

# تحلیل همودینامیک دریچه‌ی آئورت از طریق مدل‌سازی محاسباتی به روش لاگرانژی اولیری اختیاری

هاشمی‌فرد، علیرضا<sup>۱</sup> / فتورائی، ناصر<sup>۲\*</sup> / نبئی، ملیکه<sup>۳</sup>

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22041/ijbme.2024.2021080.1881

## پیوست

### رویکرد انتخاب روش مدل‌سازی در مقابل بروز خطای تغییر شکل هندسی ناشی از توالی بازسازی شبکه‌ی محاسباتی

در این بخش به بررسی شبیه‌سازی دریچه در نرم‌افزار کامسول<sup>۱</sup> با استفاده از مدل‌سازی محاسباتی به روش برهم‌کنش سیال و جامد<sup>۲</sup> پرداخته شده است. با توجه به حرکت لت<sup>۳</sup> دریچه و در نتیجه جابه‌جایی مرز آن در درون سیال<sup>۴</sup> نیاز به بازسازی متوالی شبکه‌ی محاسباتی است. این مورد محدود به شبیه‌سازی دریچه نبوده و مثال دیگر آن می‌تواند حرکت گلبول قرمز درون خون در حالی که سطح و غشای آن تغییر شکل قابل توجهی دارد باشد. از این نوع مسائل در حوزه‌ی مهندسی پزشکی و سیالات بیولوژیکی به وفور یافت می‌شود. در صورتی که شبکه‌ی محاسباتی سیال با جابه‌جایی و تغییر در تعداد اجزای محدود<sup>۵</sup> همراه نباشد، در قالب این بخش از مقاله گنجانده نخواهد شد. برای مثال دو شاخه‌ی کاروتید، منطبق بر فشار خون در حال گذر از آن، متسع و منقبض شده و باید شبکه‌ی محاسباتی سیال به صورت منظم و همراه با مرز و دیواره‌ی جامد جابه‌جا شود اما نیازی به تغییر در تعداد المان‌های سیال نیست و با این شرایط نیازی به بازسازی شبکه‌ی محاسباتی نبوده و موضوع بحث این بخش از مقاله نمی‌باشد.

رویکرد رفع خطا که در این مقاله به آن پرداخته شده است تنها در نرم‌افزار کامسول تجربه شده و لزوماً در نرم‌افزارهای محاسباتی دیگر مثل نرم‌افزار ادینا<sup>۶</sup> دیده نمی‌شود. روش انطباق شبکه‌ی محاسباتی و انتقال اطلاعات در مرز مشترک سیال و جامد در نرم‌افزارهای مختلف ممکن است با هم متفاوت باشد. برای مثال در نرم‌افزار ادینا دو مدل سیال و جامد و شبکه‌ی

محاسباتی مربوط به آن‌ها در دو محیط متفاوت با هم تولید شده و نیازی نیست که گره‌ها یا المان‌های شبکه‌ی محاسباتی این دو مدل در مرزهای مشترک دقیقاً بر هم منطبق باشند بلکه اطلاعات مربوطه در مرز این دو مدل با رعایت تolerانس<sup>۷</sup> مجاز، میان‌یابی<sup>۸</sup> می‌شود. به این دلیل تغییرات ناشی از بازسازی شبکه‌ی محاسباتی سیال روی المان‌های شبکه‌ی محاسباتی جامد تاثیری نداشته و تغییری در آن ایجاد نخواهد کرد.

در صورتی که در نرم‌افزار کامسول دو مدل سیال و جامد در یک محیط تعریف شده و شبکه‌ی محاسباتی آن‌ها به صورت یک پارچه تولید می‌شود و به همین دلیل المان‌های مرز مشترک بین سیال و جامد بر هم منطبق هستند. از این رو کوچک‌ترین تغییری در تعداد یا جایگذاری المان‌های شبکه‌ی محاسباتی سیال متاثر از بازسازی شبکه‌ی محاسباتی، مستقیماً روی شبکه‌ی محاسباتی جامد تاثیر گذاشته و آن را تغییر می‌دهد.

## ۱- طرح موضوع

باز شدن و بسته شدن دریچه‌ی آئورت فرایندی است که در هر سیکل قلبی یک بار تکرار می‌شود. از آن‌جا که طی هر بار باز شدن و بسته شدن دریچه، لت‌ها تغییر شکل زیادی از خود نشان داده و طول شعاعی دریچه را از محور طولی دریچه تا نزدیکی دیواره‌ی سینوس والسالوا طی می‌کنند، تمام المان‌های شبکه‌ی محاسباتی مربوط به سیال در این محدوده متاثر از این جابه‌جایی و تغییر شکل لت‌ها دستخوش تغییر شده و در هر سیکل قلبی باید بارها و بارها شبکه‌ی محاسباتی سیال مورد ارزیابی و بازسازی قرار گیرد. از آن‌جا که تغییر شکل لت‌ها طی فرایند باز شدن و خصوصاً بسته شدن دریچه در تمام سیکل‌های قلبی منطبق با یک الگو نبوده و با تنوع و عدم تقارن همراه است باید تعداد زیادی سیکل قلبی مورد بررسی قرار گیرد تا

<sup>۱</sup> Finite Element

<sup>۲</sup> ADINA

<sup>۳</sup> Tolerance

<sup>۴</sup> Interpolation

<sup>۱</sup> COMSOL

<sup>۲</sup> Fluid-Structure Interaction (FSI)

<sup>۳</sup> Leaflet

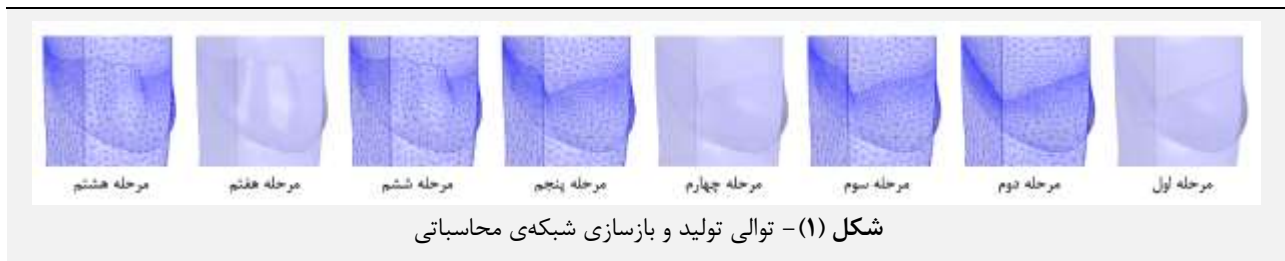
<sup>۴</sup> Wall Movement



هندسی ایده‌آل از دریچه‌ی آئورت بوده که مستقیماً توسط بخش مدل‌سازی نرم‌افزار کامسول تولید شده است. شرایط مرزی و مشخصه‌های فیزیکی دقیقاً روی این مدل هندسی اعمال شده که مراحل حل مساله از این مرحله آغاز می‌شود. در مرحله‌ی دوم، شبکه‌ی محاسباتی به صورت مستقیم از هندسه‌ی دریچه‌ی آئورت یا همان مرحله‌ی اول، استخراج شده که در این مقاله به آن شبکه‌ی محاسباتی مرجع گفته شده است. جهت حفظ جنبه‌ی نمایشی و وضوح تصاویر، المان‌های شبکه‌ی محاسباتی به اندازه‌ی کافی درشت انتخاب شده است. همچنین المان‌های مجاور لبه‌ی آزاد لت و محل تقاطع سینوس والسالوا با ریشه‌ی آئورت به آرامی ریز شده تا شبکه‌ی محاسباتی به اندازه‌ی کافی بر شکل هندسی و انحنای لت‌ها و دریچه منطبق باشد.

استقلال نتایج از سیکل قلبی احراز شود که در نتیجه به تعداد بی‌شماری بازسازی شبکه‌ی محاسباتی نیاز می‌باشد. در این بخش از مقاله به این موضوع خاص پرداخته شده است که بازسازی شبکه‌ی محاسباتی در نرم‌افزار کامسول در بعضی شرایط خاص می‌تواند با خطای قابل توجهی همراه باشد. در این راستا و برای ارزیابی این خطا، نتایج یک مدل محاسباتی کاربردی مورد تحلیل قرار گرفته است تا چگونگی علت بروز خطا و ورود آن به نتایج مشخص شود.

در شکل (۱) نمونه‌ای از توالی تولید و بازسازی شبکه‌ی محاسباتی نشان داده شده است. در مرحله‌ی اول، تصویری از هندسه‌ی دریچه‌ی آئورت دیده شده که شامل یک لت، سینوس والسالوا و قسمتی از ریشه‌ی آئورت و دو صفحه‌ی تقارن بوده که دریچه را به یک‌سوم تبدیل کرده است. این یک مدل



شکل (۱) - توالی تولید و بازسازی شبکه‌ی محاسباتی

فیزیک مساله ایجاد شود. برای مثال دریچه‌ی آئورت که در گام‌های زمانی قبل بسته بوده، با توجه به فشار خون بطن چپ باز شده است. سپس یک شبکه‌ی محاسباتی جدید بر اساس این هندسه‌ی جدید تولید شده که در تصویر مرحله‌ی پنجم نشان داده شده که در آن عیوب المان‌ها و افت کیفیت شبکه‌ی محاسباتی مرحله‌ی سوم مرتفع شده است. این شبکه‌ی جدید امکان ادامه‌ی مراحل حل را در گام‌های زمانی آتی برقرار خواهد کرد تا این که در مرحله‌ی ششم دوباره قسمتی از شبکه‌ی محاسباتی دچار افت کیفیت شده و فرایند حل متوقف شده است. محدوده‌ای از شبکه‌ی سیال که در مجاورت لبه‌ی آزاد لت بوده و یا مناطقی که به خاطر حرکت جامد دچار بهم‌ریختگی شده است باید بازسازی شود. به همین دلیل مجدداً از شبکه‌ی محاسباتی مرحله‌ی ششم که نیاز به بازسازی دارد استفاده شده و هندسه‌ی مرحله‌ی هفتم بر اساس هندسه‌ی مرحله‌ی چهارم و منطبق بر تغییرات و جابه‌جایی‌هایی که طی گام‌های زمانی حل از مرحله‌ی پنجم تا ششم در دیواره‌ی سینوس والسالوا، ریشه‌ی آئورت و لت ایجاد گردیده، ساخته شده است. این هندسه نیز پایه‌ی تولید شبکه‌ی محاسباتی جدید در مرحله‌ی هشتم خواهد بود.

در بین هر دو مرحله‌ی بازسازی هندسه‌ی مساله، مانند مراحل چهارم و هفتم، یک شبکه‌ی محاسباتی وجود دارد که از نظر

مرحله‌ی سوم، ماحصل چندین گام زمانی انجام محاسبات به روش تعامل سیال و جامد روی شبکه‌ی محاسباتی مرحله‌ی دوم بوده که با توجه به فیزیک خاص این مساله و متاثر از جریان خون خروجی از سمت بطن چپ، دریچه در حال باز شدن است. طی عبور از تمام گام‌های زمانی انجام محاسبات از شروع مراحل حل، شبکه‌ی محاسباتی از نظر کیفیت مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته و در صورتی که کیفیت المان‌های آن از حد معینی کاسته شده باشد، فرایند محاسبات متوقف شده و شبکه‌ی محاسباتی بازسازی شده است. مرحله‌ی سوم به عنوان نمونه‌ای از لحظه‌ی توقف محاسبات به دلیل نیاز به بازسازی شبکه‌ی محاسباتی ارائه شده است. به عبارت ساده‌تر مرحله‌ی سوم، لحظه‌ای از شبکه‌ی محاسباتی بوده که به بازسازی نیاز پیدا کرده است. در این زمان، هندسه‌ی اولیه‌ی دریچه‌ی آئورت و اجزای آن بر اساس تغییرات شبکه‌ی محاسباتی فعلی در تصویر سوم، بازسازی شده که این هندسه‌ی تغییر یافته در مرحله‌ی چهارم به تصویر کشیده شده است.

ممکن است مرزهای جامد به دلیل فشاری که در طول حل و طی فرایند تعامل سیال و جامد از سمت سیال به آن وارد شده جابه‌جا شده یا تغییر شکل داده باشد که این تغییرات و جابه‌جایی‌ها روی هندسه‌ی اولیه یا هندسه‌ی مرحله‌ی قبلی اعمال شده تا هندسه‌ی منطبق بر شرایط جدید حاکم بر

است تا شرایط بروز این مشکل بررسی شده و به اطلاع محققان دیگر نیز رسانده شود. این بخش از مقاله‌ی حاضر بر اساس تحقیق پیرامون چگونگی بروز این مشکل شکل گرفته است. در ابتدای این بخش، نتایج مربوط به بازسازی متوالی شبکه‌ی محاسباتی در پیچه‌ی آئورت آورده شده که طبق شکل (۲) همراه با تصاویر مربوط به شبکه‌ی مذکور و به صورت کیفی مورد تحلیل قرار داده شده و سپس طبق شکل (۳) به صورت کمی و همراه با رسم نمودارهای مربوط به حجم مدل مربوطه و سطح رویه‌های آن ارزیابی شده است.

### ۳- بررسی کیفی

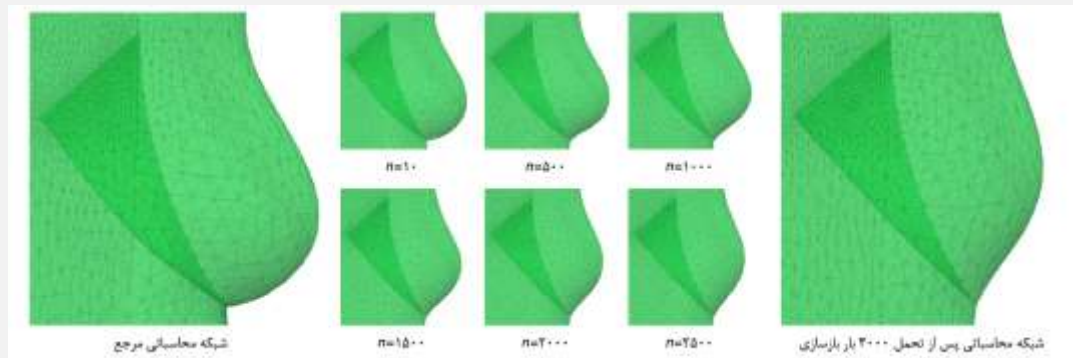
در شکل (۲) شبکه‌ی محاسباتی مرجع مربوط به مدل در پیچه‌ی آئورت و تغییرات آن بر اساس تکرار بازسازی شبکه به صورت چند تصویر با توالی‌های مختلف به عنوان نمونه نشان داده شده است. برای بهتر دیده شدن این شبکه‌ی محاسباتی، از شبکه‌ی درشت استفاده شده است تا المان‌ها در تصاویر قابل تشخیص باشند. همچنین پوسته‌ی سینوس والسالوا و ریشه‌ی آئورت شفاف اختیار شده است تا لت در پیچه به راحتی دیده شود. شبکه‌ی محاسباتی مرجع، اولین شبکه‌ای بوده که مستقیماً از هندسه‌ی در پیچه‌ی آئورت استخراج شده و بازسازی‌های بعدی شبکه بر اساس این شبکه‌ی مرجع و توالی آن انجام شده است. در شکل (۲) به خوبی دیده می‌شود که تکرار بازسازی شبکه باعث از بین رفتن انحنای مربوط به سینوس والسالوا و افزایش زاویه‌های اتصال آن با ریشه‌ی آئورت شده است. تا دهمین تکرار ابتدایی بازسازی شبکه، تفاوت محسوس با شبکه‌ی مرجع دیده نشده اما از تکرار ۵۰۰ به بعد، شکل کلی مدل به سمت تخت شدن و از دست دادن برجستگی‌ها رفته است. همچنین شکل مقعر و قاشقی شکل لت در پیچه نیز از تکرار ۱۵۰۰ بازسازی شبکه به بعد از بین رفته، مسطح شده و فاصله‌ی لبه‌ی آزاد لت تا محور طولی در پیچه نیز بیش‌تر شده است.

گام زمانی، وقتی در نزدیکی مرحله‌ی هندسی قبلی خود باشد در بالاترین شرایط کیفی و زمانی که به نزدیکی مرحله‌ی هندسی بعدی خود می‌رسد در پایین‌ترین شرایط کیفی خود بوده و این مرحله‌ای است که شرایط ارزیابی کیفیت شبکه احراز نشده و باید بازسازی شبکه‌ی محاسباتی انجام پذیرد.

در بین هر دو مرحله‌ی بازسازی هندسی ممکن است بی‌شمار گام زمانی از حل وجود داشته باشد. برای مثال انتهای سیستمول و زمانی که در پیچه‌ی آئورت بسته می‌شود، در کل طول مدت دیاستول که در پیچه بسته است و حرکتی ندارد و تا قبل از شروع سیستمول مربوط به سیکل قلبی بعدی، شبکه‌ی محاسباتی بدون تغییر باقی خواهد ماند و شاید بیش از هزاران گام زمانی به صورت پیوسته و بدون نیاز به بازسازی شبکه‌ی محاسباتی حل شود. بیش‌ترین تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی در زمان سیستمول و درست حین باز شدن یا بسته شدن در پیچه رخ می‌دهد. خصوصاً طی فرایند باز شدن و یا بسته شدن در پیچه، به خاطر حرکت سریع لت و تغییر شکل آن، فواصل بین بازسازی‌های شبکه‌ی محاسباتی کم‌تر از میانه‌ی سیستمول و زمانی که در پیچه کاملاً باز شده است می‌باشد. در شکل (۱) برای کاهش تعداد تصاویر، تنها دو تصویر ابتدایی و انتهایی از شبکه‌ی محاسباتی بین هر دو مرحله‌ی هندسی آورده شده است.

### ۲- هدف از انجام این تحقیق

در تحقیقی که توسط نویسندگان این مقاله روی مدل‌سازی محاسباتی در پیچه‌ی آئورت انجام شده، مشاهده گردیده است که طی هر یک از مراحل بازسازی شبکه‌ی محاسباتی مقدار کمی از حجم مدل در پیچه‌ی آئورت و سطوح سینوس والسالوا و لت کاسته شده تا جایی که پس از حل تعداد زیادی سیکل قلبی، شکل هندسی در پیچه‌ی آئورت از شکل طبیعی خود خارج شده و دیگر شباهتی با شکل اصلی هندسه‌ی مساله و شبکه‌ی محاسباتی مرجع خود ندارد. بر این اساس تصمیم گرفته شده

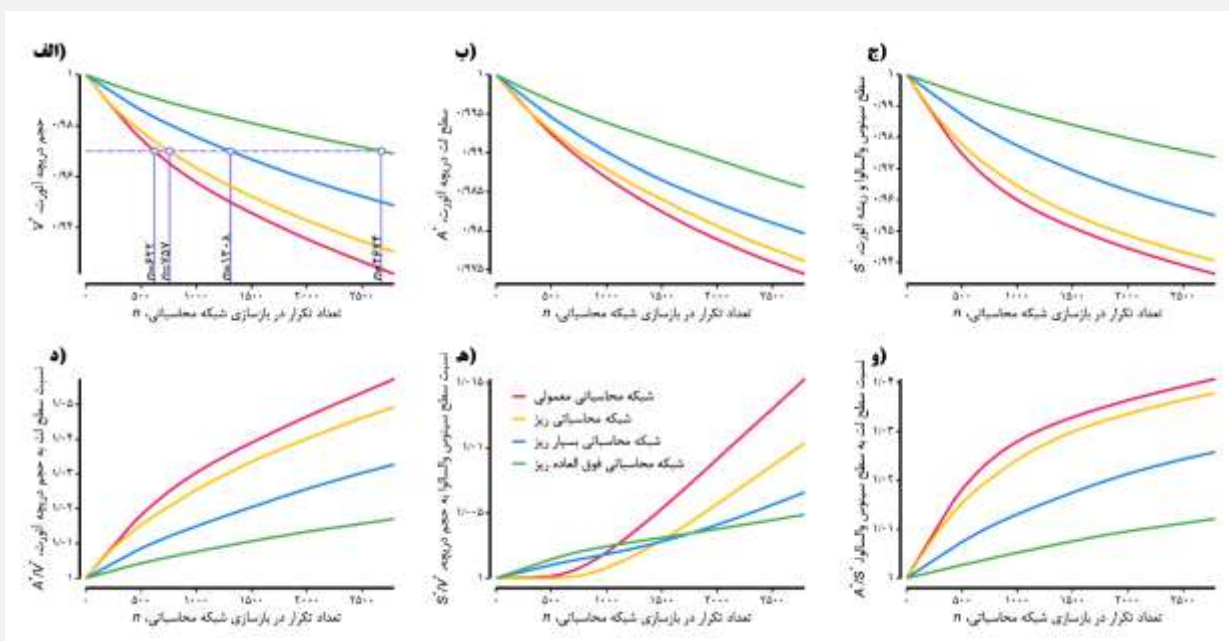


شکل (۲) - شبکه‌ی محاسباتی مرجع و تغییرات آن بر اساس تعداد تکرار بازسازی شبکه برای ۷ مرحله‌ی متوالی از تکرار بازسازی شبکه

## ۴- بررسی کمی

در مراحل تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی به نسبت آن نرمال شده است. شاید به نظر برسد که باید حجم هندسی مدل در قبل از تولید اولین شبکه‌ی محاسباتی به عنوان مرجع اصلی حجم در نظر گرفته شود اما از آنجا که هدف اصلی این تحقیق تنها بررسی خطای ناشی از بازسازی شبکه و نه تولید شبکه‌ی محاسباتی بوده، به همین دلیل حجم هندسی مدل محاسباتی به عنوان معیار ارزیابی در نظر گرفته نشده است. این نرمال‌سازی برای سطح لت و سطح سینوس والسالوا نیز با مقدار اولیه‌ی سطح شبکه‌ی محاسباتی مربوطه انجام شده است.

در شکل (۳) نتایج مربوط به تغییرات نرمال شده‌ی حجم، سطح لت، سطح سینوس والسالوا و نسبت آن‌ها در مدل دریچه‌ی آئورت بر اساس شبکه‌های محاسباتی معمولی، ریز، بسیار ریز و فوق‌العاده ریز رسم شده است. مقادیر حجم یا مساحت در تمام بخش‌های این تصاویر بر اساس مقادیر اولیه‌ی حجم یا سطح شبکه‌ی مرجع که از هندسه‌ی مدل استخراج گردیده نرمال شده است. به این معنی که برای مثال حجم شبکه‌ی محاسباتی در زمان صفر به عنوان مرجع حجم محسوب شده و حجم مدل



شکل (۳) - نتایج مربوط به تغییرات نرمال شده‌ی حجم، سطح لت، سطح سینوس والسالوا و نسبت آن‌ها در مدل دریچه‌ی آئورت بر اساس شبکه‌های محاسباتی معمولی تا فوق‌العاده ریز که بر اساس مقادیر اولیه‌ی مربوطه در شبکه‌ی محاسباتی مرجع و قبل از اولین بازسازی شبکه نرمال شده است

جلوگیری کند. در شکل‌های (۳-ب) و (۳-ج) به ترتیب تغییرات نرمال شده‌ی سطوح لت و سینوس والسالوا طی فرایند بازسازی شبکه‌ی محاسباتی رسم شده است. در این نمودارها نیز هم‌چون نمودار (۳-الف) با شروع بازسازی شبکه، سطح لت و سینوس والسالوا به سرعت کاسته شده و با افزایش تعداد این تکرار، شیب نمودار این تغییرات به آرامی کاهش یافته است. افزایش تعداد المان‌ها و گره‌های شبکه‌ی محاسباتی نیز باعث شده است که از نرخ کاهش سطوح در نمودار مربوطه کاسته شود. سوالی که می‌تواند در این بین مطرح شود این است که آیا این تغییرات حجم و تغییرات سطح به صورت متناسب رخ می‌دهد؟ آیا بین این دو منحنی ارتباطی وجود دارد؟ برای پاسخ به این سوال‌ها باید به این موضوع توجه کرد که وقتی تمام ابعاد یک مدل هندسی به صورت متناسب کاسته یا افزوده شود، حجم و

در شکل (۳-الف) تغییرات نرمال شده‌ی حجم مدل دریچه‌ی آئورت بر اساس تعداد تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی رسم شده است. با شروع بازسازی شبکه، حجم مدل به سرعت کاسته شده و با افزایش تعداد این تکرار، شیب نمودار تغییرات حجم به آرامی کاهش یافته است. بر اساس این نمودار، افزایش تعداد المان‌ها و گره‌های شبکه‌ی محاسباتی باعث شده است تا از نرخ کاهش حجم در نمودار کاسته شود. از این نمودار می‌توان نتیجه گرفت که هر چه تعداد المان‌ها و گره‌های محاسباتی بیش‌تر باشد شکل و انحناهای حجم هندسی بهتر حفظ شده و در فرایند بازسازی شبکه‌ی محاسباتی نیز به میزان کم‌تری دچار آسیب و تغییر شکل خواهد شد اما با این وجود افزایش تعداد المان‌های شبکه‌ی محاسباتی نیز به طور قطعی نمی‌تواند از بروز این تغییرات در روند تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی

حجم را تا تعداد بیش‌تری از تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی به تاخیر انداخت و یا این که به خطای کم‌تری از کاهش حجم در تعداد مشخصی از تکرار بازسازی شبکه، به نسبت تکرار بازسازی شبکه با تعداد المان کم‌تر دست پیدا کرد.

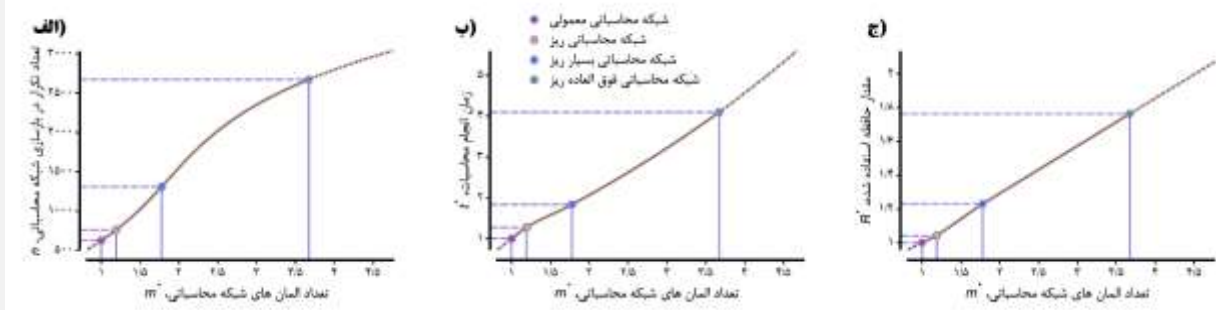
منحنی شکل (۴-الف) مربوط به ارتباط تعداد تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی به نسبت تعداد نرمال شده‌ی المان‌های شبکه‌ی محاسباتی برای کاهش حجم ۳ درصدی از شبکه‌ی محاسباتی دریچه‌ی آئورت است. اگر فرض شود که حداکثر ۳ درصد کاهش حجم طی فرایند بازسازی شبکه برای مدل محاسباتی دریچه‌ی آئورت مجاز در نظر گرفته شده باشد، با شبکه‌ی محاسباتی معمولی تا نهایتاً ۶۲۲ بار امکان تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی وجود دارد و در صورتی که تعداد بازسازی بیش‌تر از این مقدار باشد، کاهش حجم بیش‌تر از ۳ درصد خواهد بود. هم‌چنین بر اساس این منحنی برای شبکه‌ی محاسباتی فوق‌العاده ریز و برای حفظ کاهش حجم با حداکثر ۳ درصد، نباید بیش از ۲۶۷۴ بار تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی انجام شود. از روند منحنی برداشت می‌شود که شیب منحنی خطی نبوده و با افزایش خطی تعداد المان‌های شبکه‌ی محاسباتی نمی‌توان به تعداد تکرار بیش‌تر برای بازسازی شبکه‌ی محاسباتی دست پیدا کرد.

سطح آن تغییر می‌کند اما نسبت تغییرات این دو به عنوان تابعی از تغییرات ابعاد، یکسان می‌ماند و شکل کلی آن تغییری نمی‌کند. مانند یک بادکنک که در هنگام باد شدن نسبت حجم به سطح آن با ضریب ثابتی از میزان شعاع آن افزایش می‌یابد و شکل کروی آن حفظ می‌شود. برای این که به سوال مطرح شده پاسخ داده شود، نسبت تغییرات حجم مدل دریچه‌ی آئورت و سطوح لت و سینوس والسالوا به یک‌دیگر در شکل‌های (۳-د) تا (۳-و) رسم شده است.

با توجه به این که نسبت تغییرات نمودارهای مذکور خطی نیست، و به عبارت دیگر تغییرات حجم مدل دریچه‌ی آئورت و سطوح لت و سینوس والسالوا با نسبت مساوی تغییر نمی‌کند، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که قطعاً در شکل هندسی دریچه تغییر کلی و غیرمتعارف رخ داده است.

## ۵- تحلیل و ارتباط نتایج

بر اساس شکل (۳-الف) می‌توان گفت که با توجه به مدل هندسی مساله‌ی مفروض، اگر چه نمی‌توان خطای ناشی از کاهش حجم شبکه‌ی محاسباتی دریچه‌ی آئورت متأثر از تکرار بازسازی در شبکه‌ی محاسباتی را به صورت کلی حذف کرد، اما با افزایش تعداد المان‌های شبکه‌ی محاسباتی می‌توان کاهش



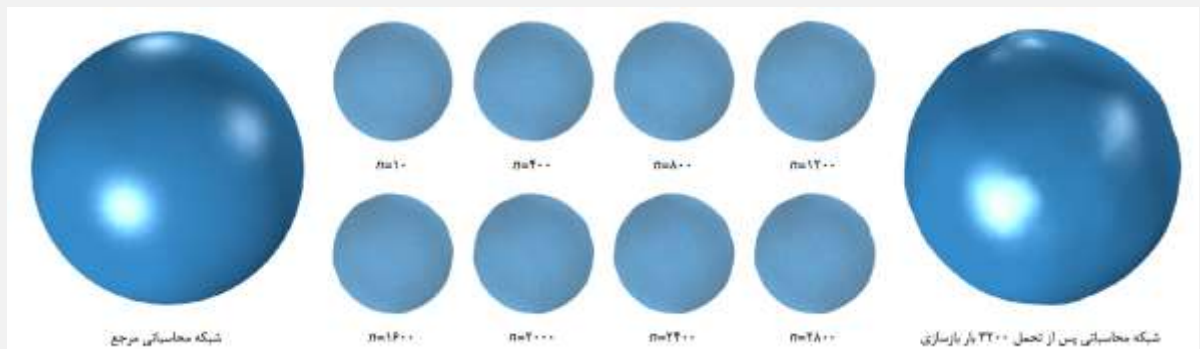
شکل (۴) - نسبت تعداد تکرار در بازسازی شبکه‌ی محاسباتی به تعداد المان‌های شبکه‌ی محاسباتی در شرایط کاهش حجم ۹۷ درصد دریچه‌ی آئورت برای شبکه‌های محاسباتی معمولی تا فوق‌العاده ریز (الف) و نسبت زمان انجام محاسبات (ب) و مقدار حافظه‌ی مورد استفاده قرار گرفته توسط سیستم (ج) به نسبت تعداد المان‌های شبکه‌ی محاسباتی

ارزیابی‌های انجام شده روی شکل‌های (۴-ب) و (۴-ج) که نشان دهنده‌ی زمان و افذه‌ی مورد نیاز توسط سیستم محاسباتی بوده بر اساس ۱۱۰ تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی صورت گرفته است. دلیل این موضوع آن است که با افزایش تکرار بازسازی، نیاز به حافظه نیز بیش‌تر شده و تا جایی پیش می‌رود که تمام حافظه‌ی اصلی سیستم به کار گرفته شده و از حافظه‌ی جانبی برای مقدار مازاد حافظه‌ی مورد نیاز نرم‌افزار کمک گرفته می‌شود. از آن‌جا که سرعت حافظه‌ی جانبی به مراتب کم‌تر از حافظه‌ی اصلی است، در این صورت نتایج به دست آمده در

قسمت‌های خط‌چین در شکل (۴) روند پیش‌بینی شده‌ی منحنی بوده و تنها بازه‌ی خطوط توپر در این تحقیق به صورت عملی ارزیابی شده است. شکل (۴-ب) بیان‌گر زمان صرف شده توسط رایانه برای حل مساله است. برای مثال مدل دریچه‌ی آئورت با شبکه‌ی محاسباتی فوق‌العاده ریز با وجود این که تعداد المان‌های آن تقریباً ۳/۷ برابر شبکه‌ی محاسباتی معمولی است اما به ۴/۱ برابر زمان برای حل نیاز دارد. منحنی شکل (۴-ج) نیز بیان‌گر میزان حافظه‌ی مورد نیاز توسط سیستم است که در مثال قبل به حدود ۱/۸ برابر حافظه‌ی بیش‌تر نیاز دارد.

ساخته شده و هیچ نوع فیزیکی، اعم از سیال یا جامد روی آن تعریف نشده است. شبکه‌های محاسباتی معمولی تا فوق‌العاده ریز از آن به عنوان شبکه‌ی محاسباتی مرجع استخراج شده و ۳۲۰۰ بار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی روی آن اعمال شده است. نتایج کیفی تغییرات حجم و سطح گوی مستخرج از شبکه‌ی محاسباتی در شکل (۵) نشان داده شده است.

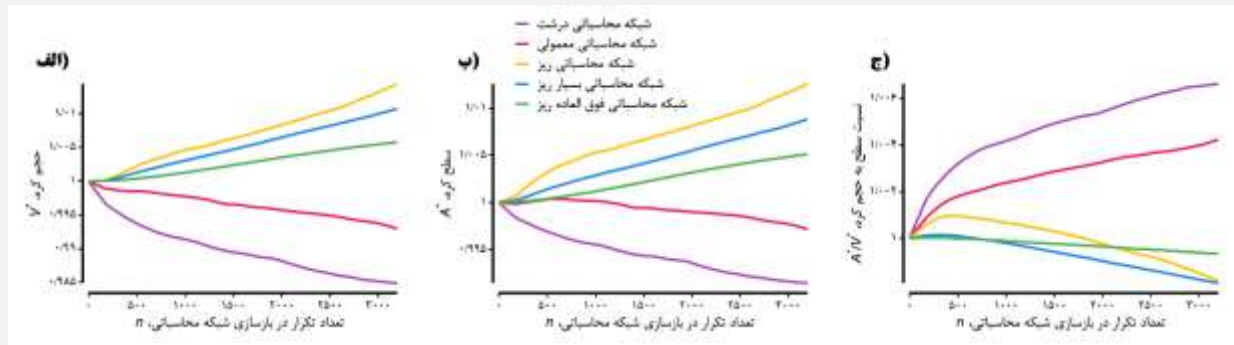
شکل (۴-ب) قابل مقایسه نخواهد بود. به همین دلیل و به جهت ارزیابی صحیح نسبت زمان و حافظه‌ی مورد نیاز به نسبت تعداد اجزای شبکه‌ی محاسباتی، برای تعداد تکرار بازسازی شبکه محدودیت اعمال شده است. برای نشان دادن دلیل تغییر در حجم و سطح در هنگام تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی، هندسه‌ی ساده‌ای به شکل گوی



شکل (۵) - شبکه‌ی محاسباتی مرجع و نتیجه‌ی آخرین بازسازی شبکه پس از تحمل ۳۲۰۰ بار تکرار بازسازی، با رویه‌ی هندسی به جای ترسیم شبکه‌ی محاسباتی مربوطه جهت توصیف صافی و یک‌دستی شبکه‌ی مرجع در مقابل اعوجاج و ناهمواری سطح گوی در آخرین تکرار بازسازی به انضمام ۸ تصویر با گام تکرار ۴۰۰ بازسازی در بین این دو تصویر با رویه‌ی هندسی به علاوه‌ی شبکه‌ی محاسباتی

شبکه‌ی محاسباتی، تغییر قابل تشخیصی در سطح گوی دیده نشده اما از ۴۰۰ تکرار به بعد، اعوجاج و ناهمواری‌ها بیش‌تر شده تا در آخرین تصویر و در ۳۲۰۰ بار بازسازی، این ناهمواری‌ها به نهایت مقدار خود رسیده است. شکل (۶) منحنی کمی این تغییرات برای حجم و سطح گوی و نسبت این دو بر اساس تعداد تکرار در بازسازی شبکه‌ی محاسباتی گوی برای شبکه‌های محاسباتی درشت تا فوق‌العاده ریز را نشان می‌دهد.

در شکل (۵) شبکه‌ی محاسباتی مرجع و نتیجه‌ی آخرین بازسازی شبکه پس از تحمل ۳۲۰۰ بار تکرار بازسازی، با رویه‌ی هندسی مربوطه رسم شده است تا صافی و یک‌دستی شبکه‌ی مرجع در مقابل اعوجاج و ناهمواری سطح گوی در آخرین تکرار بازسازی قابل تمیز باشد. در این بین نیز ۸ تصویر با گام تکرار ۴۰۰ بازسازی در بین این دو تصویر با رویه‌ی هندسی به انضمام شبکه‌ی محاسباتی نشان داده شده است. تا ۱۰ تکرار بازسازی



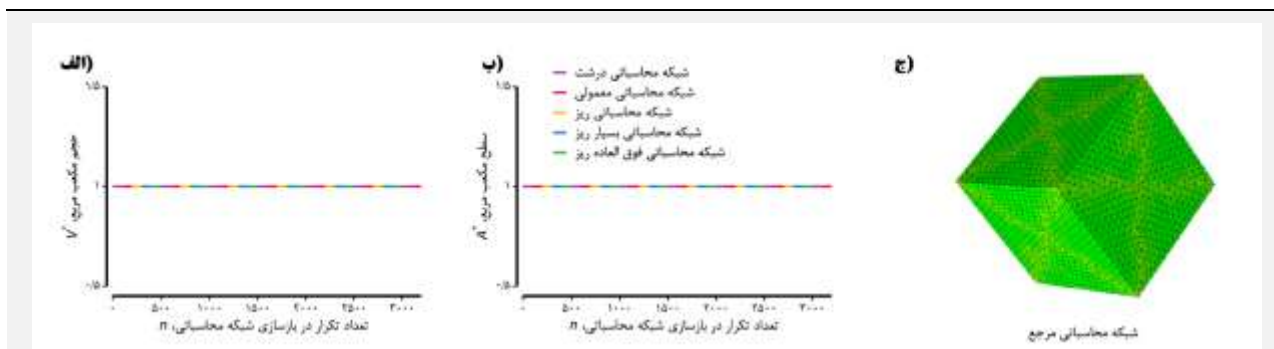
شکل (۶) - نتایج مربوط به تغییرات نرمال شده‌ی حجم و سطح کره و نسبت این دو بر اساس شبکه‌های محاسباتی درشت تا فوق‌العاده ریز که بر اساس مقادیر اولیه‌ی مربوطه در شبکه‌ی محاسباتی مرجع و قبل از اولین بازسازی شبکه نرمال شده است (به ترتیب الف تا ج)

سطح در شکل (۶-ب) نیز دیده می‌شود. نسبت تغییر سطح به حجم گوی طی افزایش تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی طبق شکل (۶-ج) ثابت نبوده و نشان می‌دهد که شبکه‌ی محاسباتی گوی با تناسب هندسی تغییر نداده و طی افزایش تکرار بازسازی

مطابق شکل (۶-الف) شبکه‌ی محاسباتی درشت و معمولی طی افزایش تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی با کاهش حجم و شبکه‌های ریز تا فوق‌العاده ریز با افزایش حجم شبکه‌ی محاسباتی مواجه شده است. این تغییر رویه دقیقاً در تغییرات

شده، در شبکه‌ی محاسباتی مکعب دیده نمی‌شود. در شکل (۷) تغییرات کمی و کیفی مکعب مربع به تصویر کشیده شده است.

شبکه‌ی محاسباتی همواره در حال تغییر است. این تغییرات حجم و سطح که در شبکه‌ی محاسباتی به شکل گوی دیده

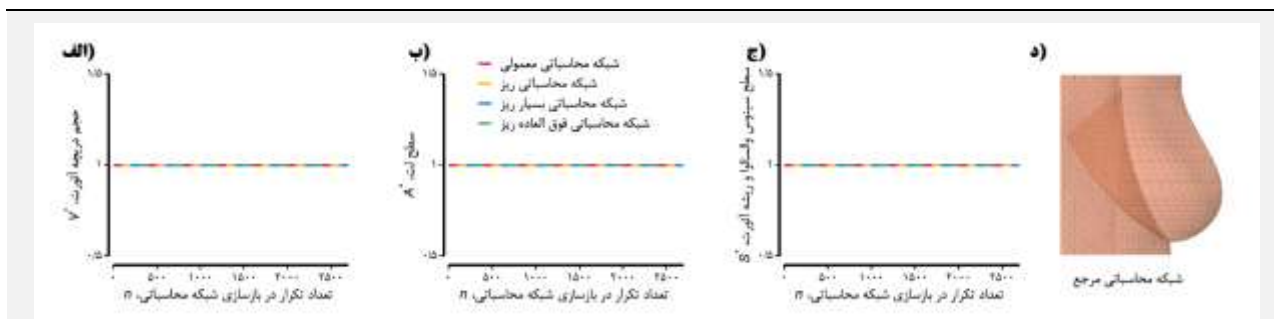


شکل (۷) - نتایج مربوط به تغییرات نرمال شده‌ی حجم و سطح مکعب مربع بر اساس شبکه‌های محاسباتی درشت تا فوق‌العاده ریز که بر اساس مقادیر اولیه‌ی مربوطه در شبکه‌ی محاسباتی مرجع و قبل از اولین بازسازی شبکه نرمال شده است (به ترتیب الف و ب)، شبکه‌ی محاسباتی مرجع مکعب مربع (ج)

با توجه به این دو مثال گوی و مکعب مربع، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که شبکه‌های محاسباتی که از هندسه‌های مبتنی بر خط مانند سطح صاف استخراج می‌شوند، طی فرایند بازسازی شبکه دچار تغییر نشده و شکل شبکه‌ی محاسباتی مرجع خود را حفظ می‌کنند. در صورتی که هندسه‌های منحنی‌دار باعث می‌شوند که شبکه‌ی محاسباتی مربوطه طی فرایند بازسازی شبکه نسبت به شبکه‌ی محاسباتی مرجع خود تغییر شکل دهند.

بر این اساس هندسه‌ی جدیدی از دریچه‌ی آئورت به نحوی ساخته شده است که تمام انحناها مانند روش گسسته‌سازی در تولید شبکه‌ی محاسباتی به خطوطی کاملاً مستقیم و سطوحی صاف و بدون خمیده‌گی تبدیل شوند. سپس شبکه‌ی محاسباتی مرجع بر اساس این هندسه تولید شده و ۲۷۰۰ بار تکرار بازسازی شبکه روی آن اعمال شده که نتایج کمی و کیفی آن در شکل (۸) نشان داده شده است.

بر اساس شکل (۷-الف) حجم شبکه‌ی محاسباتی مکعب مربع با افزایش تعداد تکرار در بازسازی شبکه هیچ‌گونه تغییری نکرده و هم‌چنان حجم ابتدایی خود را در شبکه‌ی محاسباتی مرجع حفظ کرده است. دقیقاً این رویه برای سطح شبکه‌ی محاسباتی مکعب مربع طبق شکل (۷-ب) نیز دیده می‌شود. در این دو شکل برای این که هم‌پوشانی منحنی‌های تغییرات دیده شود، این خطوط به صورت خط‌چین رسم شده که نشان می‌دهد میزان تغییرات حجم و سطح شبکه‌ی محاسباتی مکعب به ازای تمام انواع شبکه از درشت تا فوق‌العاده ریز صفر بوده و نسبت به حجم و سطح شبکه‌ی محاسباتی مرجع خود تغییری نشان نداده است. شکل (۷-ج) مربوط به شبکه‌ی محاسباتی مرجع بوده و از آن‌جا که طی فرایند تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی تغییری نداشته، از آوردن تصاویر مربوط به گام‌های تکرار بازسازی شبکه صرف نظر شده است.



شکل (۸) - نتایج مربوط به تغییرات نرمال شده‌ی حجم و سطوح لت، سینوس والسالوا و ریشه‌ی آئورت بر اساس شبکه‌های محاسباتی معمولی تا فوق‌العاده ریز که بر اساس مقادیر اولیه‌ی مربوطه در شبکه‌ی محاسباتی مرجع و قبل از اولین بازسازی شبکه نرمال شده است (به ترتیب الف تا ج)، شبکه‌ی محاسباتی مرجع دریچه‌ی آئورت (د)



هندسه بر اساس شبکه‌ی محاسباتی تغییر یافته طی انجام محاسبات شود که در بخش‌های قبلی و روی شکل (۱) توضیح داده شده است. در تولید هندسه به این روش، تنها یک خطای اولیه و به دلیل حذف انحناهای هندسی از مدل اصلی وارد نتایج شده که با خطای تولید شبکه‌ی محاسباتی از هندسه با روش قبلی یکسان است. در عوض با تکرار بازسازی شبکه‌ی محاسباتی، خطایی در مدل جدید دیده نمی‌شود.

طبق نمودارهای شکل‌های (۸-الف) تا (۸-ج) تکرار بازسازی شبکه روی شبکه‌ی محاسباتی این نوع مدل هندسی از دریچه‌ی آئورت بدون ایجاد کوچک‌ترین خطایی در حجم دریچه‌ی آئورت و سطوح سینوس والسالوا و لت دریچه دیده می‌شود. دلیل این امر آن است که مرزهای تشکیل دهنده‌ی حجم دریچه‌ی آئورت که به سینوس والسالوا و ریشه‌ی آئورت تقسیم می‌شوند، عاری از هر گونه انحنا هستند که باعث خطا در فرایند تولید مجدد