوده و بهبود یافته ارائه شده است. ورودی‌های کنترل بیماری مالاریا استفاده از تخت‌خواب‌های تحت درمان، میزان درمان افراد آلوده و استفاده از اسپری حشره‌کش است. بنابراین دینامیک اپیدمی مالاریا با ۷ متغیر حالت و ۳ ورودی کنترل به شرح زیر تعریف می‌شود [۱۸].

^۲ Susceptible Mosquitoes^۱ Positive Systems



۳- مقدمات ریاضی

در این بخش به بیان قضایای مرتبط به پایداری و عمل‌کرد مقاوم در یک سیستم خطی پرداخته شده است.

قضیه‌ی کمکی (۱)

یک سیستم کارایی مقاوم دارد اگر پایداری داخلی مقاوم داشته باشد و اهداف کارایی برای تمام مدل‌های نامعین تامین گردد. بنابراین رابطه‌ی زیر برقرار است [۲۰]. در این رابطه W_s تابع وزنی کارایی و $S(s)$ تابع حساسیت سیستم است.

$$\|W_s S\|_\infty < 1 \quad (۳)$$

قضیه‌ی کمکی (۲)

سیستم طبق معیار پایداری داخلی مقاوم، بر مبنای تابع متمم حساسیت، پایدار مقاوم خواهد بود اگر شرط رابطه‌ی (۴) برقرار باشد [۲۰].

$$\|T\|_\infty \leq \frac{1}{|w|} \quad (۴)$$

برای بررسی کارایی مقاوم، علاوه بر تضمین پایداری نامی و برقراری رابطه‌ی (۴)، باید شرط کارایی برای سیستم نامعین و به ازای هر $\Delta < 1$ برقرار باشد (رابطه‌ی زیر برقرار باشد).

$$\|W_s S_p\|_\infty < 1 \quad (۵)$$

قضیه‌ی کمکی (۳)

سیستم حلقه بسته با پس‌خورد واحد و وجود نامعینی (۱) کارایی مقاوم دارد اگر و تنها اگر شرط رابطه‌ی (۶) برقرار گردد [۲۱].

$$\|W_s S\| + \|W_t T\|_\infty < 1 \quad (۶)$$

برای به دست آوردن نامعینی ضربی W_t با استفاده از نمودار، کوچک‌ترین حد کران بالا $|p/p_0 - 1|$ که p_0 سیستم نامی و p سیستم‌های دیگر است را به دست آورده، آن‌گاه تابع تبدیل نامعینی ضربی به صورت زیر است.

$$W_t(s) = \alpha \times \frac{s+1}{s+100} \quad (۷)$$

در این رابطه α ضریب عددی متغیر است. هم‌چنین برای به دست آوردن تابع متمم حساسیت، شرایط زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{S}_h &= \Lambda_h + \kappa R_h - (1 - u_1(t))\beta_m S_h - \mu_h S_h \\ \dot{E}_h &= (1 - u_1(t))\beta_m S_h - (\alpha_1 + \mu_h)E_h \\ \dot{I}_h &= \alpha_1 E_h - (b + \tau u_2(t))I_h - (\Psi + \mu_h)I_h \\ \dot{R}_h &= (b + \tau u_2(t))I_h - (\kappa + \mu_h)R_h \\ \dot{S}_v &= \Lambda_v - (1 - u_1(t))\lambda_v S_v - \rho u_3(t)S_v - \mu_v S_v \\ \dot{E}_v &= (1 - u_1(t))\lambda_v S_v - \rho u_3(t)E_v - (\alpha_2 + \mu_v)E_v \\ \dot{I}_v &= \alpha_2 E_v - \rho u_3(t)I_v - \mu_v I_v \end{aligned} \quad (۱)$$

در این روابط S_h, E_h, I_h و R_h به ترتیب بیان‌گر افراد مستعد، در معرض، علامت‌دار و بهبود یافته است. پارامترهای ثابت رابطه‌ی (۱) در جدول (۱) معرفی شده است. هم‌چنین S_v, E_v و I_v به ترتیب بیان‌گر پشه‌های حساس، در معرض و عفونی بوده و بر این اساس دو رابطه‌ی زیر کل جمعیت انسانی و کل جمعیت پشه‌ها را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} N_v &= S_v + E_v + I_v \\ N_h &= S_h + E_h + I_h + R_h \end{aligned} \quad (۲)$$

انسان‌های حساس S_h در میزان زاد و ولد Λ_h افزایش یافته و با علل طبیعی با سرعت μ_h کاهش می‌یابد. ورودی‌های کنترلی این مدل شامل ورودی کنترلی تخت‌خواب‌های تحت درمان (u_1)، ورودی کنترلی میزان درمان افراد آلوده (u_2) و ورودی کنترلی استفاده از اسپری حشره‌کش (u_3) است [۱۹].

جدول (۱) - پارامترهای مدل اپیدمیولوژیک مالاریا [۱۹]

پارامتر	شرح	مقدار
ϕ	میزان تماس پشه با انسان (روزانه)	۰/۵۰۲
ϵ	میزان گاز گرفتن پشه	۰/۲
β	احتمال ابتلا به انسان	۰/۸۳۳۳
λ	احتمال آلوده شدن پشه	۰/۰۹
μ_h	میزان مرگ‌ومیر طبیعی در انسان (روزانه)	۰/۰۰۰۰۴
μ_v	میزان مرگ‌ومیر طبیعی در پشه‌ها (روزانه)	۰/۱۴۲۹
κ	نرخ از دست دادن ایمنی افراد بهبود یافته (روزانه)	۰/۷۹۰۲
α_1	میزان پیش‌رفت انسان‌ها در معرض آلودگی (روزانه)	۱۷/۱
α_2	میزان پیش‌رفت پشه‌ها در معرض آلودگی (روزانه)	۱/۱۸
Λ_h	میزان تولد انسان‌ها (روزانه)	۰/۲
Λ_v	میزان تولد پشه‌ها (روزانه)	۱۰۰۰
τ	نسبت افراد تحت درمان موثر (روزانه)	۰/۰۱-۰/۷
ψ	مرگ ناشی از بیماری (روزانه)	۰/۰۵
b	بهبود خود به خودی (روزانه)	۰/۰۰۵
ρ	اثر بخشی حشره‌کش	۰/۲۵

بردار حالت شامل γ متغیر حالت $[S_h E_h I_h R_h S_v E_v I_v]^T$ و بردار ورودی شامل γ ورودی مرجع $[W_1 W_2 W_3]^T$ و γ ورودی کنترلی $[u_1 u_2 u_3]^T$ است.

$$M = e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} < \gamma \quad (8)$$

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} < \Lambda \quad (9)$$

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

در رابطه‌ی (۸) γ میزان فراجهدش مطلوب سیستم به درصد و در رابطه‌ی (۹) T_s زمان نشست مطلوب کوچک‌تر از مقدار عددی Λ است. حال با توجه به این که هدف طراحی تضمین رابطه‌ی (۵) است، می‌توان با رابطه‌ی زیر تابع حساسیت مطلوب را محاسبه کرد.

$$S(s) = 1 - T(s) = 1 - \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (11)$$

۴- خطی‌سازی معادلات اپیدمی مالاریا

مطابق معادلات دینامیکی سیستم بیان شده در رابطه‌ی (۱) و همچنین تئوری فضای حالت سیستم‌ها در رابطه‌ی (۱۲) برای معادلات فوق با توجه به رابطه‌ی (۱۳) معادلات خطی‌سازی حول نقاط کار جدول (۲) به صورت زیر به دست خواهد آمد.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y_1 = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u \\ y_2 = C_3 x + D_{31} w + D_{32} u \end{cases} \quad (12)$$

جدول (۲) - مقادیر اولیه‌ی متغیرهای مالاریا [۱۹]

مقدار اولیه	شرح	متغیر حالت
تعداد انسان و پشه		
۱۱۰۰	افراد مستعد حساس	$S_h(0)$
۲۰۰	افراد در معرض	$E_h(0)$
۴۰۰	افراد علامت‌دار یا آلوده	$I_h(0)$
۰	افراد بهبود یافته	$R_h(0)$
۸۰۰	پشه حساس	$S_v(0)$
۲۵۰	پشه در معرض	$E_v(0)$
۸۰	پشه عفونی	$I_v(0)$

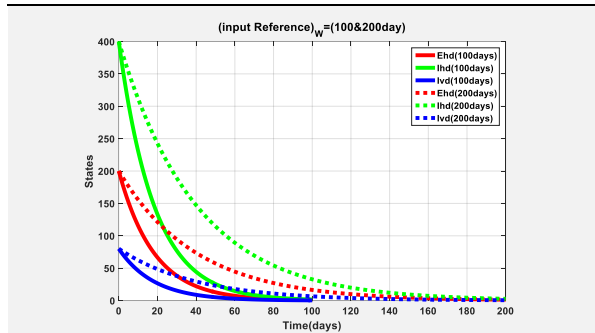
در قسمت خروجی سیستم با توجه به چند ورودی و چند خروجی بودن اپیدمی نمایش حوزه‌ی زمان را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} (x, u) \right|_{x=x_0, u=0}, B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} (x, u) \right|_{x=x_0, u=0} \quad (13)$$

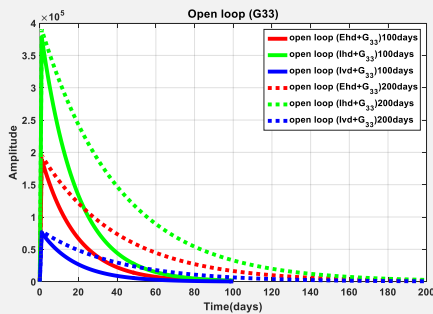
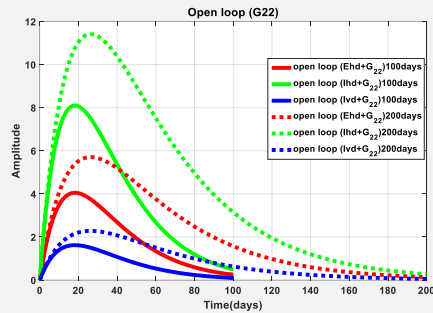
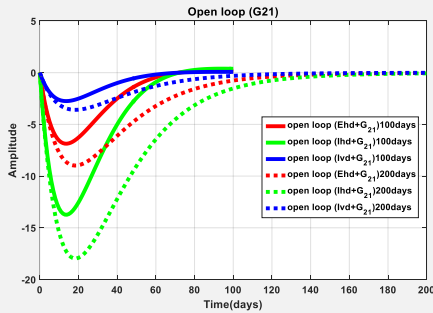
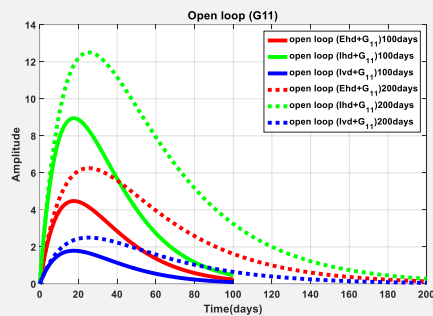
با جایگذاری مقادیر اولیه‌ی ماتریس‌های $A \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ ، $B \in \mathbb{R}^{7 \times 3}$ و $C \in \mathbb{R}^{8 \times 7}$ و $D \in \mathbb{R}^{11 \times 3}$ به صورت رابطه‌ی (۱۴) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.00004 & 0 & 0 & 0.7902 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.05884 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0588 & -0.05504 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 & -0.79024 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1429 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000.1984 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0555 & -1000.1429 \end{bmatrix} \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.05884 & 0 & 0 \\ 0.0588 & -0.05504 & 0 \\ 0 & 0.005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1000.1429 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.0039 & 0 & 0 \\ -0.0039 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0319 & 0 & -0.25 \\ -0.0319 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_1 = C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -0.05884 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05884 & -0.05504 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0555 & -1000.1429 \end{bmatrix} \\ C_3 &= \begin{bmatrix} -0.00004 & 0 & 0 & 0.7902 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.05884 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05884 & -0.05504 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1000.1984 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0555 & -1000.1429 \end{bmatrix} \\ D_{11} &= [\text{zeros}(3,3)], D_{12} = \begin{bmatrix} -0.0039 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1000.1429 \end{bmatrix}, D_{21} = [\text{zeros}(3,3)] \\ D_{22} &= \begin{bmatrix} -0.0039 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1000.1429 \end{bmatrix}, D_{31} = [\text{zeros}(3,3)] \\ D_{32} &= \begin{bmatrix} 0.0319 & 0 & 0 \\ -0.0319 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0319 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

که در حالت ایده‌آل در این مقاله برابر صفر فرض گرفته شده‌اند. با اعمال ورودی‌های مرجع به سیستم مالاریا روند سیستم حلقه بسته بدون اعمال کنترل کننده در شکل (۳) بررسی شده است.



شکل (۲) - نمودار ورودی‌نمایی مرجع برای وضعیت ۱ و ۲



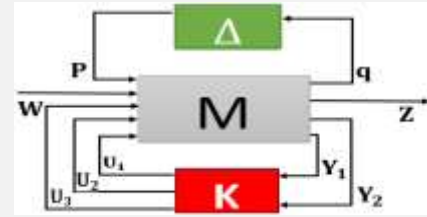
شکل (۳) - پاسخ سیستم حلقه باز به ازای سه ورودی‌نمایی

۵- نمایش سیستم به فرم استاندارد

در این بخش توابع تبدیل کسری خطی پایینی و بالایی^۱ که در شکل (۱) نشان داده شده مورد بررسی قرار گرفته و سپس نسبت تبدیل خروجی به ورودی مرجع (Z به W) در سیستم مذکور مطابق رابطه‌ی (۱۵) به دست آمده است.

$$M_{11} = T_{zw}|_{u=0} \quad (15)$$

$$M_{11} = C1 * \text{inv}(s * \text{eye}(7) - A) * B1 + D11$$



شکل (۱) - توابع تبدیل کسری خطی پایینی و بالایی

سپس سیستم M_{11} به صورت رابطه‌ی (۱۶) به دست آمده است.

$$G_{11} = \frac{(0.003462)}{(s + 0.05884)}$$

$$G_{21} = \frac{(-0.006698 * s - 0.0001906)}{(s^2 + 0.1139 * s + 0.003239)}$$

$$G_{22} = \frac{(0.003029)}{(s + 0.05504)} \quad (16)$$

$$G_{33} = \frac{(10^6)}{(s + 1000)}$$

$$M_{11} = G = [G_{11} \ 0 \ 0; G_{21} \ G_{22} \ 0; 0 \ 0 \ G_{33}]$$

با توجه به رابطه‌ی (۱۶) و اندازه‌ی کوچک تابع تبدیل G_{21} ، سیستم M_{11} رفتاری مشابه یک سیستم قطری داشته لذا اثر تداخل در زیربخش‌های این سیستم قابل چشم‌پوشی بوده و برای طراحی کنترل کننده‌ی آن می‌توان از روش غیرمتمرکز بهره گرفت. جهت بررسی شرایط سیستم حلقه باز مشابه [۱۹] سه تابع‌نمایی به عنوان وضعیت‌های مطلوب متغیرهای E_h ، I_h و I_v به عنوان ورودی‌های مرجع (w) در نظر گرفته شده است.

$$E_{hd} = (E_{h0} - E_{hf}) \exp(-at) + E_{hf}$$

$$I_{hd} = (I_{h0} - I_{hf}) \exp(-at) + I_{hf} \quad (17)$$

$$I_{vd} = (I_{v0} - I_{vf}) \exp(-at) + I_{vf}$$

در این رابطه a نرخ کاهش مطلوب بوده که برای وضعیت‌های اول و دوم (به ترتیب در ۱۰۰ و ۲۰۰ روز) برابر ۰/۰۵۵ و ۰/۰۲۵ لحاظ شده و در شکل (۲) قابل مشاهده است. متغیرهای E_{h0} ، I_{h0} و I_{v0} تعداد اولیه‌ی انسان در معرض، انسان آلوده و پشه‌های عفونی و E_{hf} ، I_{hf} و I_{vf} جمعیت نهایی مطلوب این متغیرها بوده

^۱ Lower and Upper Linear Fractions Transformation

$$K = \frac{\sum_{i=0}^m \alpha_i s^i}{\sum_{i=0}^m \beta_i s^i} \quad (21)$$

در قسمت‌های طراحی پیش رو به جزئیات طراحی پرداخته نشده است. برای آشنایی بیشتر با روش‌های طراحی ذکر شده می‌توان به مراجع [۲۰] و [۲۱] مراجعه کرد.

۶-۱- طراحی کنترل کننده H_2

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده و همچنین فرم کلی کنترل کننده‌ها، در ادامه کنترل کننده‌ی H_2 که بر مبنای کمینه کردن نرم ۲ سیستم حلقه بسته معرفی شده است. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده‌ی H_2 سیستم G_{11} از درجه‌ی ۸ با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۳ مطابق جدول (۳) تبدیل شده است.

جدول (۳) - کنترل کننده‌ی H_2 کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	H_2 reduced G_{11}
-	۳۸/۳۳	۱۴۴	۱۱/۸۲	α_i
۱	۱/۳۵۵۲	۰/۵۲۷۹	۰/۰۰۵۵۷۳	β_i

سپس سیستم G_{21} ارزیابی شده و مشخص شده که کنترل کننده‌ی H_2 سیستم G_{21} از درجه‌ی ۹ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۵ طبق جدول (۴) تبدیل شده است.

جدول (۴) - کنترل کننده‌ی H_2 کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	H_2 reduced G_{21}
-۱۷۵/۳	-۱۷,۰۹	-۰/۴۹۰۲	α_i
۰/۴۲۸۷	۰/۰۱۴۳۶	۰/۰۰۰۱۰۲۷	β_i
$i=5$	$i=4$	$i=3$	H_2 reduced G_{21}
-	-۶۶/۸۵	-۲۱۷/۹	α_i
۱	۱/۹۳۴	۲/۴۰۵	β_i

سپس سیستم G_{22} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی H_2 سیستم G_{22} از درجه‌ی ۷ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۴ طبق جدول (۵) تبدیل شده است.

جدول (۵) - کنترل کننده‌ی H_2 کاهش مرتبه یافته‌ی G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	H_2 reduced G_{22}
۱۴۲/۲	۸۴/۶۵	۴/۲۳۵	α_i
۱/۲۲۸	۰/۲۰۷۸	۰/۰۰۱۹۵۷	β_i
$i=4$	$i=3$	H_2 reduced G_{22}	
-	۳۹/۷	α_i	
۱	۱/۳۲۱	β_i	

مطابق شکل (۳) سیستم حلقه بسته بدون اعمال کنترل کننده نیز بعد از یک فراجش اولیه ناشی از اختلاف شرایط اولیه و مقدار نهایی مطلوب، به فرم نمایی پایداری خود را در هر ۲ وضعیت تثبیت کرده است. لذا در ادامه‌ی مقاله جهت بررسی دقیق‌تر رفتار حالت گذرای حلقه بسته‌ی سیستم در حضور کنترل کننده‌ها به ازای ورودی مرجع پله بررسی شده است.

۶- طراحی کنترل کننده‌ی مقاوم

در طراحی سیستم‌های کنترلی، اهداف کنترلی معمولاً در قالب یک یا چند مورد از معیارهای پایداری نامی، کارایی نامی، پایداری مقاوم و کارایی مقاوم بیان می‌شود. در این بخش روند طراحی بر مبنای توابع حساسیت و متمم حساسیت که در بر گیرنده‌ی توابع تبدیل ورودی به خروجی بوده به فرم نامساوی ریاضی برای هر نامعینی بررسی شده است. هدف طراحی کنترل کننده‌ها این است که ضمن ارضای پایداری مقاوم با در نظر گرفتن محدودیت سیگنال کنترلی، بهترین پهنای باند ممکن تولید شده و عمل کرد مقاوم سیستم تامین شود. در ادامه به طراحی تمام کنترل کننده‌های مقاوم همراه با کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته بر مبنای مقادیر تکین پرداخته شده است. ابتدا به تنظیم ضرایب وزنی پرداخته شده است. هدف مساله‌ی طراحی کنترل کننده این است که سیستم حلقه بسته دارای فراجش حداکثر ۱۵ درصد و زمان نشست کم‌تر از ۱۰ روز باشد. با توجه به این نکته که تابع وزنی حساسیت نباید قطبی در مبدا داشته باشد و نیز اکیدا سره باشد، تابع وزنی حساسیت به فرم رابطه‌ی (۱۸) نوشته شده که در آن a یک ضریب وزنی است.

$$W_s(s) = a \frac{s^2 + 0.8s + 0.59}{(s + 0.001)(s + 0.8)(s + 1000)} \quad (18)$$

تابع وزنی $W_u(s)$ جهت بهبود دامنه‌ی سیگنال کنترل در شرایط حالت گذرا به شکل فیلتر بالاگذر رابطه‌ی (۱۹) در نظر گرفته شده و ضریب تنظیم b به طور دلخواه انتخاب شده است.

$$W_u(s) = b \frac{s^2 + 0.11s + 0.001}{(s + 2)(s + 2)} \quad (19)$$

حال اگر لازم باشد سیستم در حضور نایقینی کنترل شود، تابع وزنی نایقینی به صورت رابطه‌ی (۲۰) در نظر گرفته می‌شود.

$$W(s) = c \frac{(s + 0.5)}{(s + 10)} \quad (20)$$

به منظور هر چه بهتر به نمایش در آوردن کنترل کننده‌ها با استفاده از یک فرم کلی مانند رابطه‌ی (۲۱) به معرفی هر یک از کنترل کننده‌ها پرداخته شده است.

جدول (۹) - کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty Ric}$ reduced G_{21}
$-2/234 \times 10^{14}$	$-2/328 \times 10^{12}$	$-6/42 \times 10^{11}$	α_i
$7/47 \times 10^9$	$1/689 \times 10^9$	$4/202 \times 10^7$	β_i
$i=5$	$i=4$	$i=3$	$H_{\infty Ric}$ reduced G_{21}
-	$-7/232 \times 10^{11}$	$-2/204 \times 10^{14}$	α_i
۱	$3/697 \times 10^6$	$3/335 \times 10^8$	β_i

سپس سیستم G_{22} ارزیابی شده و مشخص شده که طبق جدول (۱۰) کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ سیستم G_{22} از درجه‌ی ۴ بوده که با توجه به نمودار هنکل این کنترلر و نیز توابع وزنی بخش ۶، بهتر است این کنترل کننده کاهش مرتبه نداشته باشد.

جدول (۱۰) - کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ سیستم G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty Ric}$ G_{22}
$1/492 \times 10^{15}$	$1/426 \times 10^{15}$	$7/397 \times 10^{13}$	α_i
$9/47 \times 10^8$	$2/119 \times 10^{10}$	$4/199 \times 10^9$	β_i
$i=4$	$i=3$	$H_{\infty Ric}$ G_{22}	
-	$4/957 \times 10^{12}$	α_i	
۱	$1/05 \times 10^7$	β_i	

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ سیستم G_{33} از درجه‌ی ۴ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۳ طبق جدول (۱۱) تبدیل شده است.

جدول (۱۱) - کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{33}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty Ric}$ reduced G_{33}
-	$2/171$	$357/6$	326	α_i
۱	$77/89$	1714	$340/2$	β_i

با اعمال این کنترل کننده‌ها نرم بی‌نهایت (Ric) سیستم حلقه بسته به صورت جدول (۱۲) خواهد بود.

جدول (۱۲) - نرم بی‌نهایت کنترل کننده‌های $H_{\infty Ric}$

Norm- ∞ (ric)	Gamma Value
$0/9003$	$G_{11} = \ T_{zw}\ _{\infty Ric}$
$0/9016$	$G_{21} = \ T_{zw}\ _{\infty Ric}$
$0/8003$	$G_{22} = \ T_{zw}\ _{\infty Ric}$
$0/9000$	$G_{33} = \ T_{zw}\ _{\infty Ric}$

۳-۶- طراحی کنترل کننده‌ی $H_{\infty lmi}$

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده و هم‌چنین نرم کلی کنترل کننده‌ها در بخش ۶، برای طراحی کنترل کننده‌ی $H_{\infty lmi}$

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی H_2 سیستم G_{33} از درجه‌ی ۸ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۳ طبق جدول (۶) تبدیل شده است.

جدول (۶) - کنترل کننده‌ی H_2 کاهش مرتبه یافته‌ی G_{33}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	H_2 reduced G_{33}
-	$0/00253$	$0/01215$	$0/03029$	α_i
۱	$2/073$	$0/946$	$0/07475$	β_i

با اعمال این کنترل کننده‌ها نرم ۲ زیرسیستم‌های حلقه بسته طبق جدول (۷) حاصل شده و مطابق انتظار تمام مقادیر کم‌تر از ۱ بوده و مناسب برای اعمال روی مدل بیماری مالاریا است.

جدول (۷) - نرم ۲ کنترل کننده‌های H_2

Norm-2	Gamma Value
$0/4690$	$G_{11} = \ T_{zw}\ _2$
$0/6434$	$G_{21} = \ T_{zw}\ _2$
$0/4911$	$G_{22} = \ T_{zw}\ _2$
$0/8951$	$G_{33} = \ T_{zw}\ _2$

۲-۶- طراحی کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده در روابط (۱۸) تا (۲۰) و هم‌چنین نرم کلی کنترل کننده‌ها مطابق رابطه‌ی (۲۱) در این بخش به طراحی کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ پرداخته شده که بر مبنای کمینه‌سازی نرم بی‌نهایت با استفاده از بهینه‌سازی معادلات ریکاتی بنا شده است. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ سیستم G_{11} از درجه‌ی ۷ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۴ مطابق جدول (۸) تبدیل شده است.

جدول (۸) - کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty Ric}$ reduced G_{11}
$9/126 \times 10^{14}$	$8/714 \times 10^{14}$	$4/648 \times 10^4$	α_i
$7/137 \times 10^8$	$1/597 \times 10^{10}$	$3/1 \times 10^9$	β_i
$i=4$	$i=3$	$H_{\infty Ric}$ reduced G_{11}	
-	$2/995 \times 10^{12}$	α_i	
۱	$7/913 \times 10^6$	β_i	

در ادامه به ارزیابی سیستم G_{21} پرداخته شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی $H_{\infty Ric}$ سیستم G_{21} از درجه‌ی ۶ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۵ مطابق جدول (۹) تبدیل شده است.

با اعمال این کنترل کننده‌ها نرم بی‌نهایت (Imi) سیستم حلقه بسته به صورت جدول (۱۷) خواهد بود.

جدول (۱۷) - نرم بی‌نهایت کنترل کننده‌های $H_{\infty LMI}$

Norm- ∞ (ric)	Gamma Value
۰/۹	$G_{11} = \ T_{zw}\ _{\infty LMI}$
۰/۹	$G_{21} = \ T_{zw}\ _{\infty LMI}$
۰/۸	$G_{22} = \ T_{zw}\ _{\infty LMI}$
۰/۹	$G_{33} = \ T_{zw}\ _{\infty LMI}$

۴-۶- طراحی کنترل کننده H_2-H_{∞}

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده و نیز فرم کلی کنترل کننده‌ها در بخش ۶، برای طراحی کنترل کننده H_2-H_{∞} جداول (۱۸) تا (۲۱) پیشنهاد شده و در ادامه با توجه به این که سیستم مورد مطالعه دارای ۴ تابع تبدیل بوده، سعی شده است تا به صورت تک تک مورد ارزیابی قرار گرفته شوند. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده H_2-H_{∞} سیستم G_{11} از درجه‌ی ۸ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۴ مطابق جدول (۱۸) تبدیل شده است.

جدول (۱۸) - کنترل کننده H_2-H_{∞} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{11}
1×10^7	$5/607 \times 10^6$	$2/827 \times 10^5$	α_i
$3/717 \times 10^4$	۵۴۷۳	۴۷/۳۲	β_i
	$i=4$	$i=3$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{11}
	$-8/311 \times 10^5$	$2/686 \times 10^6$	α_i
	۱	$3/629 \times 10^4$	β_i

سپس سیستم G_{21} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده H_2-H_{∞} سیستم G_{21} از درجه‌ی ۸ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۴ طبق جدول (۱۹) تبدیل شده است.

جدول (۱۹) - کنترل کننده H_2-H_{∞} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{21}
$-1/107 \times 10^8$	$-1/268 \times 10^7$	$-3/248 \times 10^5$	α_i
$1/92 \times 10^5$	۵۷۰۲	۳۵/۴۲	β_i
	$i=4$	$i=3$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{21}
	$0/0001471$	$-4/206 \times 10^7$	α_i
	۱	$8/183 \times 10^5$	β_i

در ادامه به ارزیابی سیستم G_{22} پرداخته شده و مشخص گردیده که کنترل کننده H_2-H_{∞} سیستم G_{22} از درجه‌ی ۸ بوده و با

کنترل کننده‌های زیر پیشنهاد شده و در ادامه با توجه به این که سیستم مورد مطالعه دارای ۴ تابع تبدیل بوده، سعی شده است تا به صورت تک تک مورد ارزیابی قرار گرفته شوند. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ سیستم G_{11} از درجه‌ی ۷ بوده و با کاهش مرتبه کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۳ مطابق جدول (۱۳) به دست آمده است.

جدول (۱۳) - کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty LMI}$ reduced G_{11}
-	$1/079 \times 10^{16}$	$3/015 \times 10^{18}$	$2/858 \times 10^{18}$	α_i
۱	$1/44 \times 10^{10}$	$1/335 \times 10^{12}$	$2/827 \times 10^{13}$	β_i

در ادامه به ارزیابی سیستم G_{21} پرداخته شده و مشخص گردیده که کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ سیستم G_{21} از درجه‌ی ۸ بوده و با کاهش مرتبه کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۴ مطابق جدول (۱۴) به دست آمده است.

جدول (۱۴) - کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty LMI}$ reduced G_{21}
$7/799 \times 10^{18}$	$-6/461 \times 10^{18}$	$-3/942 \times 10^6$	α_i
$5/976 \times 10^{12}$	$1/335 \times 10^4$	$7/092 \times 10^{11}$	β_i
	$i=4$	$i=3$	$H_{\infty LMI}$ reduced G_{21}
	-	$-2/603 \times 10^{16}$	α_i
	۱	$6/712 \times 10^{10}$	β_i

در ادامه سیستم G_{22} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ سیستم G_{22} از درجه‌ی ۳ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۲ طبق جدول (۱۵) تبدیل شده است.

جدول (۱۵) - کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty LMI}$ reduced G_{22}
-	$1/074 \times 10^9$	$-2/515 \times 10^9$	α_i
۱	۵۱۵/۶	۳۳۰۷	β_i

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ سیستم G_{33} از درجه‌ی ۴ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۳ طبق جدول (۱۶) تبدیل شده است.

جدول (۱۶) - کنترل کننده $H_{\infty LMI}$ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{33}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{\infty LMI}$ reduced G_{33}
-	۶/۸۸۵	۱۱/۱۶	۲/۶	α_i
۱	۳۴/۸۶	۱۱۰۹	$-0/07324$	β_i



تا به صورت تک تک مورد ارزیابی قرار گرفته شوند. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده‌ی μ_{D-K} سیستم G_{11} از درجه‌ی ۷ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۲ مطابق جدول (۲۳) تبدیل شده است.

جدول (۲۳) - کنترل کننده‌ی μ_{D-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-K} reduced G_{11}
-	$2/72 \times 10^9$	$2/0.83 \times 10^8$	α_i
۱	$1/939 \times 10^4$	$9/446 \times 10^6$	β_i

سپس سیستم G_{21} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی μ_{D-K} سیستم G_{21} از درجه‌ی ۶ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۲ طبق جدول (۲۴) تبدیل شده است.

جدول (۲۴) - کنترل کننده‌ی μ_{D-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-K} reduced G_{21}
-	$-8/689 \times 10^7$	$-7/0.2 \times 10^6$	α_i
۱	۱۶۷۰	$5/58 \times 10^5$	β_i

سپس سیستم G_{22} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی μ_{D-K} سیستم G_{22} از درجه‌ی ۷ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۲ طبق جدول (۲۵) تبدیل شده است.

جدول (۲۵) - کنترل کننده‌ی μ_{D-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-K} reduced G_{22}
-	$3/959 \times 10^7$	$2/415 \times 10^6$	α_i
۱	$741/6$	$1/20.8 \times 10^5$	β_i

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی μ_{D-K} سیستم G_{33} از درجه‌ی ۱۱ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۵ طبق جدول (۲۶) تبدیل شده است.

جدول (۲۶) - کنترل کننده‌ی μ_{D-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{33}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-K} reduced G_{33}
$6/269 \times 10^{11}$	$3/923 \times 10^{12}$	$7/667 \times 10^{12}$	α_i
$6/60.7 \times 10^{14}$	$3/919 \times 10^{15}$	$7/667 \times 10^{15}$	β_i
$i=5$	$i=4$	$i=3$	μ_{D-K} reduced G_{33}
-	$8/433 \times 10^4$	$7/0.73 \times 10^8$	α_i
۱	$4/976 \times 10^9$	$3/682 \times 10^{12}$	β_i

با اعمال این کنترل کننده‌ها مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-K}) سیستم حلقه بسته به صورت جداول (۲۷) تا (۳۰) خواهد بود.

کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۴ مطابق جدول (۲۰) تبدیل شده است.

جدول (۲۰) - کنترل کننده‌ی H_2-H_∞ کاهش مرتبه یافته‌ی G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{22}
$1/648 \times 10^7$	$8/441 \times 10^6$	$3/979 \times 10^5$	α_i
$5/339 \times 10^4$	۷۷۲۹	۶۷/۶۳	β_i
$i=4$	$i=3$	$H_{2\&\infty}$ reduced G_{22}	
-	$4/523 \times 10^6$	α_i	
۱	$5/689 \times 10^4$	β_i	

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که مطابق جدول (۲۱) کنترل کننده‌ی H_2-H_∞ سیستم G_{33} از درجه‌ی ۸ بوده و با توجه به نمودار هنکل این کنترل کننده و همچنین با توابع وزنی معرفی شده در بخش ۶، به محاسبه‌ی کنترل کننده‌ی کاهش مرتبه یافته پرداخته نشده است (جدول ۲۱).

جدول (۲۱) - کنترل کننده‌ی H_2-H_∞ سیستم G_{33}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	$H_{2\&\infty}$ G_{33}
$2/328 \times 10^{17}$	$3/746 \times 10^{17}$	$2/459 \times 10^{17}$	α_i
$1/834 \times 10^{14}$	$5/867 \times 10^{18}$	$4/0.42 \times 10^{17}$	β_i
$i=5$	$i=4$	$i=3$	$H_{2\&\infty}$ G_{33}
$1/578 \times 10^{15}$	$1/628 \times 10^{16}$	$8/0.14 \times 10^{16}$	α_i
$3/428 \times 10^{18}$	$1/227 \times 10^{19}$	$2/177 \times 10^{19}$	β_i
$i=8$	$i=7$	$i=6$	$H_{2\&\infty}$ G_{33}
-	$5/776 \times 10^{10}$	$5/60.2 \times 10^{12}$	α_i
۱	$1/998 \times 10^{16}$	$4/4 \times 10^{17}$	β_i

با اعمال این کنترلرها نرم ۲ و بی‌نهایت سیستم حلقه بسته به صورت جدول (۲۲) خواهد بود.

جدول (۲۲) - نرم ۲ و بی‌نهایت کنترل کننده‌ی H_2-H_∞

Norm- ∞ (ric)	Gamma Value
(۰/۷۶۴۵, ۰/۲۳۶۷)	$G_{11} = \ T_{zw}\ _{\infty\&2}$
(۰/۵۴۴۶, ۰/۲۴۴۴)	$G_{21} = \ T_{zw}\ _{\infty\&2}$
(۰/۸۱۷۷, ۰/۲۴۷۳)	$G_{22} = \ T_{zw}\ _{\infty\&2}$
(۰/۳۸۴۳, ۰/۹۹۹۹)	$G_{33} = \ T_{zw}\ _{\infty\&2}$

۵-۶ - طراحی کنترل کننده‌ی μ_{D-K}

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده و نیز فرم کلی کنترل کننده‌ها در بخش ۶، برای طراحی کنترل کننده‌ی μ_{D-K} کنترل کننده‌های زیر پیشنهاد شده و در ادامه با توجه به این که سیستم مورد مطالعه دارای ۴ تابع تبدیل بوده، سعی شده است

جدول (۳۲) - کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{21}

$i=3$	$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-G-K} reduced G_{21}
-	-۴۲۳/۹	-۴۹/۰۳	۱/۳۸	α_i
۱	۲۴/۷۱	۰/۶۹۸۶	۰/۰۰۴۵۱۸	β_i

سپس سیستم G_{22} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} سیستم G_{22} از درجه‌ی ۵ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۲ طبق جدول (۳۳) تبدیل شده است.

جدول (۳۳) - کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{22}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-G-K} reduced G_{22}
-	۳۵۱۷	۱۹۱/۸	α_i
۱	۵۰/۵	۰/۵۰۲۴	β_i

سرانجام سیستم G_{33} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده μ_{D-G-K} سیستم G_{33} از درجه‌ی ۱۱ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۲ طبق جدول (۳۴) تبدیل شده است.

جدول (۳۴) - کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{33}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-G-K} reduced G_{33}
-	۰/۰۰۲۷۹۳	۰/۰۰۴۱۸۱	α_i
۱	۲/۶۷۶	۰/۰۲۶۷۴	β_i

با اعمال این کنترل کننده‌ها مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-G-K}) سیستم حلقه بسته به صورت جداول (۳۵) تا (۳۸) خواهد بود.

جدول (۳۵) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-G-K}) کنترل کننده G_{11}

Iteration	۳	۴	۵	۶
Controller Order	۵	۵	۵	۵
Total D-Scale Order	۴	۰	۰	۰
Gamma	۰/۹۹۵	۰/۹۸۳	۰/۹۸۷	۰/۹۹۱
Peak mu-Value	۰/۹۹۵	۰/۹۸۳	۰/۹۸۷	۰/۹۹۱

جدول (۳۶) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-G-K}) کنترل کننده G_{21}

Iteration	۵	۶	۷	۸
Controller Order	۶	۶	۶	۶
Total D-Scale Order	۰	۰	۰	۰
Gamma	۰/۷۷۵	۰/۷۶۵	۰/۷۶۹	۰/۷۷۲
Peak mu-Value	۰/۷۷۵	۰/۷۶۵	۰/۷۶۹	۰/۷۷۲

جدول (۳۷) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-G-K}) کنترل کننده G_{22}

Iteration	۴	۵	۶	۷
Controller Order	۵	۵	۵	۵
Total D-Scale Order	۰	۰	۰	۰
Gamma	۰/۲۸۶	۰/۲۸۳	۰/۲۸۴	۰/۲۸۵
Peak mu-Value	۰/۲۸۶	۰/۲۸۳	۰/۲۸۴	۰/۲۸۵

جدول (۲۷) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-K}) کنترل کننده‌ی G_{11}

Iteration	۱	۲	۳	۴
Controller Order	۵	۵	۷	۹
Total D-Scale Order	۰	۰	۲	۴
Gamma	۰/۳۶۷	۰/۲۲۶	۰/۲۲۵	۰/۲۲۵
Peak mu-Value	۰/۲۲۵	۰/۲۲۴	۰/۲۲۰	۰/۲۲۴

جدول (۲۸) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-K}) کنترل کننده‌ی G_{21}

Iteration	۱	۲	۳	۴
Controller Order	۶	۶	۱۰	۱۰
Total D-Scale Order	۰	۰	۴	۴
Gamma	۰/۳۶۷	۰/۲۲۸	۰/۲۲۵	۰/۲۲۵
Peak mu-Value	۰/۲۲۵	۰/۲۲۳	۰/۲۲۴	۰/۲۲۴

جدول (۲۹) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-K}) کنترل کننده‌ی G_{22}

Iteration	۱	۲	۳
Controller Order	۵	۵	۷
Total D-Scale Order	۰	۰	۲
Gamma	۰/۳۶۷	۰/۲۲۶	۰/۲۲۵
Peak mu-Value	۰/۲۲۵	۰/۲۲۴	۰/۲۲۴

جدول (۳۰) - مقدار تکین بازگشتی (μ_{D-K}) کنترل کننده‌ی G_{33}

Iteration	۱	۲	۳	۴
Controller Order	۷	۱۱	۷	۷
Total D-Scale Order	۰	۴	۰	۰
Gamma	۳/۴۶۲	۰/۸۲۱	۰/۸۴۲	۰/۸۴۲
Peak mu-Value	۰/۸۴۷	۰/۸۱۰	۰/۸۲۵	۰/۸۲۵

۶-۶- طراحی کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K}

با در نظر گرفتن توابع وزنی معرفی شده و نیز فرم کلی کنترل کننده‌ها در بخش ۶، برای طراحی کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} کنترل کننده‌های زیر پیشنهاد شده و در ادامه با توجه به این که سیستم مورد مطالعه دارای ۴ تابع تبدیل بوده، سعی شده است تا به صورت تک تک مورد ارزیابی قرار گرفته شوند. در ابتدا طبق بررسی‌های انجام شده، کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} سیستم G_{11} از درجه‌ی ۵ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ای با درجه‌ی ۲ مطابق جدول (۳۱) تبدیل شده است.

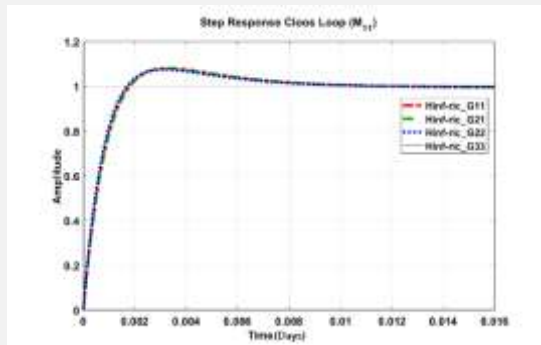
جدول (۳۱) - کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} کاهش مرتبه یافته‌ی G_{11}

$i=2$	$i=1$	$i=0$	μ_{D-G-K} reduced G_{11}
-	۱۱۸/۲	۶/۹۵۸	α_i
۱	۵/۱۱۷	۰/۰۵۱۰۷	β_i

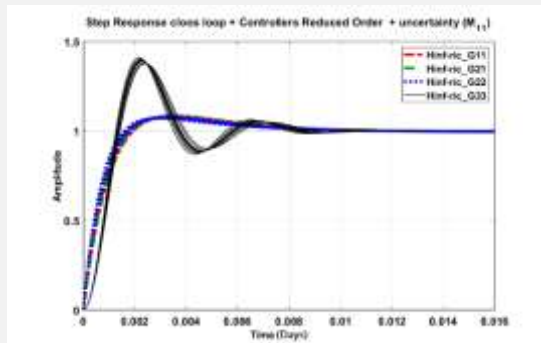
سپس سیستم G_{21} ارزیابی شده و مشخص گردیده که کنترل کننده‌ی μ_{D-G-K} سیستم G_{21} از درجه‌ی ۶ بوده و با کاهش مرتبه به کنترل کننده‌ی درجه‌ی ۳ طبق جدول (۳۲) تبدیل شده است.



رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده‌ی $H_{\infty ric}$ و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته‌ی آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته به ترتیب در شکل‌های (۶) و (۷) به ازای ورودی پله ارائه شده است. مشاهده می‌شود که کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته هم‌چنان خواسته‌ی مساله را به خوبی برآورده می‌کنند.

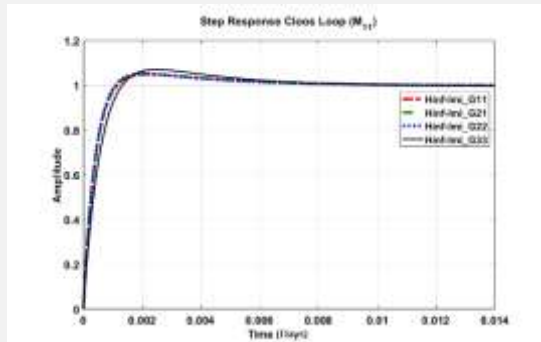


شکل (۶) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی $H_{\infty ric}$ به ازای ورودی پله



شکل (۷) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی $H_{\infty ric}$ کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده‌ی $H_{\infty lmi}$ و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته‌ی آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته به ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) ارائه شده است.



شکل (۸) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی $H_{\infty lmi}$ به ازای ورودی پله

جدول (۳۸) - مقدار تکین بازگشتی (μD-G-K) کنترل کننده G_{33}

Iteration	۷	۸	۹	۱۰
Controller Order	۱۱	۱۱	۱۱	۱۱
Total D-Scale Order	۶	۶	۶	۶
Gamma	۰/۰۳۹	۰/۰۴۰	۰/۰۴۰	۰/۰۳۹
Peak mu-Value	۰/۰۳۹	۰/۰۴۰	۰/۰۴۰	۰/۰۳۹

۷- شبیه‌سازی

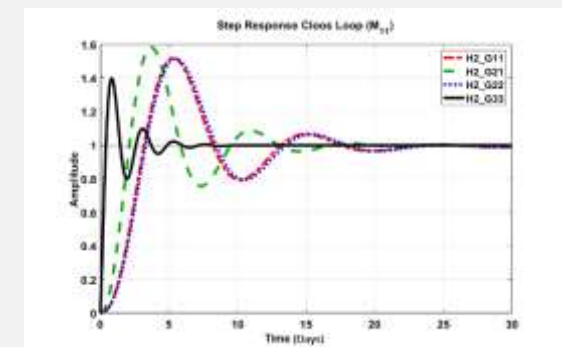
رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده‌ی H_2 و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته‌ی آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته در رابطه‌ی (۲۲) به ترتیب در شکل‌های (۴) و (۵) به ازای ورودی پله ارائه شده است. با مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی مشخص می‌شود که کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته هم‌چنان خواسته‌ی مساله را به خوبی برآورده می‌کنند.

$$W_t = 0.8 \times \frac{(s + 0.1)}{(s + 1)}$$

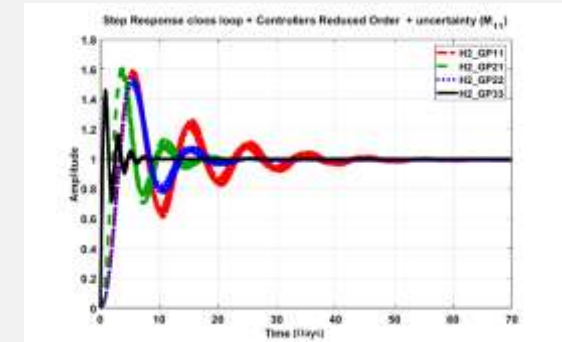
$$\text{delta}_{11} = \text{ultidyn}('delta'[1 1]); \tag{22}$$

$$G_{p11} = (1 + \text{delta}_{11} \times W_t) \times G_{11};$$

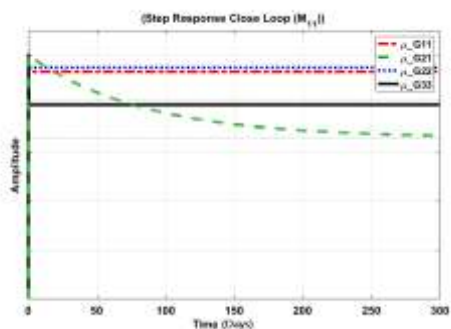
$$G_{111} = \text{usample}(G_{p11}, 1)$$



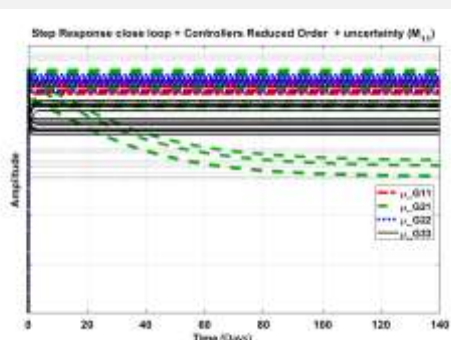
شکل (۴) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی H_2 به ازای ورودی پله



شکل (۵) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی H_2 کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

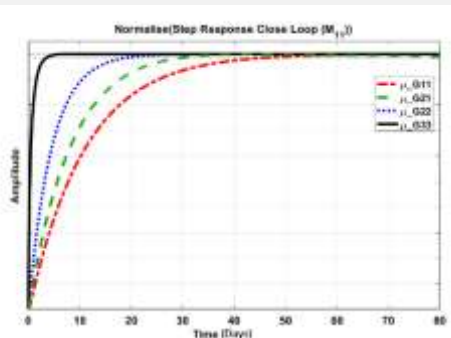


شکل (۱۲) - نمودار سیستم حلقه بسته به ازای ورودی پله در حضور کنترل کننده $\mu\text{D-K}$



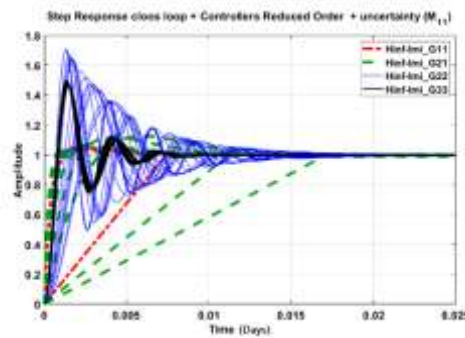
شکل (۱۳) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده $\mu\text{D-K}$ کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده $\mu\text{D-G-K}$ و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته به ترتیب در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که تمام کنترل کننده‌های طراحی شده هم در شرایط نامی و هم در حضور نامعینی کنترل خوبی برای سیستم حلقه بسته ایجاد کرده و از لحاظ عمل کرد و پایداری مقاوم هستند.



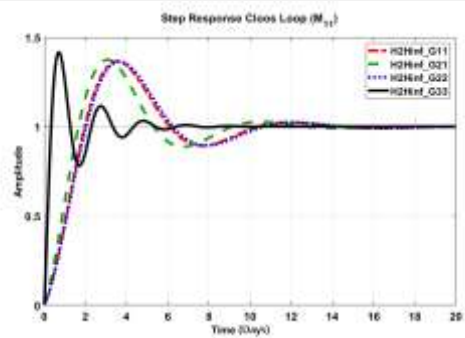
شکل (۱۴) - نمودار سیستم حلقه بسته به ازای ورودی پله در حضور کنترل کننده $\mu\text{D-G-K}$

در آخر با اعمال کنترل کننده‌های طراحی شده در بخش ۷ به مدل اصلی اپیدمی مالاریا در (۱)، به انتخاب بهترین کنترل کننده‌ی طراحی شده روی مدل اصلی غیرخطی (۱) پرداخته

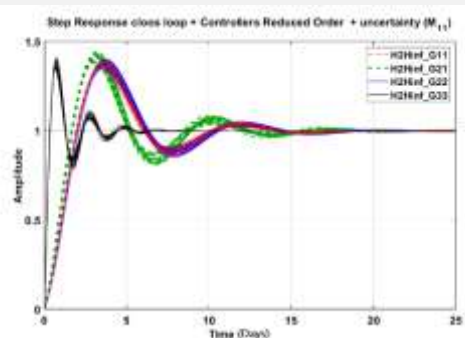


شکل (۹) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_2-H_∞ کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده H_2-H_∞ و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته هم‌چنان خواسته‌ی مساله را به خوبی برآورده می‌کنند.

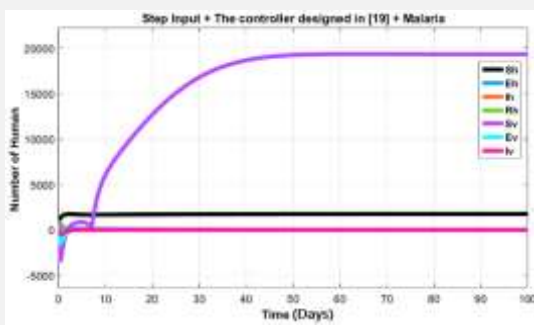


شکل (۱۰) - نمودار سیستم حلقه بسته به ازای ورودی پله در حضور کنترل کننده H_2-H_∞

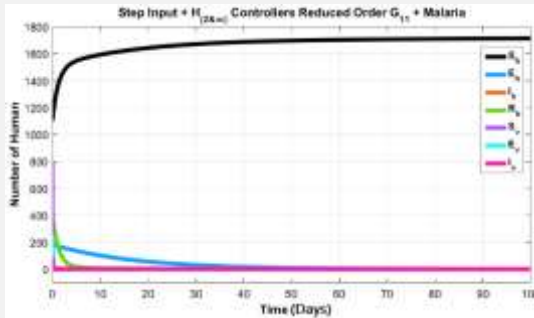


شکل (۱۱) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده H_2-H_∞ کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

رفتار سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده‌های طراحی شده $\mu\text{D-K}$ و کنترل کننده‌های کاهش مرتبه یافته آن‌ها در حضور نامعینی ضربی ساختار یافته به ترتیب در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) ارائه شده است.



شکل (۱۶) - عمل کرد کنترل کننده‌ی غیرخطی مرجع [۱۹] برای همه‌گیری مالاریا به ازای ورودی پله



شکل (۱۷) - عمل کرد کنترل کننده‌ی خطی H_2-H_∞ کاهش مرتبه یافته برای اپیدمی مالاریا به ازای ورودی پله

شده است. بهترین کنترل کننده از لحاظ پایداری و عمل کرد کنترل کننده‌ی کاهش مرتبه یافته‌ی H_2-H_∞ است. قیاس این کنترل کننده با کنترل کننده‌ی مرجع [۱۹] در شکل‌های (۱۶) و (۱۷) به ازای ورودی پله قابل بررسی است. نتایج شبیه‌سازی شکل (۱۶) سیستم حلقه بسته‌ی اپیدمی مالاریا با کنترل کننده‌ی مرجع [۱۹] به ازای ورودی پله را نشان می‌دهد.



شکل (۱۸) - پاسخ سیستم حلقه بسته با کنترل کننده‌ی μ D-G-K کاهش مرتبه یافته در حضور نامعینی ضربی

مشاهده می‌شود که مقدار S_V (پشه‌های حساس) پس از یک فراجاهش، حدود ۵۰ روز نیاز دارد تا به ثبات برسد.

پس از بررسی و مقایسه‌ی کنترل کننده‌های طراحی شده، بهترین کنترل کننده‌ی پیشنهادی این مقاله تحت عنوان کنترل کننده‌ی کاهش مرتبه یافته‌ی H_2-H_∞ روی سیستم غیرخطی (۱) اعمال شده و در شکل (۱۷) پاسخ همه‌گیری مالاریا به ازای ورودی پله نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که این طراحی توانسته است به پایداری و کارایی مقاوم در برابر نامعینی، در کوتاه‌ترین زمان ممکن پاسخ‌گو باشد.

در طراحی تابع وزنی حساسیت در طراحی ایده‌آل زمان نشست ۱۰ روز و فراجاهش کم‌تر از ۱۵ درصد در نظر گرفته شده و نتیجه‌ی شبیه‌سازی روی سیستم غیرخطی نیز عمل کرد مقاوم مد نظر را برآورده کرده است. پایداری مقاوم تمام متغیرها نیز به خوبی به دست آمده است. دلیل این که در هر دو کنترل کننده‌ی اخیر S_H (افراد مستعد یا حساس) در نهایت به مقدار صفر نرسیده این است که در دینامیک اصلی سیستم، معادله‌ای مربوط به واکسیناسیون وجود ندارد. طبیعی است با اعمال این موضوع در نهایت کل سیستم به شرایط مطلوبی رسیده و در نهایت بیماری مالاریا توسط کنترل کننده‌های به دست آمده قابلیت ریشه‌کن شدن را دارد. مقایسه‌ی شکل‌های (۱۶) و (۱۷) حاکی از عمل کرد بهتر کنترل کننده‌ی H_2-H_∞ طراحی شده در این مقاله نسبت به طراحی مرجع [۱۹] می‌باشد. زیرا ضمن داشتن طراحی ساده‌تر عمل کرد بهتری به ویژه در کنترل پشه‌های حساس دارد.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک کنترل کننده‌ی مقاوم خطی به منظور کنترل اپیدمی مالاریا در حضور نامعینی مدل‌سازی طراحی شده است. هفت متغیر در بیماری مالاریا به عنوان متغیرهای حالت مثبت در نظر گرفته شده که شامل انسان‌های مستعد، در معرض، علامت‌دار آلوده و بهبود یافته و پشه‌های حساس، در معرض و عفونی است. تعداد انسان‌های در معرض و آلوده و پشه‌های عفونی با استراتژی پیشنهادی برای سه ورودی کنترلی استفاده از تخت‌خواب‌های تحت درمان، میزان درمان افراد آلوده و استفاده از اسپری حشره‌کش، به صفر رسیده است. مشاهده می‌شود که با اعمال کنترل کننده‌ها به سیستم غیرخطی مالاریا سیستم در نهایت پایدار شده و تغییرات انسان‌های در معرض و علامت‌دار و پشه‌های عفونی (I_V , E_H , E_V) در نهایت به صفر رسیده است. با مقایسه‌ی پایداری و عمل کرد کنترل کننده‌های مختلف، کنترل کننده‌ی کاهش مرتبه یافته‌ی H_2-H_∞ به عنوان کنترل کننده‌ی پیشنهادی مطرح شده است.

۹- مراجع

- [1] Caccetta L., Foulds, L.R., Rumchev V.G.; A positive linear discrete-time model of capacity planning and its controllability properties. Math. Comput. Model., 2004, 40, pp. 217–226.



- exoskeleton rehabilitation robots' *Sci. Iran.*, 2018, 25, (5), pp. 2628–2642.
- [14] Rajaei, A., Vahidi-Moghaddam, A., Ayati, M., et al.: 'Integral sliding mode control for nonlinear damped model of arch microbeams', *Microsyst. Technol.*, 2019, 25, (1), pp. 57–68.
- [15] Vahidi-Moghaddam, A., Rajaei, A., Ayati, M.: 'Disturbance-observer-based fuzzy terminal sliding mode control for MIMO uncertain nonlinear systems', *Appl. Math. Model.*, 2019, 70, pp. 109–127.
- [16] Sharifi, M., Moradi, H.: 'Nonlinear robust adaptive sliding mode control of influenza epidemic in the presence of uncertainty', *J. Process Control*, 2017, 56, pp. 48–57.
- [17] Amiri Mehra, A. H., Zamani, I., Abbasi, Z., Ibeas, A., Observer-based adaptive PI sliding mode control of developed uncertain SEIAR influenza epidemic model considering dynamic population, *Journal of Theoretical Biology*, 2019, 482, 109984.
- [18] Aghajanzadeh, O., Sharifi, M., Falsafi, A., Robust control strategy for HBV treatment: Considering parametric and nonparametric uncertainties, *Academic Press: Control Applications for Biomedical Engineering Systems*, 2020, pp. 127-147.
- [19] Okosun K.O., Rachid, O., Marcus, N.: 'Optimal control strategies and costeffectiveness analysis of a malaria model', *Biosystems*, 2013, 111, (2), pp. 83–101.
- [20] Rajaei A.; Vahidi-Moghaddam, A.; Chizfahm, A.; Sharifi, M. Control of malaria outbreak using a non-linear robust strategy with adaptive gains. *IET Control Theory Appl.* 2019, 13, 2308–2317.
- [21] K. Zhou, J. C. Doyle; *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall, 1999.
- [۲۲] دکتر حمیدرضا تقی‌راد، محمد فتحی، فرینا زمانی
 اسگوی. کنترل مقاوم H_∞ ، انتشارات دانشگاه خواجه
 نصیر الدین طوسی، تهران، نوبت چاپ سوم، ۱۳۹۷.
- [2] Zhang, J., Jia, X., Zhang, R., et al.: A model predictive control framework for constrained uncertain positive systems. *Int. J. Syst. Sci.*, 2018, 49, (4), pp. 884–896.
- [3] Brauer, F.: 'Some simple epidemic models', *Math. Biosci. Eng.*, 2006, 3, (1), pp. 1–15.
- [4] Arino, J., Brauer, F., van den Driessche, P., et al.: 'A model for influenza with vaccination and antiviral treatment', *J. Theor. Biol.*, 2008, 253, (1), pp. 118–130.
- [5] Pathak, S., Maiti, A., Samanta, G.P.: 'Rich dynamics of an SIR epidemic model', *Nonlinear Anal., Model. Control*, 2010, 15, (1), pp. 71–81.
- [6] World Health Organization: 'World malaria report 2015', World Health Organization, 2016.
- [7] Beare, N.A.V., Taylor, T.E., Harding, S.P., et al.: 'Malarial retinopathy: a newly established diagnostic sign in severe malaria', *Am. J. Trop. Med. Hyg.*, 2006, 75, (5), pp. 790–797.
- [8] Cowman, A.F., Berry, D., Baum, J.: 'The cellular and molecular basis for malaria parasite invasion of the human red blood cell', *J. Cell Biol.*, 2012, 198, (6), pp. 961–971.
- [9] Ross, R.: 'The prevention of malaria' (John Murray, London, 1911).
- [10] Blayneh, K., Cao, Y., Kwon, H.D.: 'Optimal control of vector-borne diseases: treatment and prevention', *Discrete Continuous Dyn. Syst. B.*, 2009, 11, (3), pp. 587–611.
- [11] Li, X.-J., Yang, G.-H.: 'Robust adaptive fault-tolerant control for uncertain linear systems with actuator failures', *IET Control Theory Applic.*, 2012, 6, (10), pp. 1544–1551.
- [12] Moghaddam, A.V., Rajaei, A., Vatankhah, R., et al.: 'Terminal sliding mode control with non-symmetric input saturation for vibration suppression of electrostatically actuated nanobeams in the presence of Casimir force', *Appl. Math. Model.*, 2018, 60, pp. 416–434.
- [13] Torabi, M., Sharifi, M., Vossoughi, G.: 'Robust adaptive sliding mode admittance control of